Lehrstuhl für Informatik I
— Informationsstrukturen und
wissensbasierte Systeme —
Universität Würzburg

Würzburg, 27. Mai 1997

Prof. Dr. H. Noltemeier
Dipl. Math. S.O. Krumke

Übungen zur Vorlesung
Graphentheoretische Konzepte und Algorithmen (SS97)

3. Übungsblatt

Aufgabe 9: (Hamiltonsche Kreise)

Im folgenden sei $G = (V, E)$ ein endlicher ungerichteter Graph. Seien u und v nicht-adjazente Ecken von G mit $g(u) + g(v) \geq |V|$ und $G' = (V, E \cup \{(u, v)\}$ der Graph, den man aus G erhält, wenn man die Kante (u, v) einfügt. Zeigen Sie, daß G genau dann Hamiltonsch ist, wenn G' Hamiltonsch ist.

Hinweis: Benutzen für die Rückrichtung (G' Hamiltosch $\Rightarrow$ G Hamiltonsch) einen elementaren Weg w in G', der jede Ecke genau einmal berührt, etwa $w = [u = v_1, \dots, v_n = v]$. Betrachten Sie dann die Mengen

$$A = \{ v_i : 3 \leq i \leq n-1 \text{ und } (u, v_i) \in E \}$$
$$B = \{ v_i : 3 \leq i \leq n-1 \text{ und } (v, v_{i-1}) \in E \}$$

(3 Punkte)

Aufgabe 10: (Tripeloperatoren)

Sei $G = (V, R)$ ein endlicher Graph ohne Parallelen. Beweisen Sie, daß für zwei Tripeloperatoren T_u und T_v $(u, v \in V)$ gilt:

$$T_u \circ T_v \circ G = T_v \circ T_u \circ G.$$

(3 Punkte)

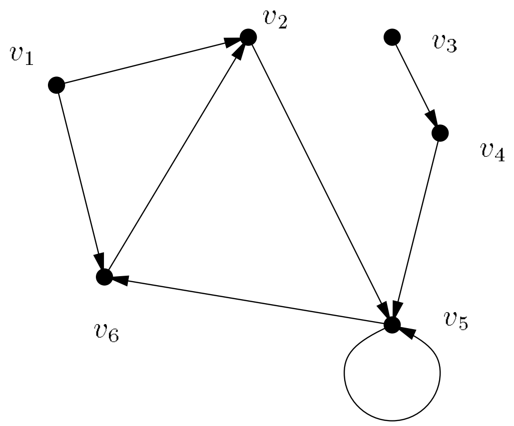
Aufgabe 11: (Irreduzible Kerne)

Sei $G = (V, R)$ ein endlicher gerichteter Graph ohne Parallelen, der keinen Kreis besitzt. Beweisen Sie, daß G einen eindeutigen irreduziblen Kern $G_* = (V, R_*)$ besitzt.

(4 Punkte)

Aufgabe 12: (Transitive Hülle und reduzierter Graph)

Bestimmen Sie mit Hilfe des Tripelalgorithmus die transitive reflexive Hülle G^*_{refl} und den reduzierten Graphen $\hat{G}$ für den nachfolgend gezeichneten Graphen G.
(3 Punkte)



Abgabetermin: Mittwoch, 4. Juni 1997, bis 11^{30} Uhr in den dafür vorgesehenen Kästen vor der Teilbibliothek Mathematik/Informatik