Lehrstuhl für Informatik I
— Informationsstrukturen und
wissensbasierte Systeme —
Universität Würzburg

Prof. Dr. H. Noltemeier

Würzburg, 26. Mai 1998

Übungen zur Vorlesung
Praktische Informatik II (SS98)

2. Übungsblatt

Aufgabe 6: (B'-Baum)

Sei $T = (V, R)$ ein Wurzelbaum. T heißt B'-Baum der Ordnung k genau dann, wenn gilt:

i) Alle Blätter besitzen die gleiche Höhe.

ii) Die Wurzel von T hat entweder keinen Sohn oder mindestens 2 Söhne und höchstens $2k$ Söhne.

iii) Ist v eine Ecke und weder Wurzel noch Blatt, so besitzt v mindestens k und höchstens $2k$ Söhne.

Geben Sie für einen B'-Baum einen Einfügealgorithmus an, der den Pfad von der Wurzel zum Knoten nur einmal (von oben nach unten) durchläuft; d.h. der Einfügealgorithmus soll den neuen Baum bereits während der top-down-Suchphase restrukturieren. **(2 Punkte)**

Aufgabe 7: (Paralleler Zugriff auf B-Bäume)

In einem B-Baum soll paralleler Zugriff ermöglicht werden. Wir gehen davon aus, daß nie zwei Zugriffe zur gleichen Zeit erfolgen, jedoch während eines Baumdurchlaufs ein weiterer Zugriff möglich ist. Um dies zu ermöglichen, werden im Knoten neben den Zeigern noch Flags gespeichert, die eine (kurzfristige) Sperrung eines Teilbaumes erlauben. (Wird bei einer B-Baum-Operation versucht, auf einen Knoten mit „Sperrflag" zuzugreifen, so muß solange gewartet werden, bis dieses Flag wieder zurückgesetzt ist.)

Geben Sie für die Operationen Search, Insert und Delete Algorithmen an, welche auf diese Flags reagieren und selbst solche geeignet setzen und zurücksetzen. **(5 Punkte)**

Aufgabe 8: (B*-Bäume)

Geben Sie an, wieviele Schlüsselwerte maximal in einem B*-Baum vom Typ $(k, k_l, \cdot)$ der Höhe h ($h \in \mathbb{N}_+$) repräsentiert werden können. Welche Aussage läßt sich daraus für die Höhen eines B-Baumes vom Typ $(k, \cdot)$ und eines B*-Baumes vom Typ $(k, k, \cdot)$ ableiten, wenn beide Bäume die gleiche Schlüsselwertmenge S repräsentieren? **(2 Punkte)**

Aufgabe 9: (Eigenschaften von Segmentbäumen)

Beweisen Sie die folgenden Eigenschaften des Segmentbaumes $ST(l,r)$:

(a) Höhe $h_{ST(l,r)} = \lceil \log_2(r-l) \rceil$ **(1 Punkt)**

(b) Sind v, v' zwei Blätter in $ST(l,r)$, so gilt: $|h(v) - h(v')| \leq 1$, wobei $h(x)$ die Höhe des Knotens x in $ST(l,r)$ bezeichnet. **(1 Punkt)**

(c) Sei nun ein einzufügendes Intervall $[b,e]$ gegeben, wobei $r - l > 3$ und $l \leq b < e \leq r$ vorausgesetzt wird.

Beweisen Sie, daß das Intervall $[b,e]$ beim Einfügen in $ST(l,r)$ in höchstens

$$S := \lceil \log_2(r-l) \rceil + \lfloor \log_2(r-l) \rfloor - 2$$

Standardintervalle zerlegt wird. (Hinweis: Induktion nach $r-l$) **(3 Punkte)**

(d) Zeigen Sie, daß diese obere Schranke S im worst-case angenommen wird, d.h. beschreiben Sie ein Intervall $[b,e]$ in Abhängigkeit von den Parametern l und r, für das die obere Schranke S aus Teilaufgabe (c) angenommen wird. **(2 Punkte)**

Abgabetermin: Die Bearbeitungen zu diesem Übungsblatt sind bis Montag, den 8. Juni 1998, bis 10^{00} Uhr in den dafür vorgesehenen Kästen vor der Teilbibliothek Mathematik/Informatik abzugeben.

Hinweis: Maximal zwei Teilnehmer dürfen ein Übungsblatt bearbeiten.