

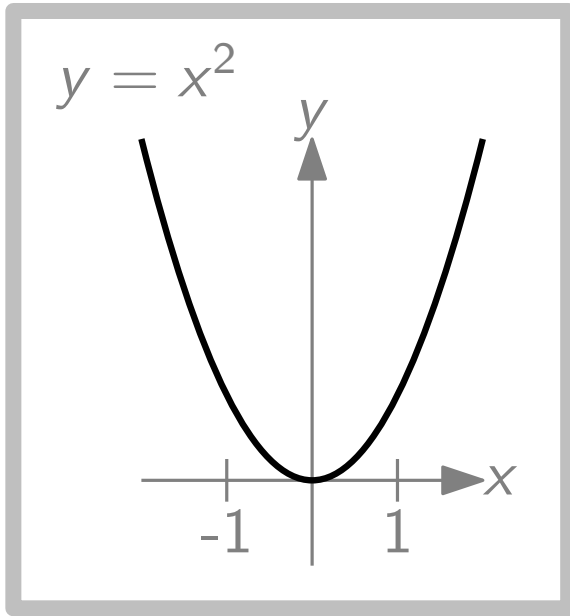
Winkelschematisierung im Graphenzeichnen

Angular Schematization
in Graph Drawing

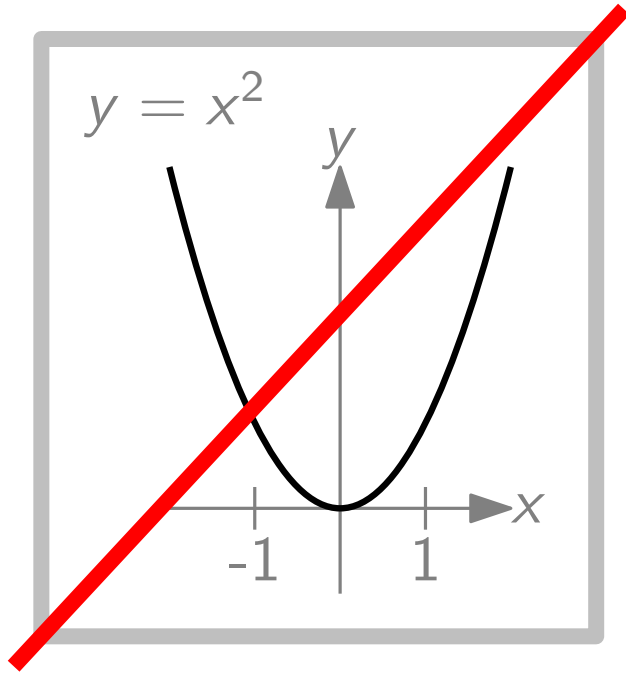
Philipp Kindermann
Lehrstuhl für Informatik I
Universität Würzburg

Größtenteils finanziert durch das ERC/DFG-Projekt
„Graph Drawing and Geometric Representations“ (Wo 758/5-1)

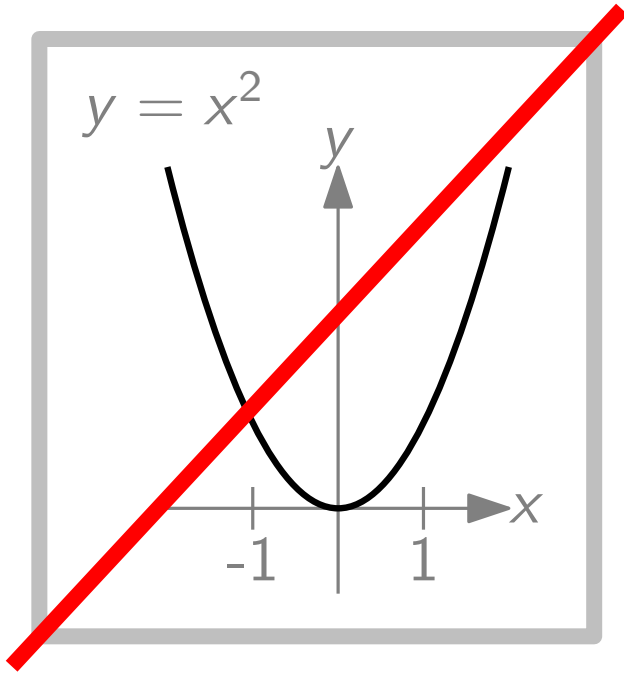
Graphenzeichnen?



Graphenzeichnen?



Graphenzeichnen?

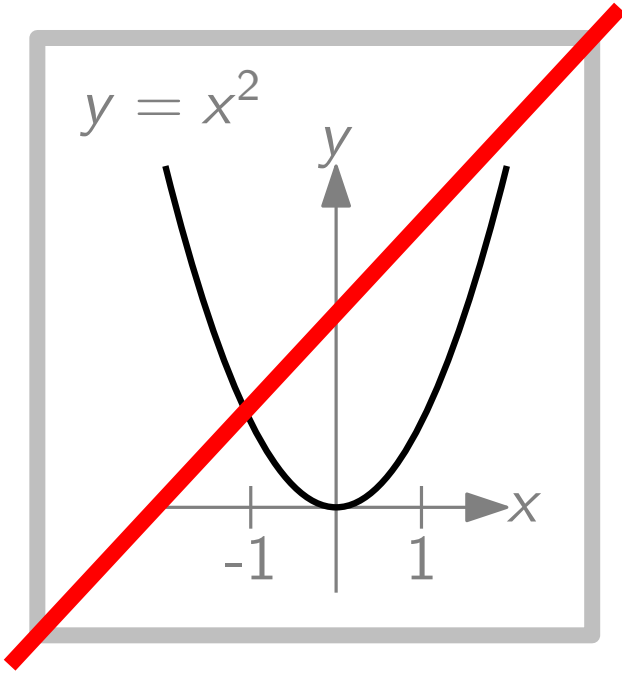


Ein *Graph* ist ein Paar $G = (V, E)$

– V *Knotenmenge* und

– $E \subseteq \binom{V}{2}$ *Kantenmenge*

Graphenzeichnen?



Ein *Graph* ist ein Paar $G = (V, E)$

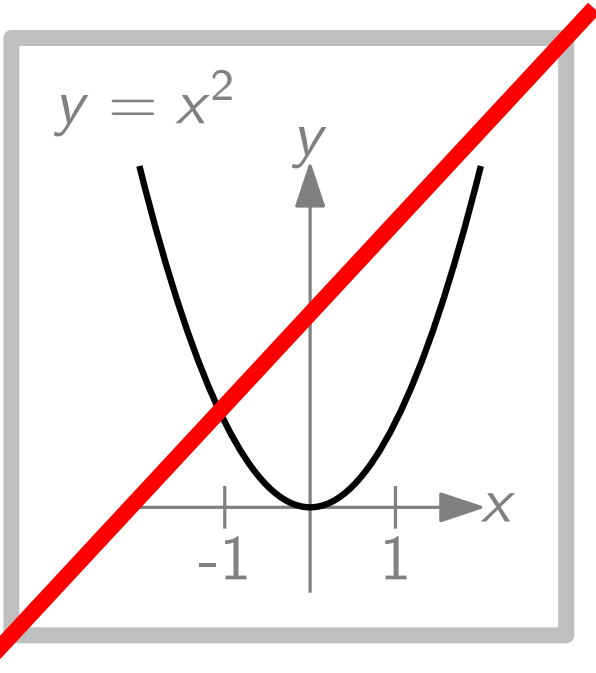
– V *Knotenmenge* und

– $E \subseteq \binom{V}{2}$ *Kantenmenge*

Bsp. $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$E = \{ \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\} \}$

Graphenzeichnen?



Ein *Graph* ist ein Paar $G = (V, E)$

– V *Knotenmenge* und

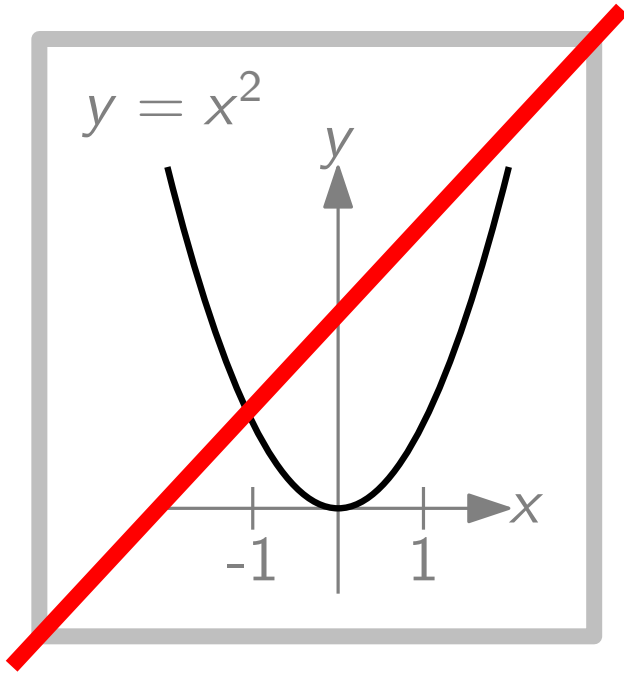
– $E \subseteq \binom{V}{2}$ *Kantenmenge*

Bsp. $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$E = \{ \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\} \}$



Graphenzeichnen?



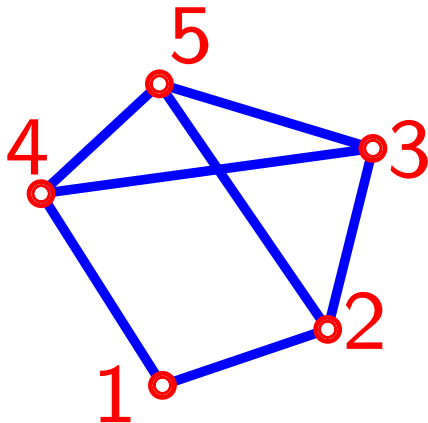
Ein *Graph* ist ein Paar $G = (V, E)$

– V *Knotenmenge* und

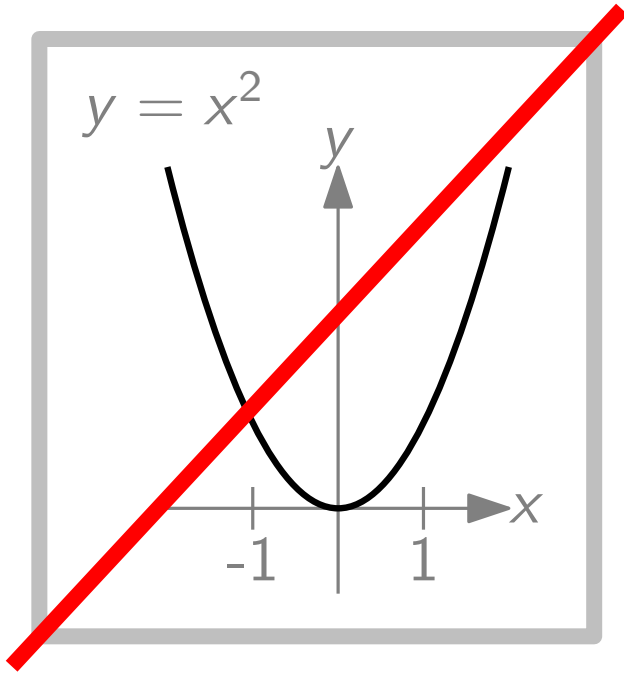
– $E \subseteq \binom{V}{2}$ *Kantenmenge*

Bsp. $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$E = \{ \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\} \}$



Graphenzeichnen?



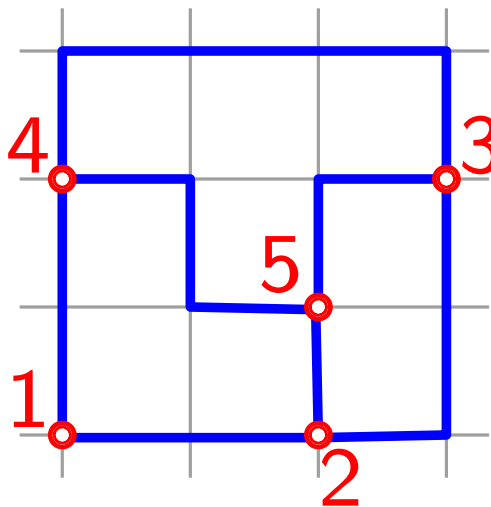
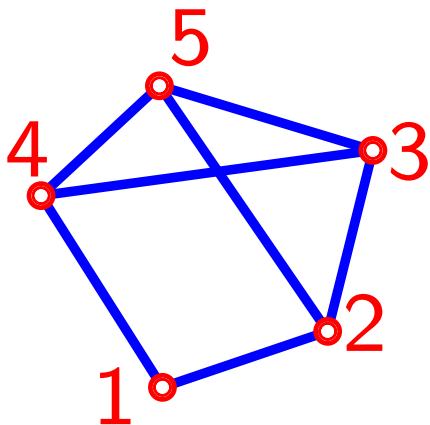
Ein *Graph* ist ein Paar $G = (V, E)$

– V *Knotenmenge* und

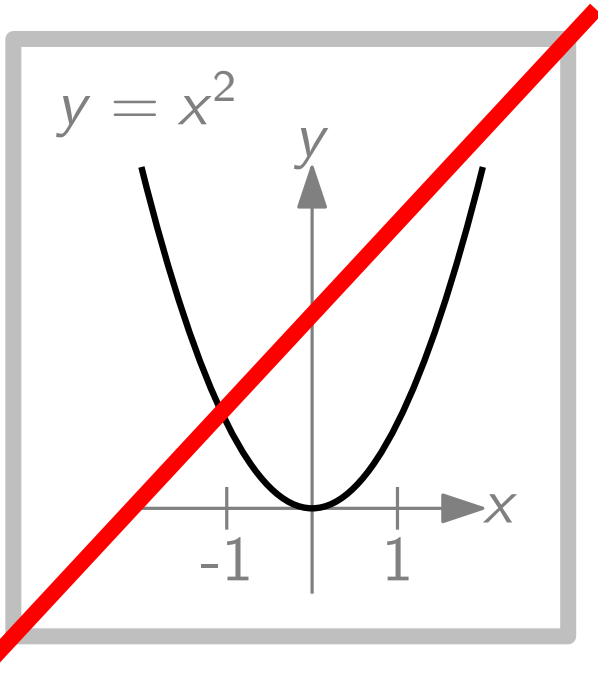
– $E \subseteq \binom{V}{2}$ *Kantenmenge*

Bsp. $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$E = \{ \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\} \}$



Graphenzeichnen?



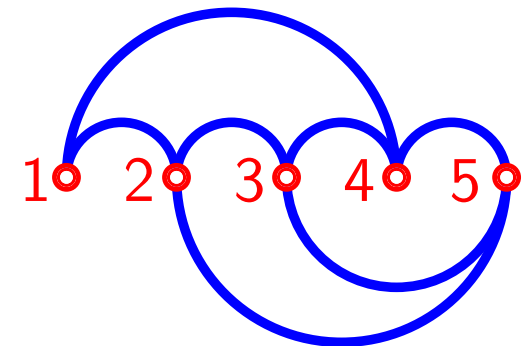
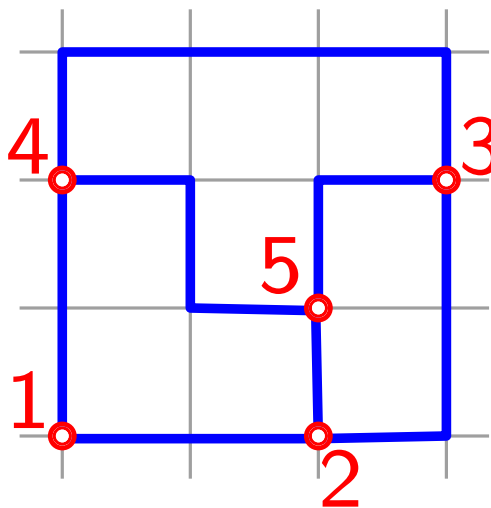
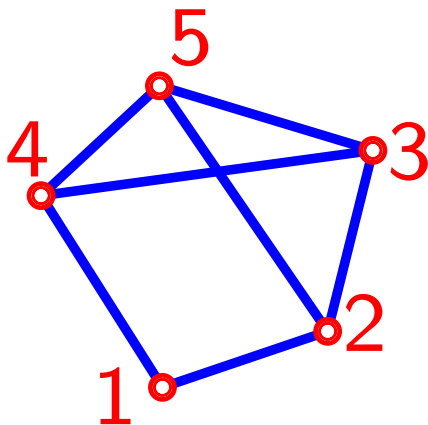
Ein *Graph* ist ein Paar $G = (V, E)$

– V *Knotenmenge* und

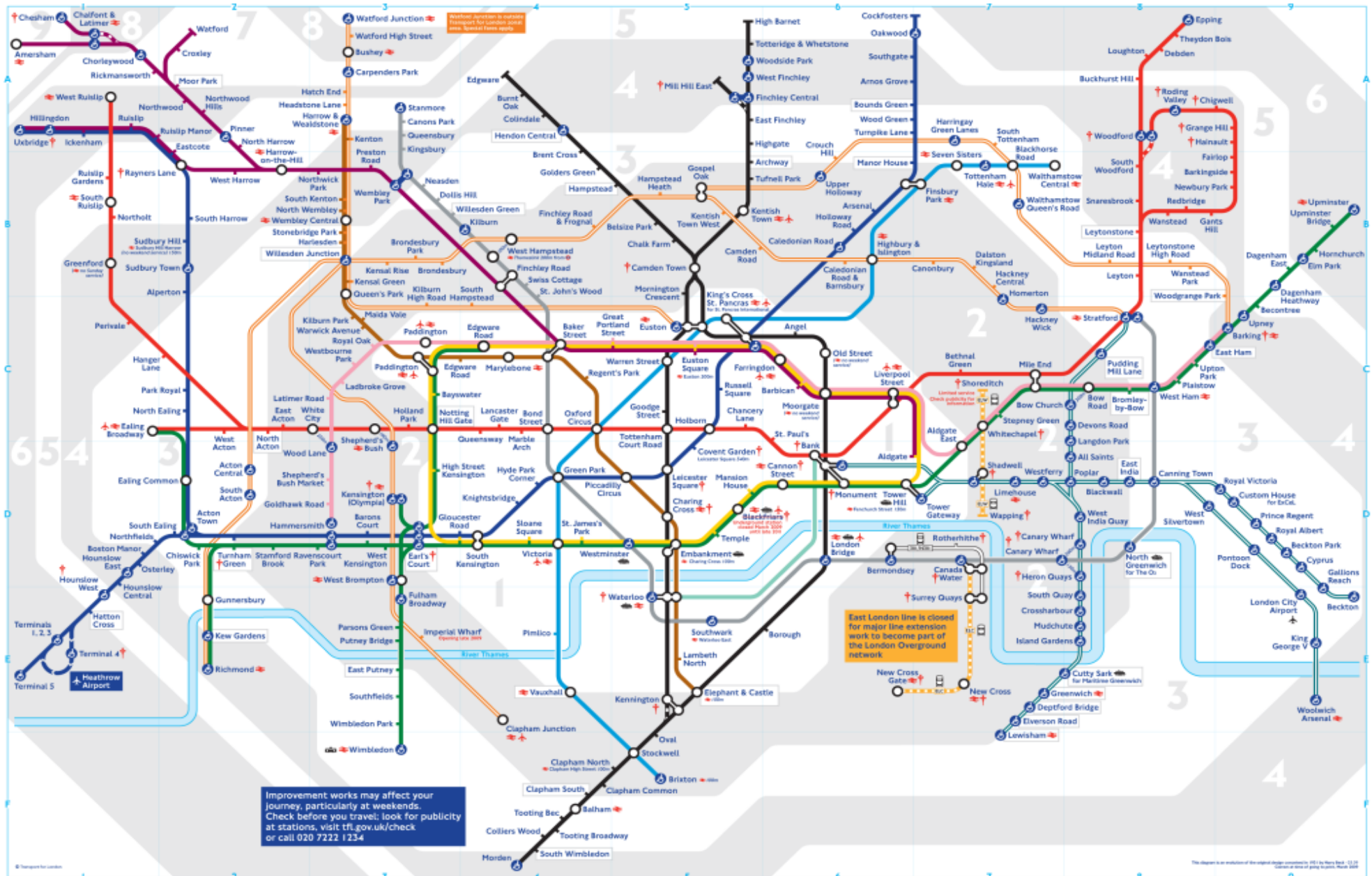
– $E \subseteq \binom{V}{2}$ *Kantenmenge*

Bsp. $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$E = \{ \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\} \}$



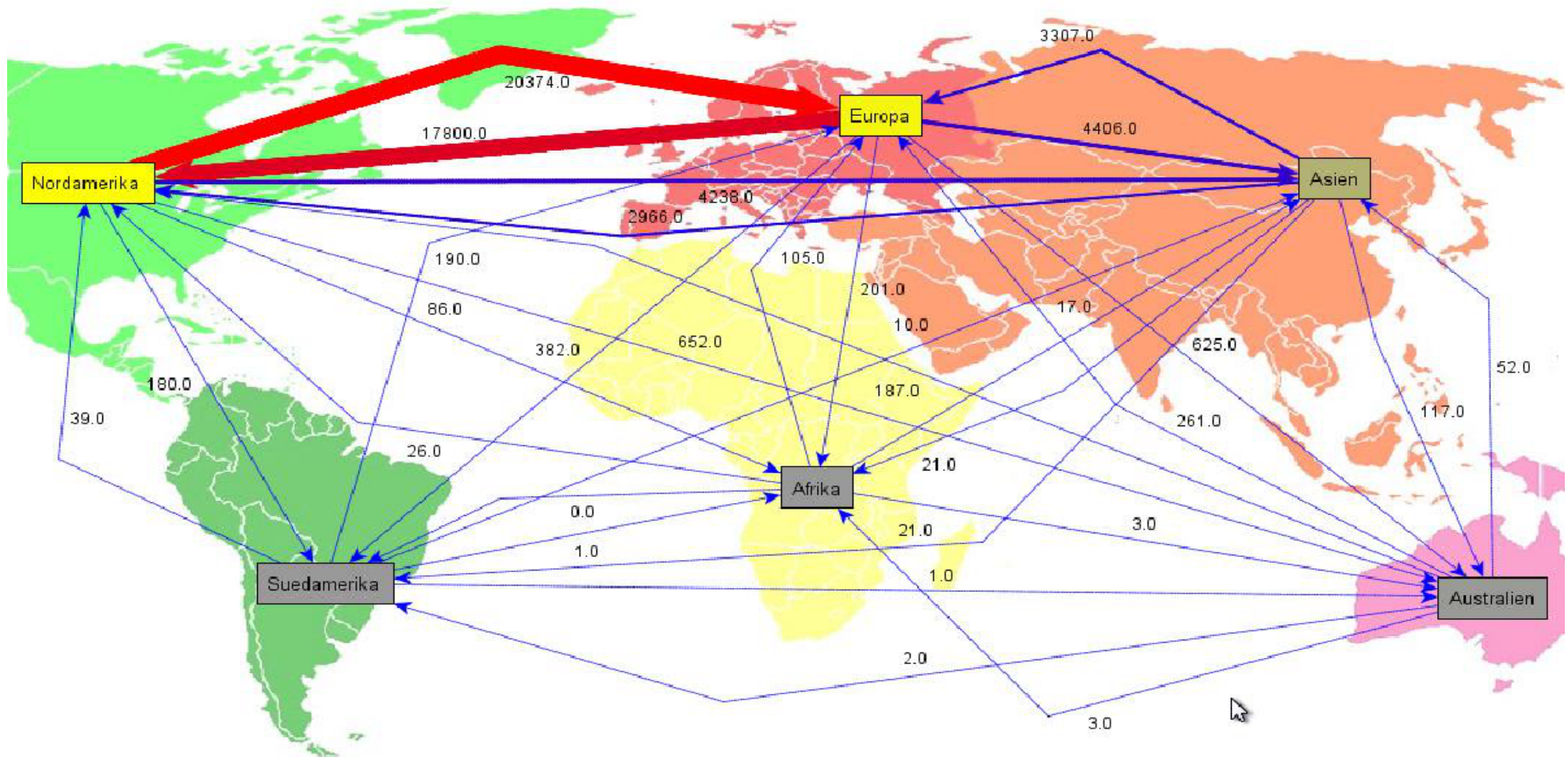
Graphenzeichnen?



Graphenzeichnen?

Kontinentale Aufteilung

2001 - 2005



Legende:

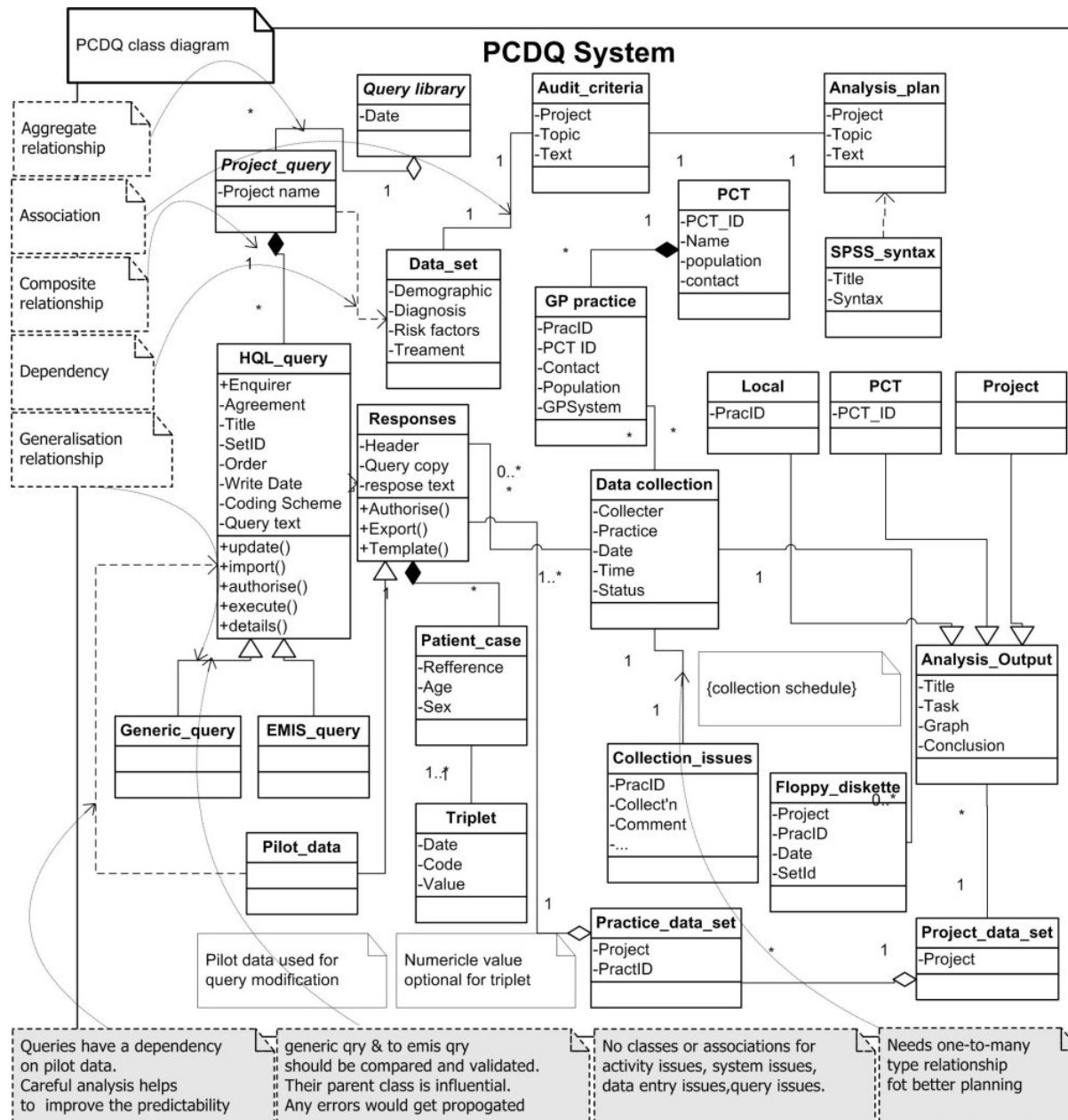
Kantengewicht:

- Maximum
- Minimum

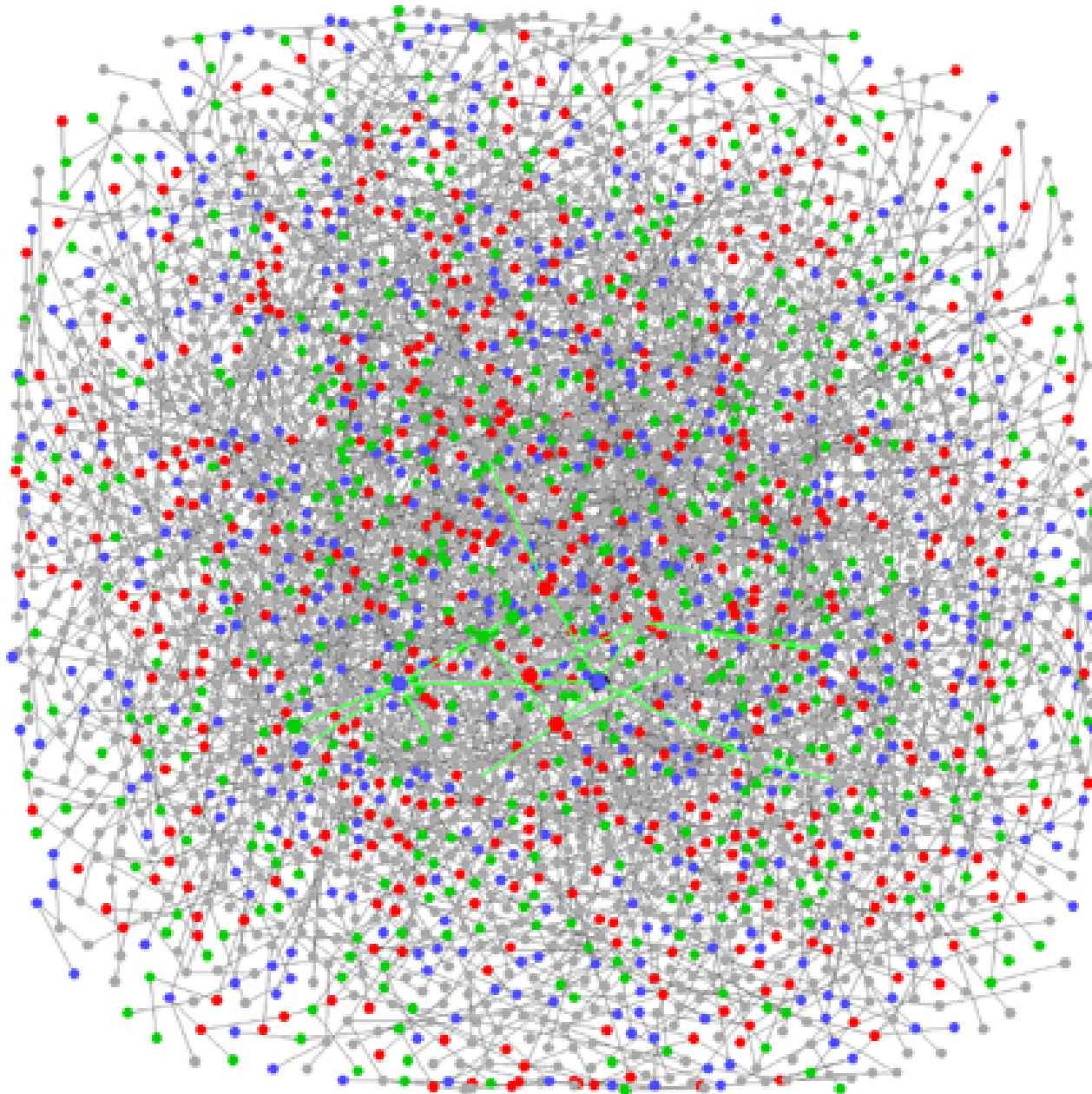
Ausgangsgrad:

- Maximum
- Minimum

Graphenzeichnen?



Graphenzeichnen?



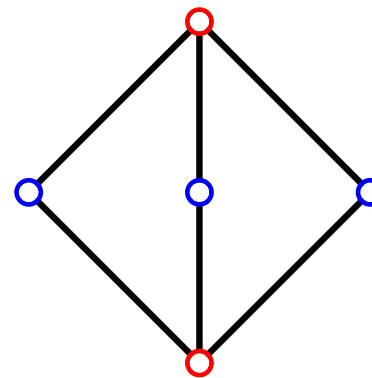
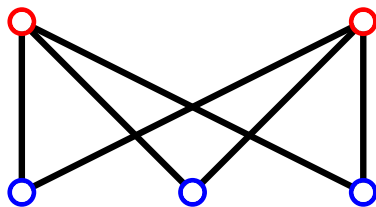
Winkelschematisierung

Schöne Zeichnungen?

Winkelschematisierung

Schöne Zeichnungen?

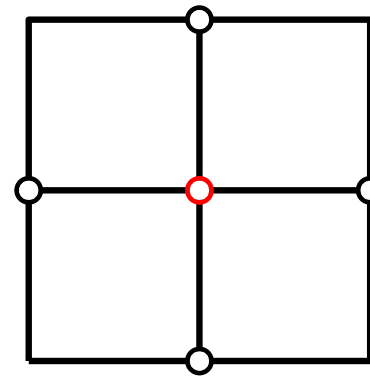
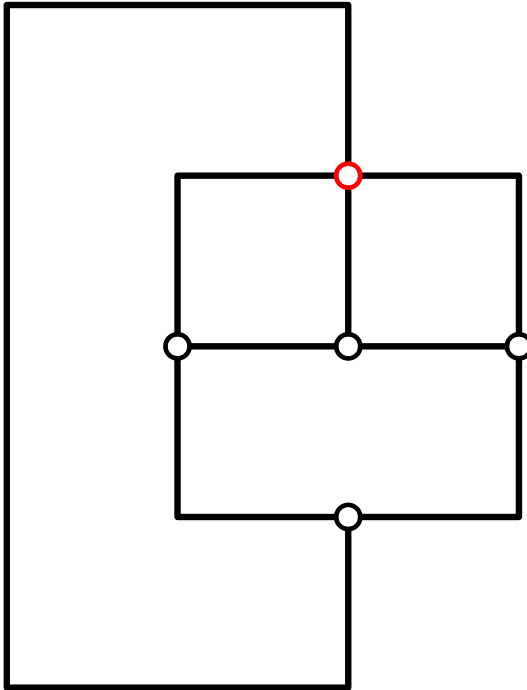
– Kreuzungsminimierung



Winkelschematisierung

Schöne Zeichnungen?

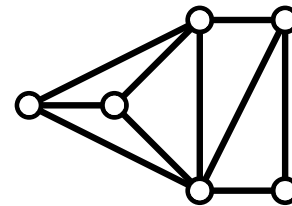
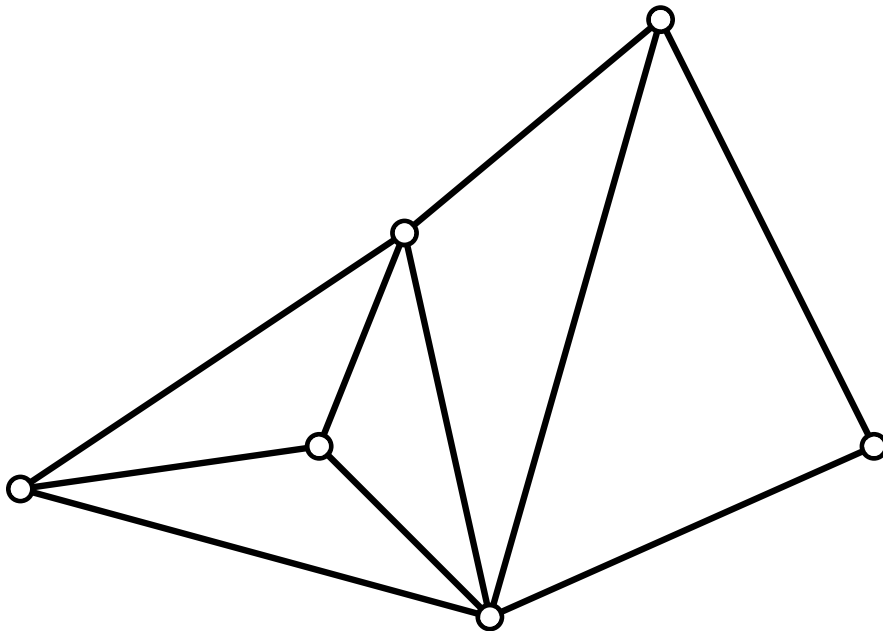
- Kreuzungsminimierung
- Knickminimierung



Winkelschematisierung

Schöne Zeichnungen?

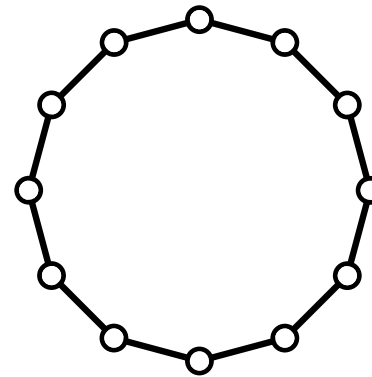
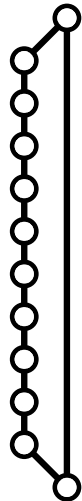
- Kreuzungsminimierung
- Knickminimierung
- minimale Fläche



Winkelschematisierung

Schöne Zeichnungen?

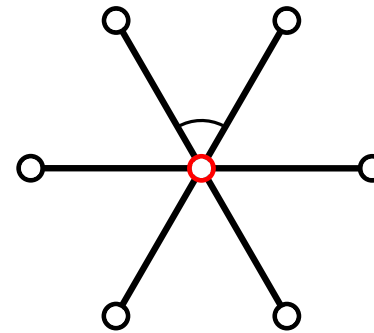
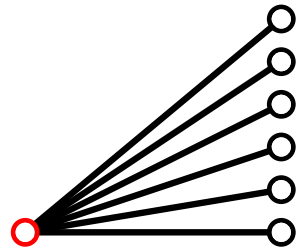
- Kreuzungsminimierung
- Knickminimierung
- minimale Fläche
- gleichmäßige Kantenlängen



Winkelschematisierung

Schöne Zeichnungen?

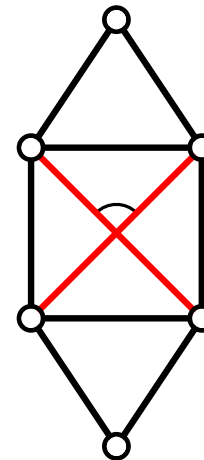
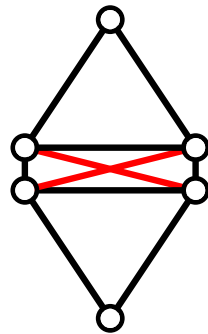
- Kreuzungsminimierung
- Knickminimierung
- minimale Fläche
- gleichmäßige Kantenlängen
- große Winkel
 - an Knoten



Winkelschematisierung

Schöne Zeichnungen?

- Kreuzungsminimierung
- Knickminimierung
- minimale Fläche
- gleichmäßige Kantenlängen
- große Winkel
 - an Knoten
 - an Kreuzungen



Gliederung

I. Platzieren von Boxen

- 1) Mehrseitige Randbeschriftungen
- 2) Approximationsalgorithmen für Rechtecks-Kontakt-Repräsentationen

II. Visuelle Führung

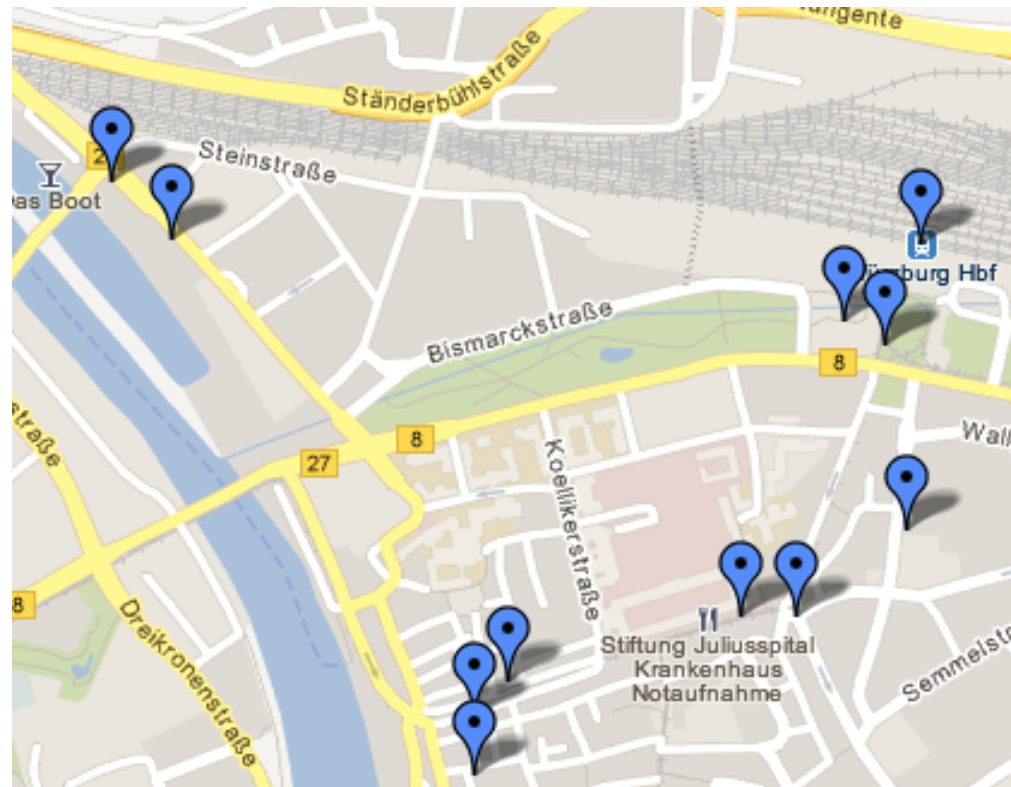
- 3) Glatt-orthogonale Darstellungen planarer Graphen
- 4) Monotone Zeichnungen von Bäumen

III. Kreuzungen mit großen Winkeln

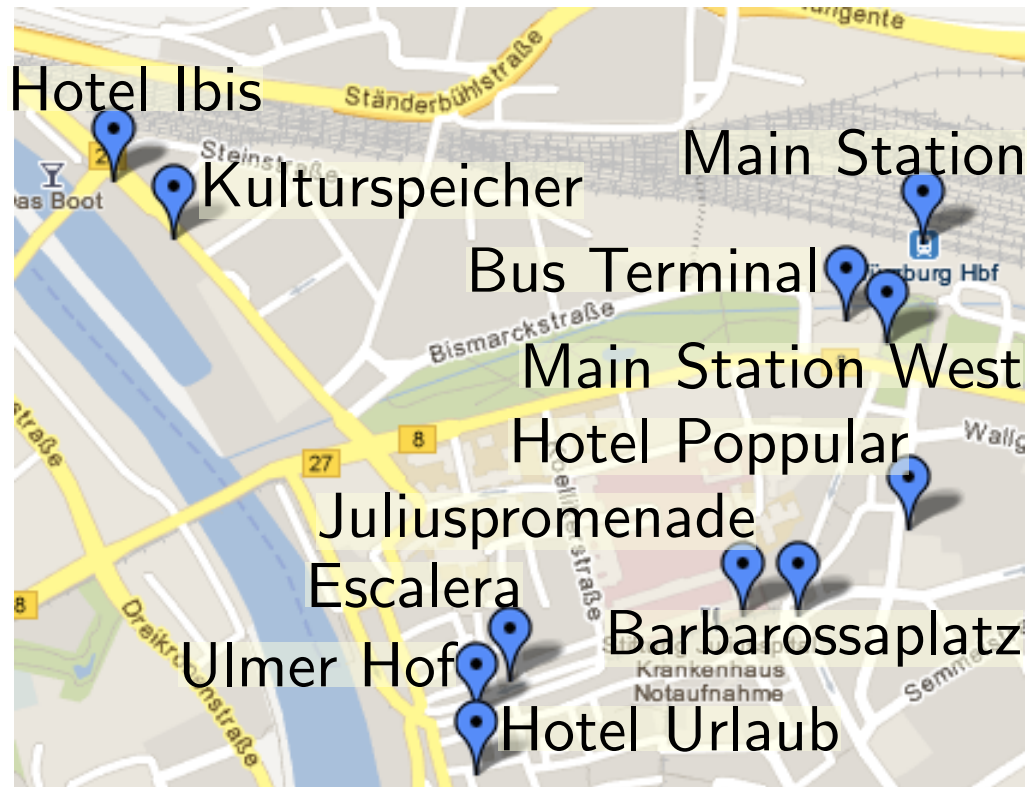
- 5) Gleichzeitiges Zeichnen planarer Graphen mit rechtwinkligen Kreuzungen und wenig Knicken
- 6) Erkennen und Zeichnen von Graphen mit unabhängigen Kreuzungen

Teil 1:
Mehrseitige
Randbeschriftungen

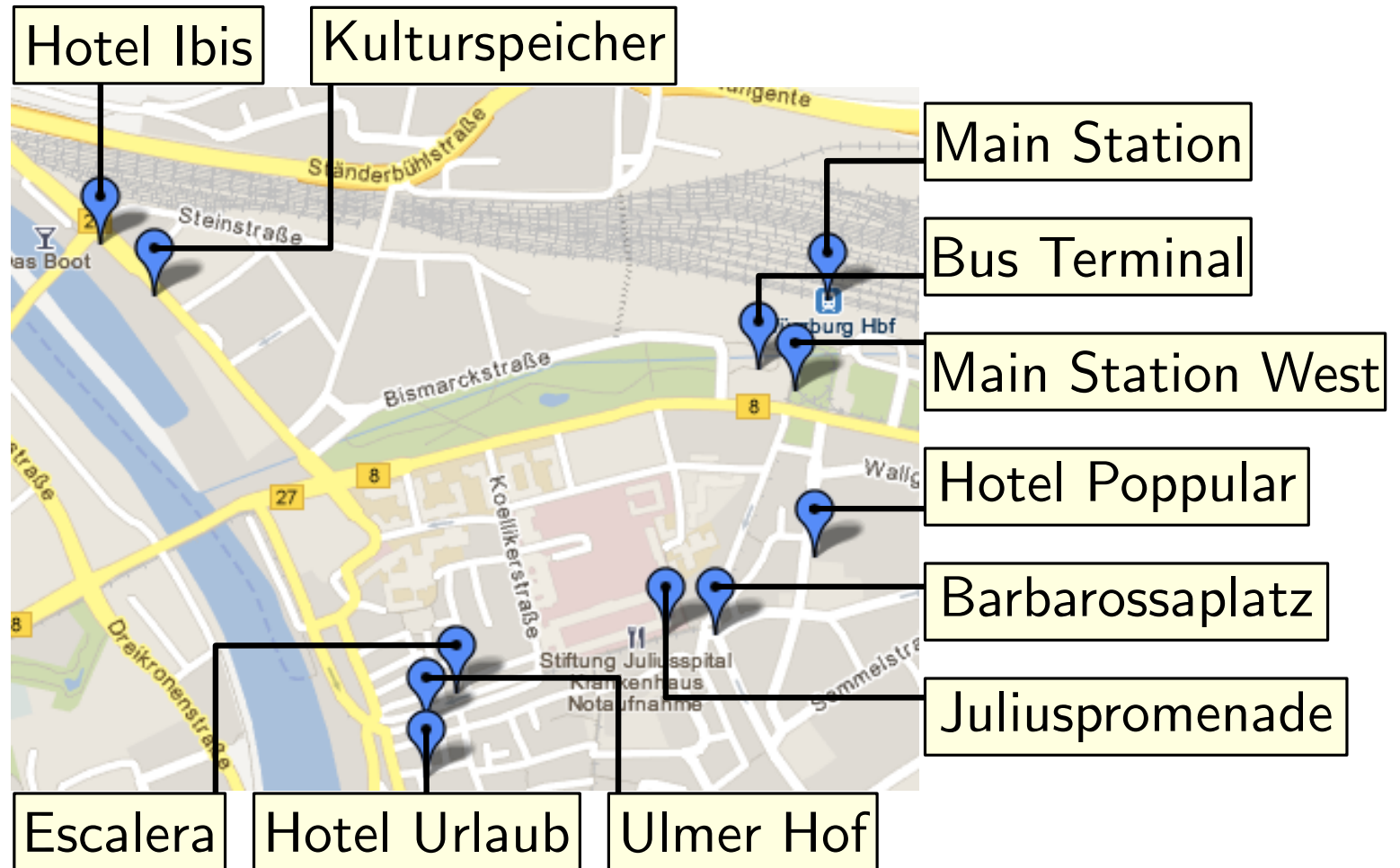
Randbeschriftungen



Randbeschriftungen



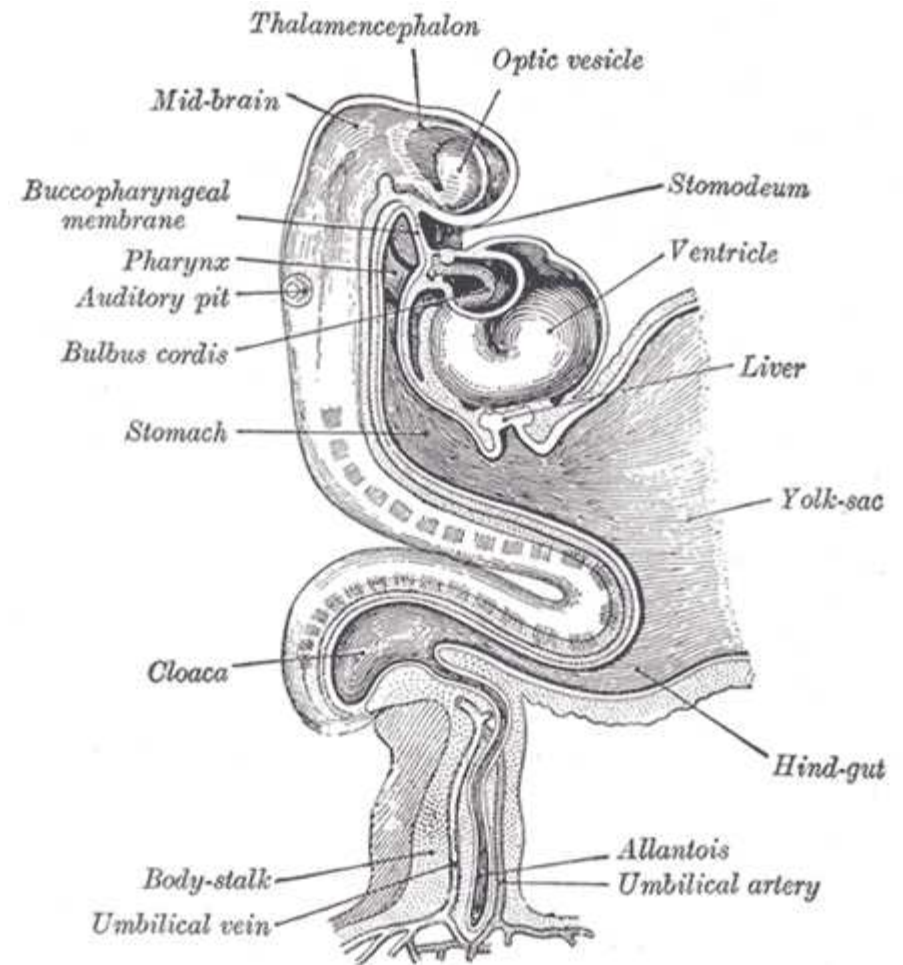
Randbeschriftungen



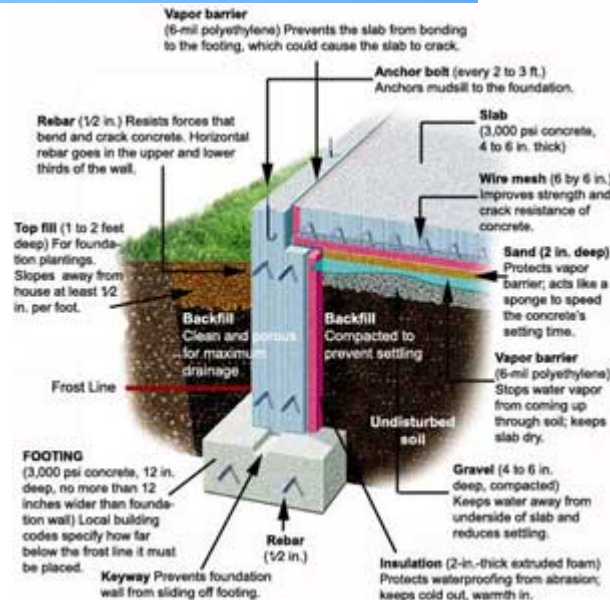
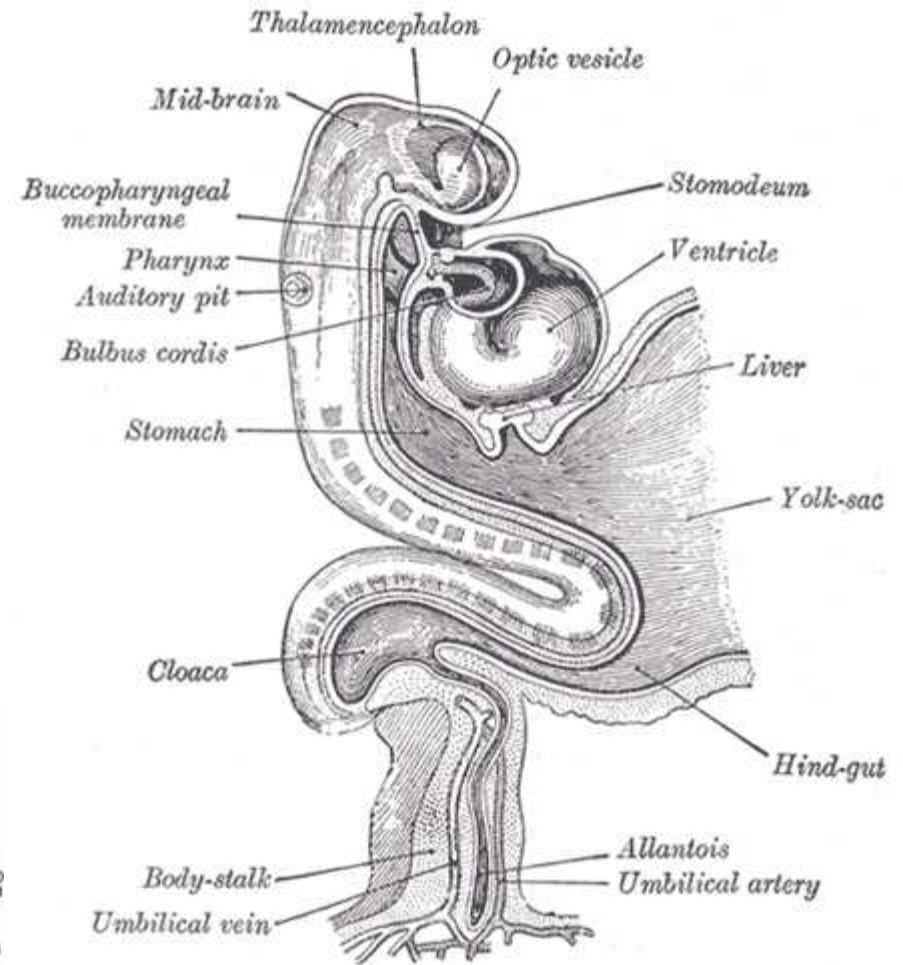
Randbeschriftungen



Randbeschriftungen



Randbeschriftungen

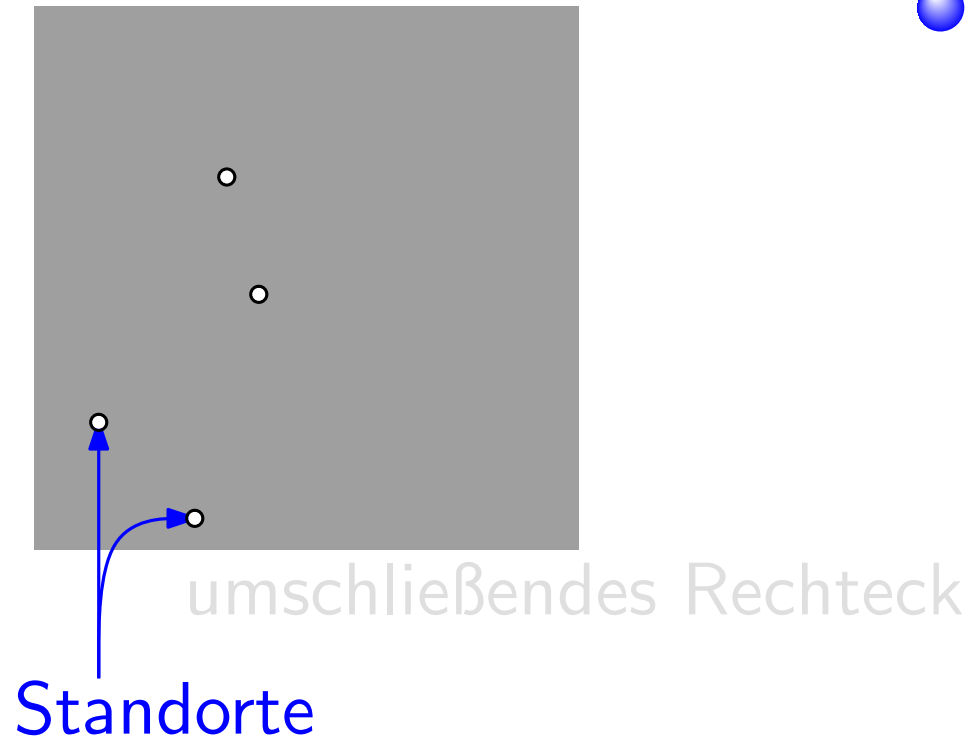


Randbeschriftungen – Problembeschreibung



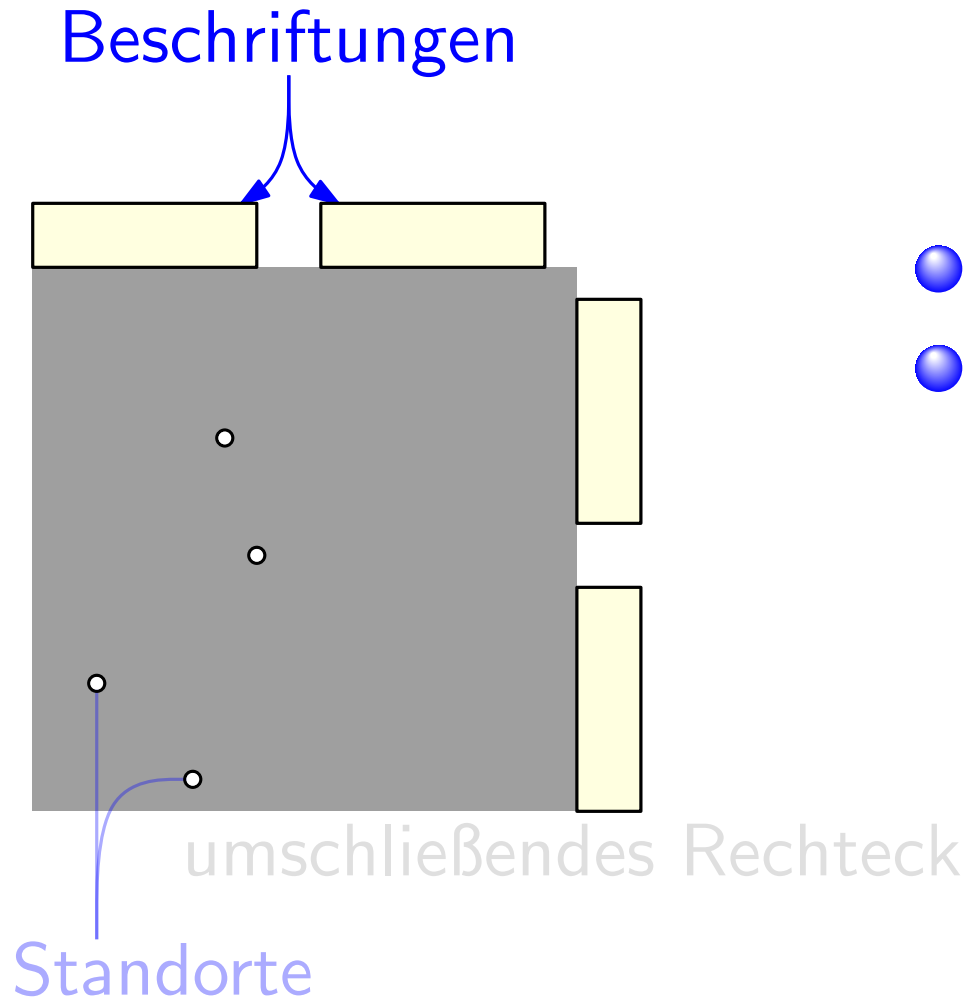
umschließendes Rechteck

Randbeschriftungen – Problembeschreibung



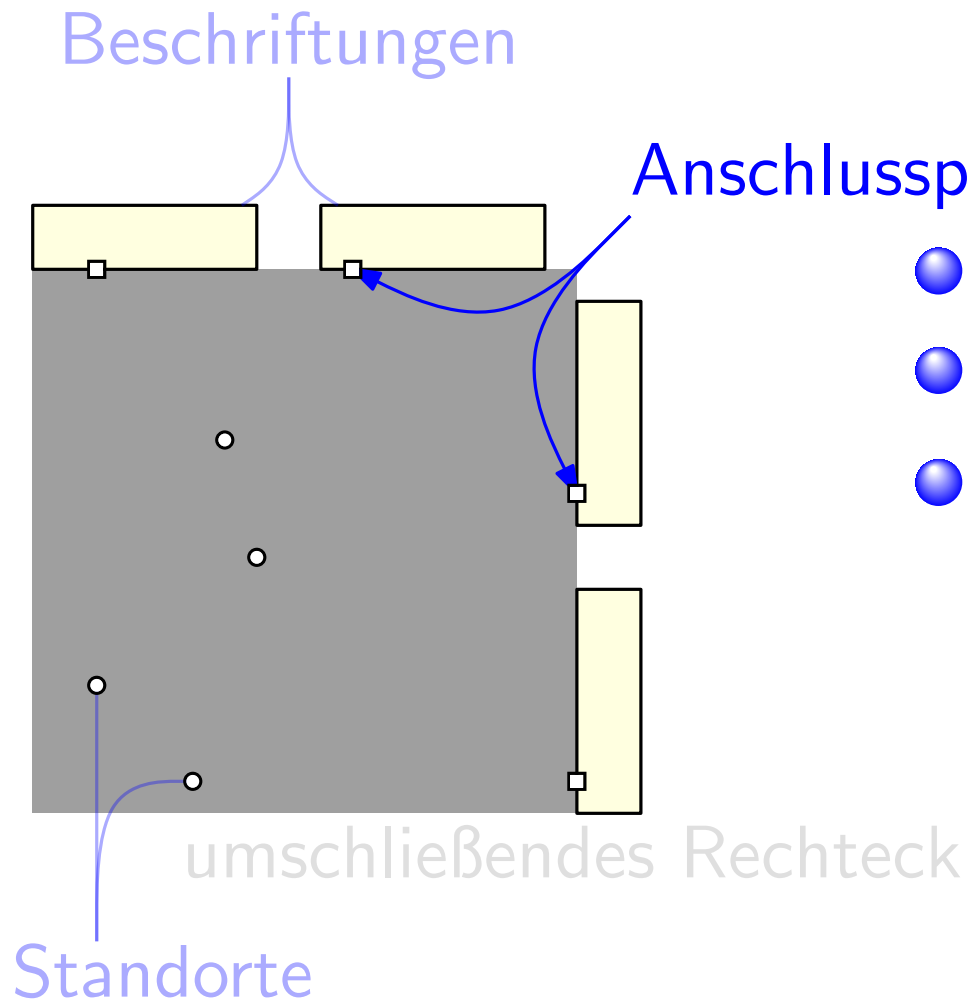
● *Standorte* im Rechteck

Randbeschriftungen – Problembeschreibung



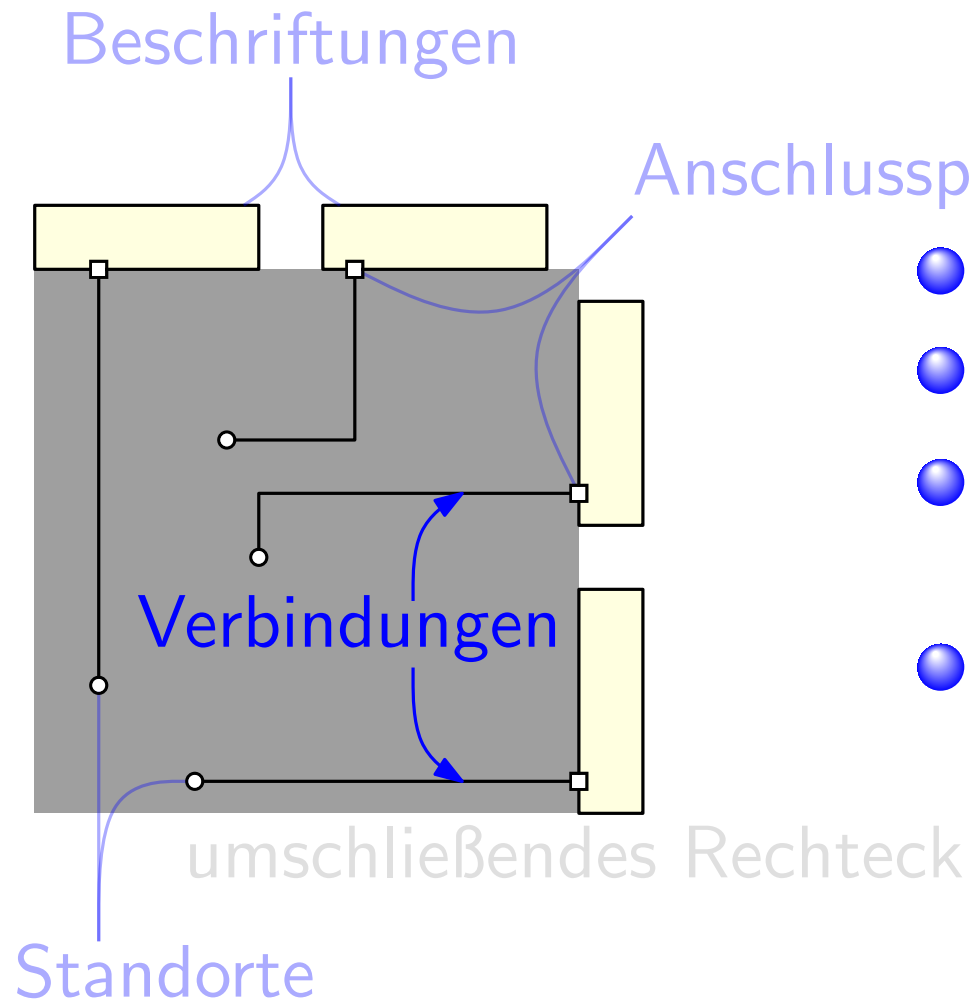
- *Standorte* im Rechteck
- *Beschriftungen* am Rand

Randbeschriftungen – Problembeschreibung



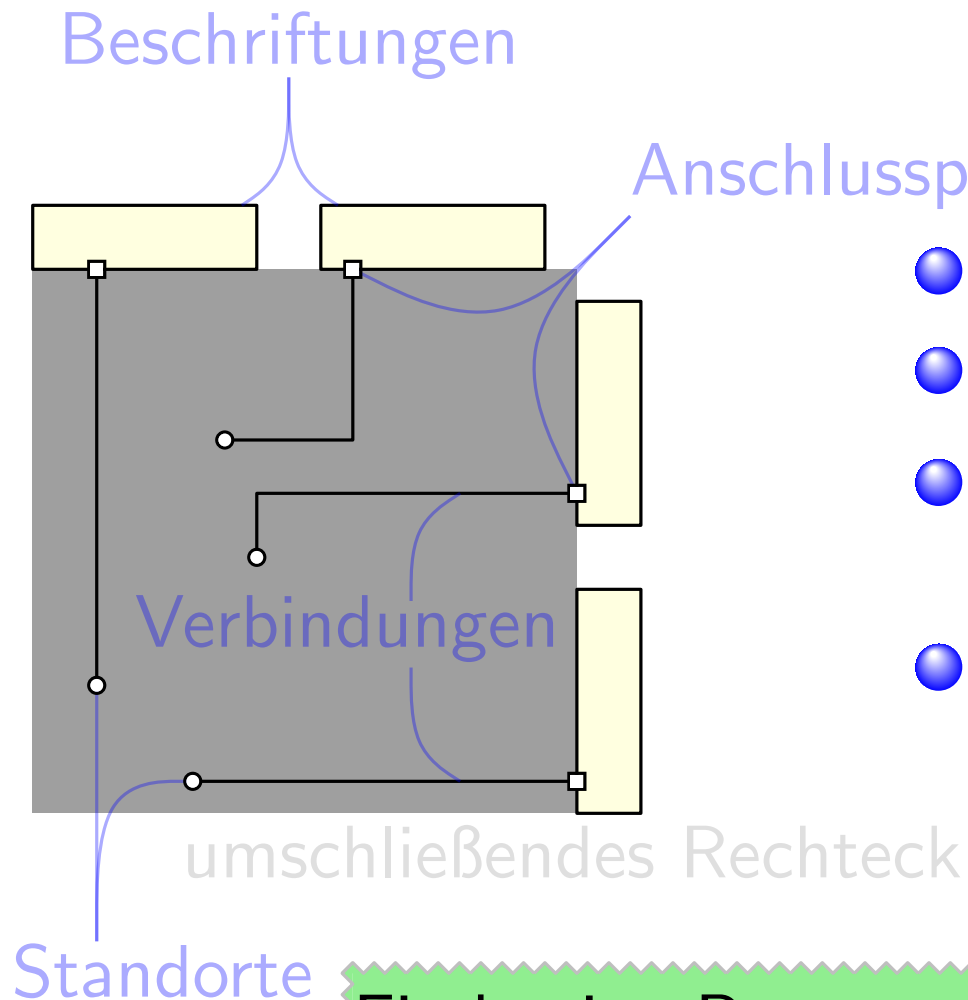
- *Standorte* im Rechteck
- *Beschriftungen* am Rand
- *Anschlusspunkte* sind fest oder verschiebbar

Randbeschriftungen – Problembeschreibung



- *Standorte* im Rechteck
- *Beschriftungen* am Rand
- *Anschlusspunkte* sind fest oder verschiebbar
- *Verbindungen* haben vorgeschriebenen Stil

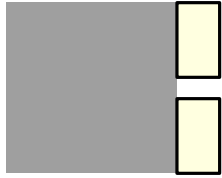

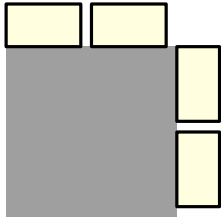
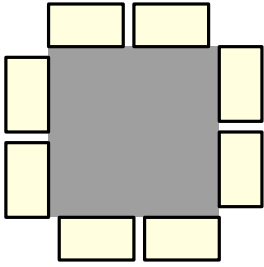
Randbeschriftungen – Problembeschreibung



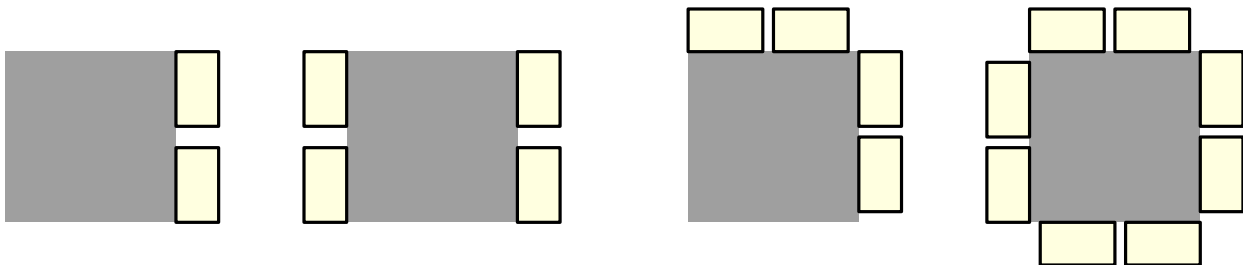
- *Standorte* im Rechteck
- *Beschriftungen* am Rand
- *Anschlusspunkte* sind fest oder verschiebbar
- *Verbindungen* haben vorgeschriebenen Stil

Finde eine Paarung von Standorten und Beschriftungen mit kreuzungsfreien Verbindungen

Randbeschriftungen – Bekannte Resultate

Stil	Seiten	1	2 (geg.)	2 (neb.)	4
					

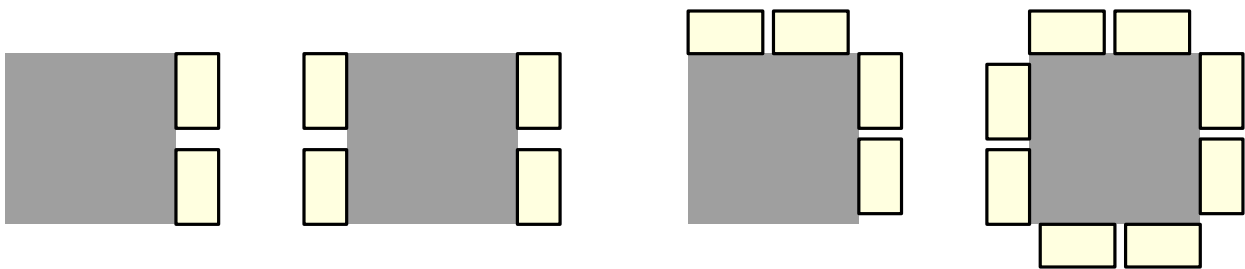
Randbeschriftungen – Bekannte Resultate

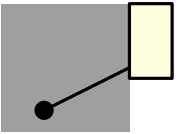
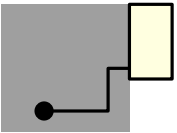


Stil	Seiten	1	2 (geg.)	2 (neb.)	4
s		$O(n^{2+\epsilon})^*$			

* Bekos et al. [CGTA'07]

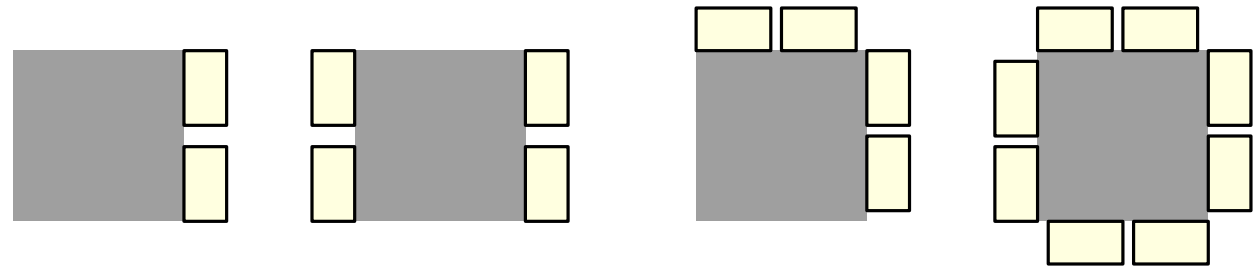
Randbeschriftungen – Bekannte Resultate



Stil	Seiten	1	2 (geg.)	2 (neb.)	4
	<i>s</i>	$O(n^{2+\epsilon})^*$			
	<i>opo</i>	$O(n \log n)^*$	$O(n^2)^*$	$O(n^2 \log^3 n)^*$	

* Bekos et al. [CGTA'07]

Randbeschriftungen – Bekannte Resultate



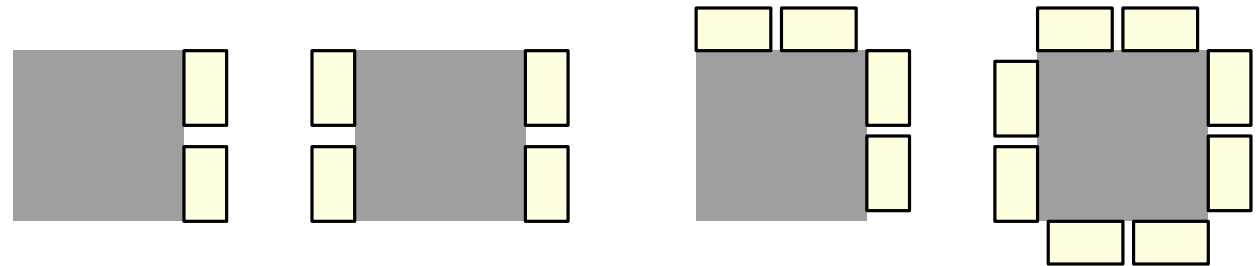
	Stil	Seiten	1	2 (geg.)	2 (neb.)	4
	<i>s</i>		$O(n^{2+\epsilon})^*$			
	<i>opo</i>		$O(n \log n)^*$	$O(n^2)^*$	$O(n^2 \log^3 n)^*$	
	<i>do/pd</i>		$O(n^2)^\dagger$	$O(n^3)^\ddagger$		

* Bekos et al. [CGTA'07]

† Benkert et al. [JGAA'09]

‡ Bekos et al. [Algorithmica'10]

Randbeschriftungen – Bekannte Resultate



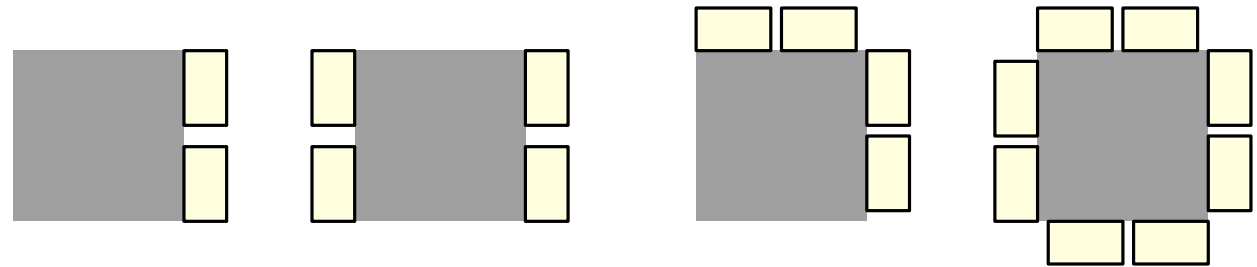
	Stil	Seiten	1	2 (geg.)	2 (neb.)	4
	<i>s</i>		$O(n^{2+\epsilon})^*$			
	<i>opo</i>		$O(n \log n)^*$	$O(n^2)^*$	$O(n^2 \log^3 n)^*$	
	<i>do/pd</i>		$O(n^2)^\dagger$	$O(n^3)^\ddagger$		
	<i>po</i>		$O(n \log n)^\dagger$	$O(n^2)^*$		

* Bekos et al. [CGTA'07]

† Benkert et al. [JGAA'09]

‡ Bekos et al. [Algorithmica'10]

Randbeschriftungen – Bekannte Resultate



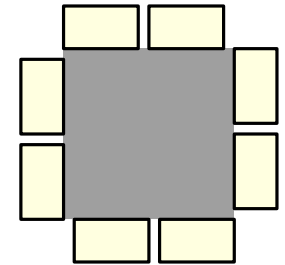
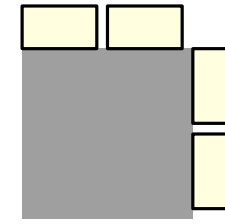
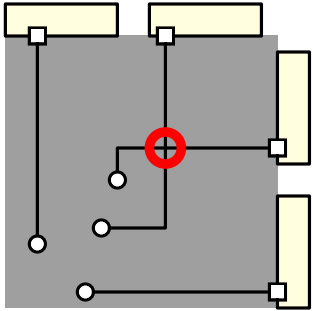
	Stil	Seiten	1	2 (geg.)	2 (neb.)	4
	<i>s</i>		$O(n^{2+\epsilon})^*$			
	<i>opo</i>		$O(n \log n)^*$	$O(n^2)^*$	$O(n^2 \log^3 n)^*$	
	<i>do/pd</i>		$O(n^2)^\dagger$	$O(n^3)^\ddagger$		
	<i>po</i>		$O(n \log n)^\dagger$	$O(n^2)^*$?	?

* Bekos et al. [CGTA'07]

† Benkert et al. [JGAA'09]

‡ Bekos et al. [Algorithmica'10]

Randbeschriftungen – Bekannte Resultate



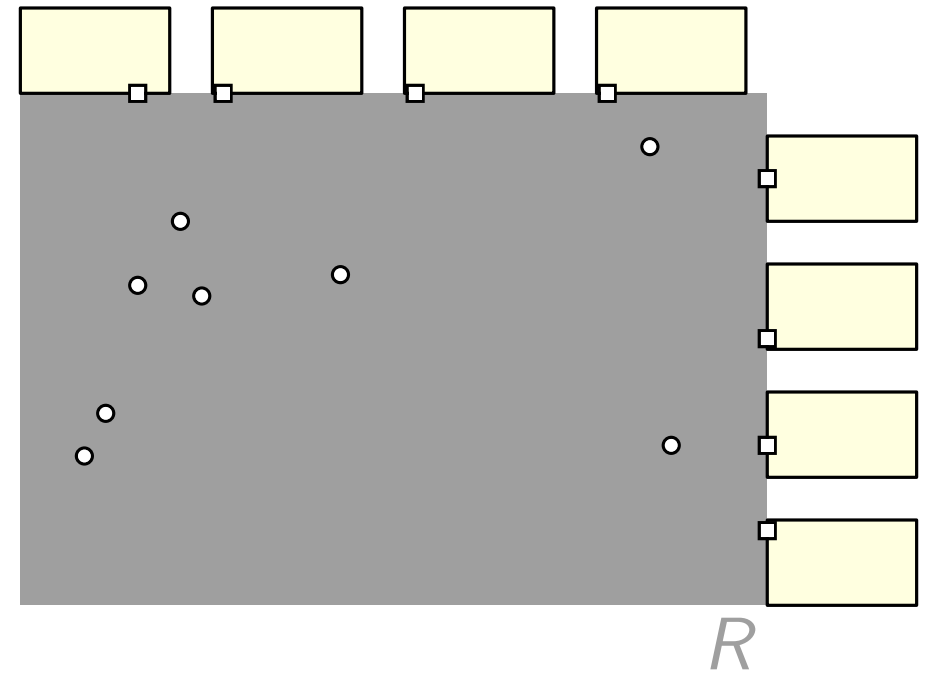
Stil	Seiten	1	2 (geg.)	2 (neb.)	4
<i>s</i>		$O(n^{2+\epsilon})^*$			
<i>opo</i>		$O(n \log n)^*$	$O(n^2)^*$	$O(n^2 \log^3 n)^*$	
<i>do/pd</i>		$O(n^2)^\dagger$	$O(n^3)^\ddagger$		
<i>po</i>		$O(n \log n)^\dagger$	$O(n^2)^*$?	?

* Bekos et al. [CGTA'07]

† Benkert et al. [JGAA'09]

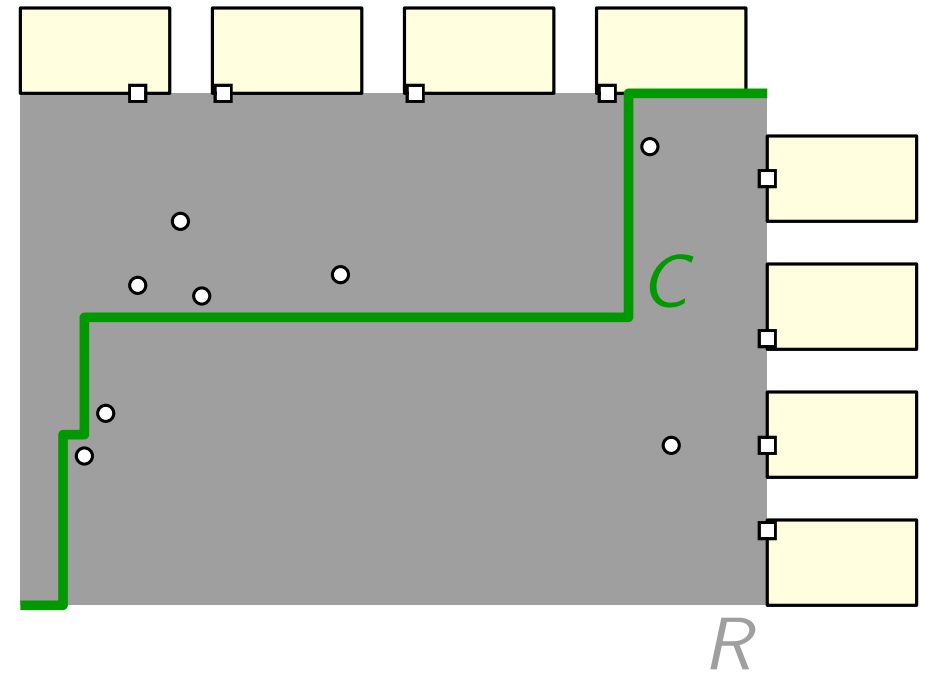
‡ Bekos et al. [Algorithmica'10]

Randbeschriftungen – Struktur



Randbeschriftungen – Struktur

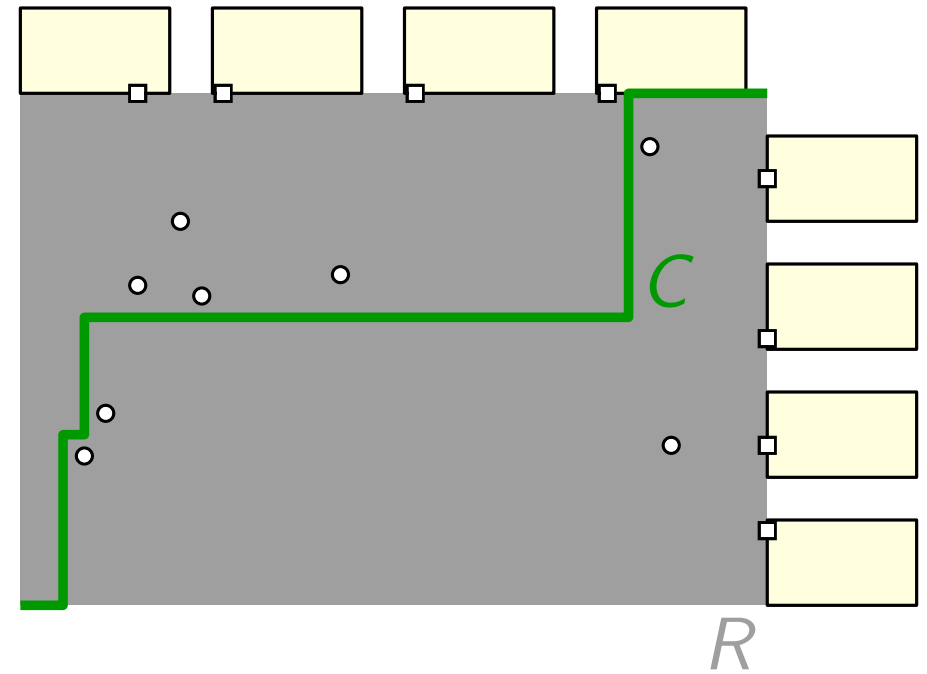
xy -teilende Kurve C



Randbeschriftungen – Struktur

xy -teilende Kurve C

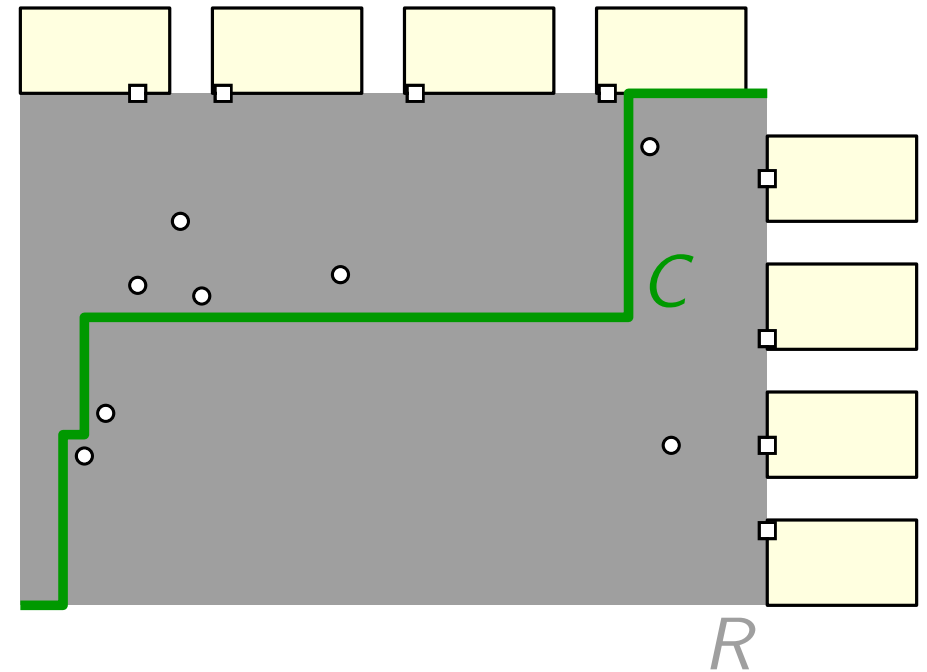
● xy -monoton



Randbeschriftungen – Struktur

xy -teilende Kurve C

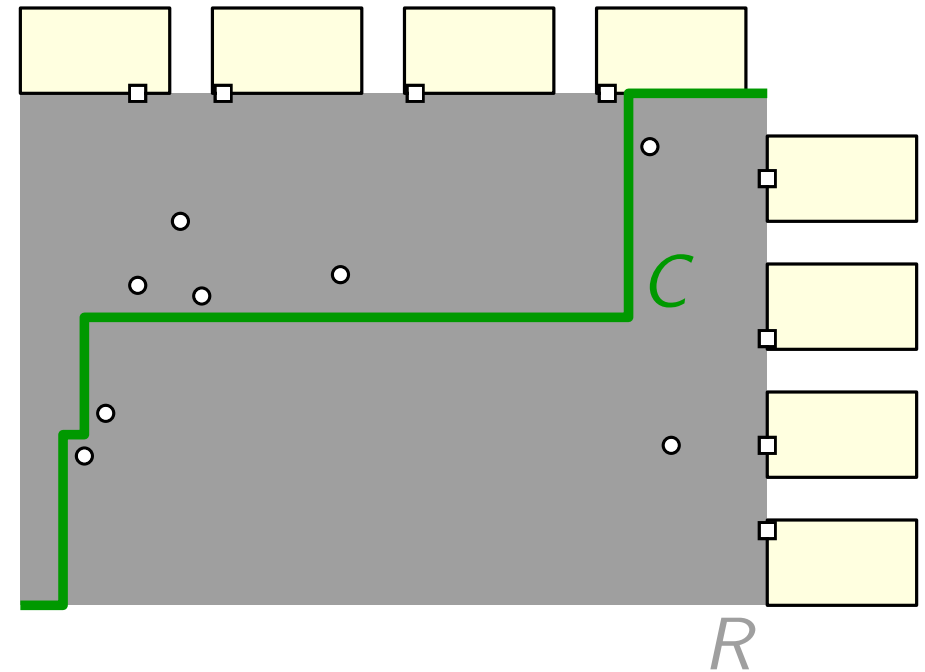
- xy -monoton
- rektilinear



Randbeschriftungen – Struktur

xy -teilende Kurve C

- xy -monoton
- rektilinear
- Verbindet obere rechte mit unterer linker Ecke von R

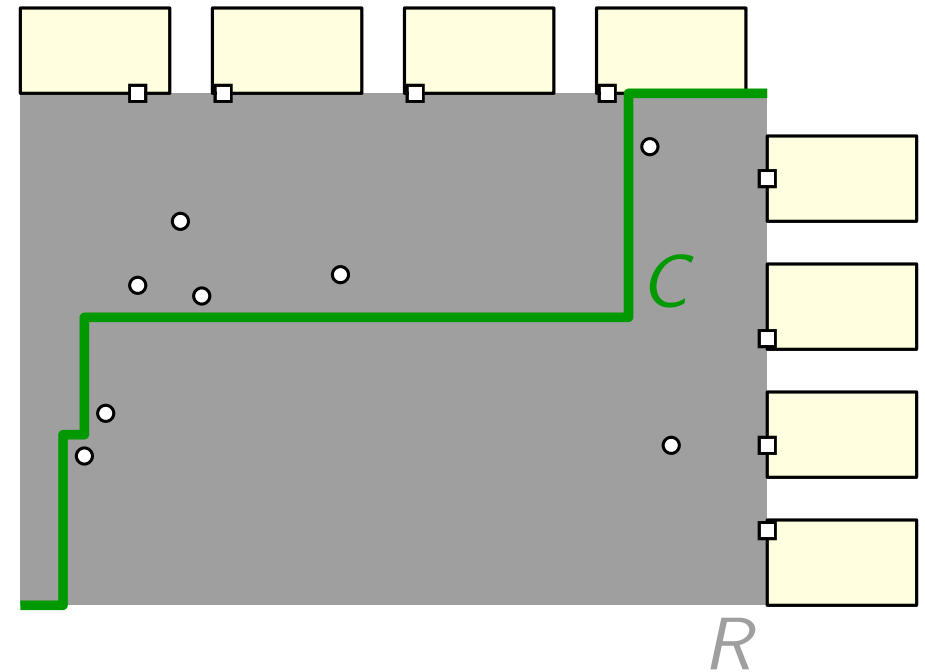


Randbeschriftungen – Struktur

xy -teilende Kurve C

- xy -monoton
- rektilinear
- Verbindet obere rechte mit unterer linker Ecke von R

xy -geteilte Lösung



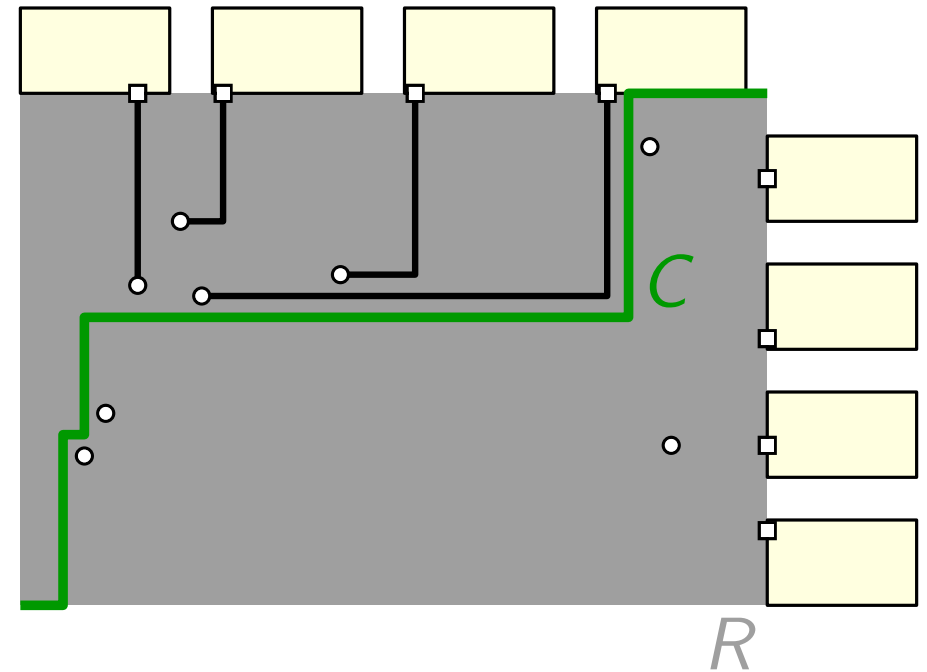
Randbeschriftungen – Struktur

xy -teilende Kurve C

- xy -monoton
- rektilinear
- Verbindet obere rechte mit unterer linker Ecke von R

xy -geteilte Lösung

- Obere Standorte und Verbindungen liegen über C



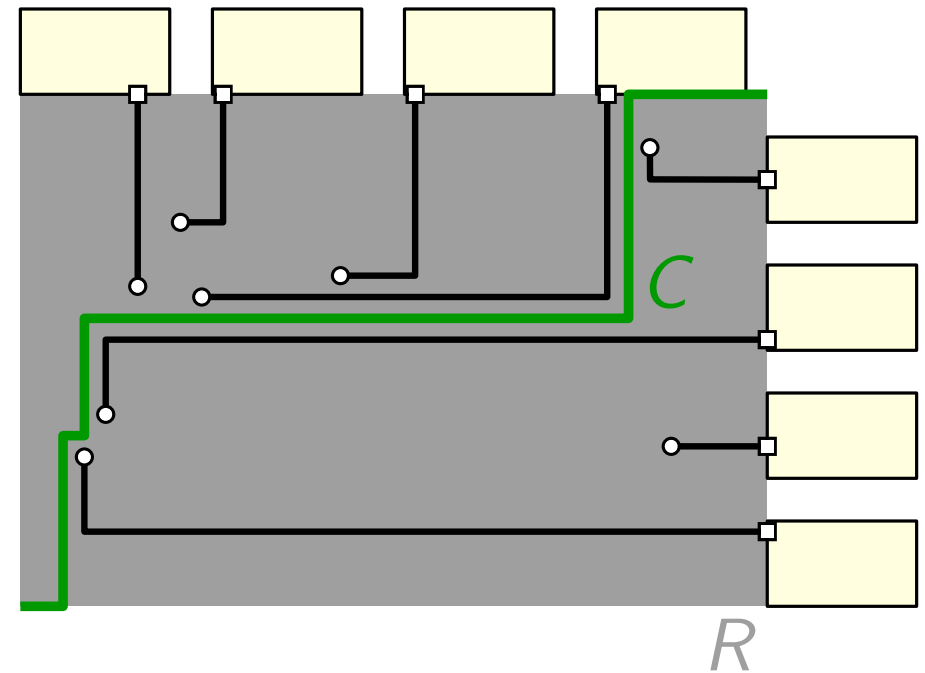
Randbeschriftungen – Struktur

xy -teilende Kurve C

- xy -monoton
- rektilinear
- Verbindet obere rechte mit unterer linker Ecke von R

xy -geteilte Lösung

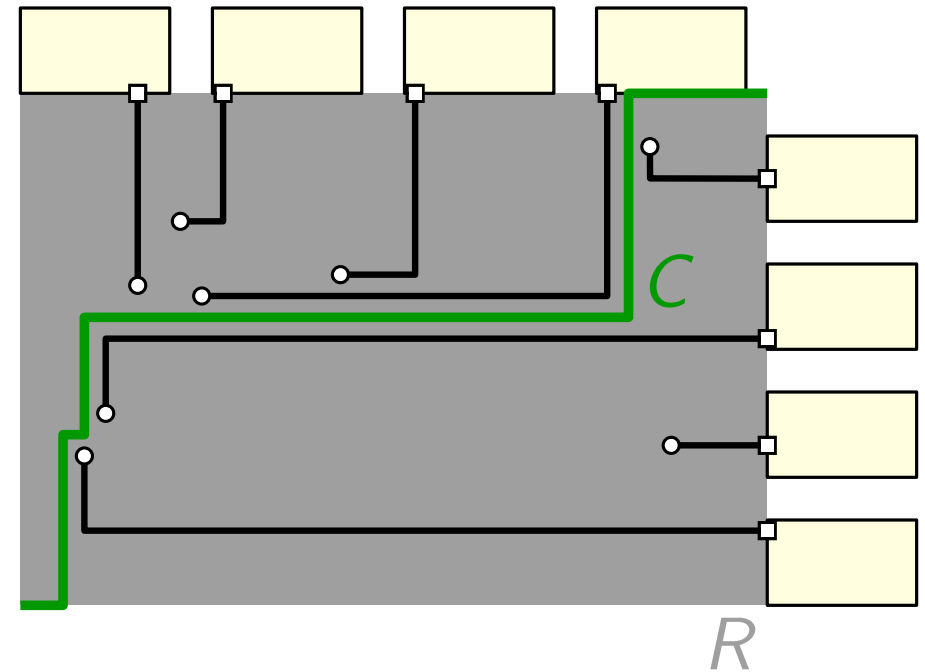
- Obere Standorte und Verbindungen liegen über C
- Rechte Standorte und Verbindungen liegen unter C



Randbeschriftungen – Struktur

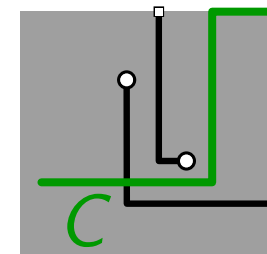
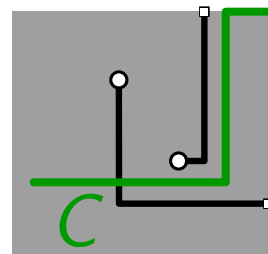
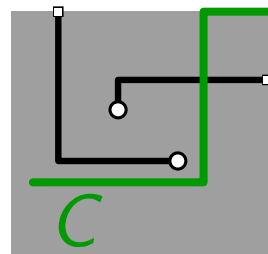
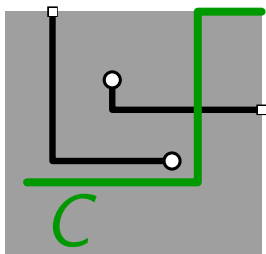
xy -teilende Kurve C

- xy -monoton
- rektilinear
- Verbindet obere rechte mit unterer linker Ecke von R



xy -geteilte Lösung

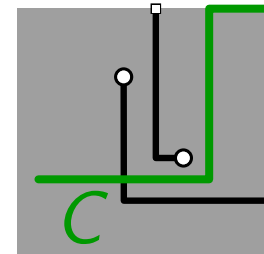
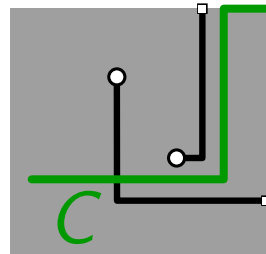
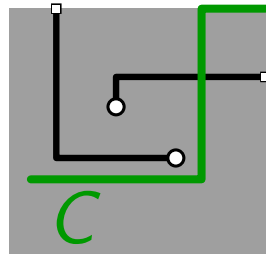
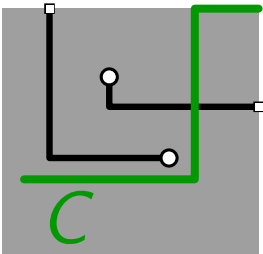
- Obere Standorte und Verbindungen liegen über C
- Rechte Standorte und Verbindungen liegen unter C
- Enthält keine der folgenden Muster



Randbeschriftungen – Struktur

xy-geteilte Lösung

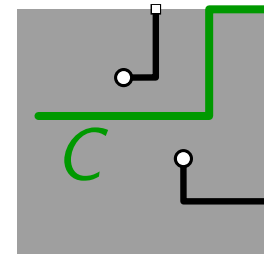
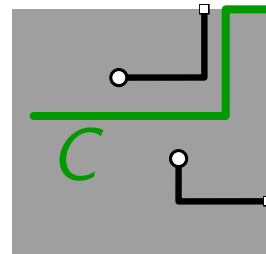
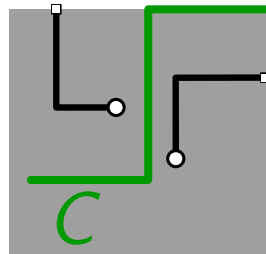
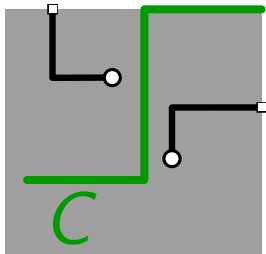
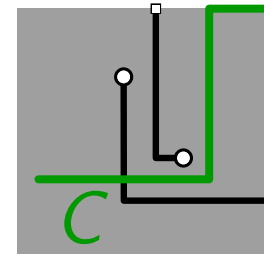
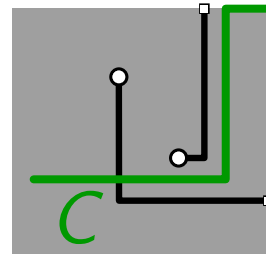
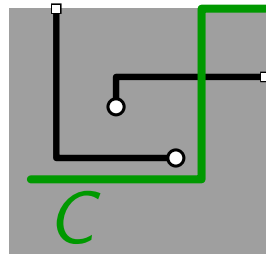
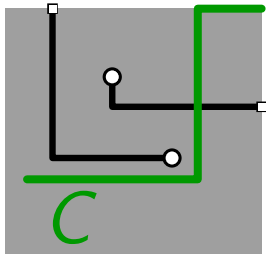
- Enthält keine der folgenden Muster



Randbeschriftungen – Struktur

xy-geteilte Lösung

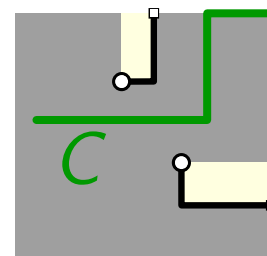
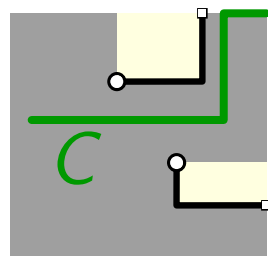
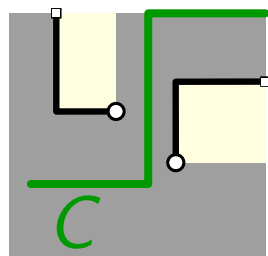
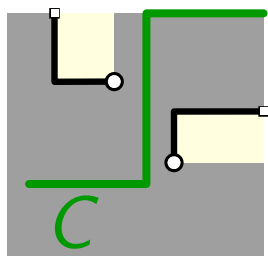
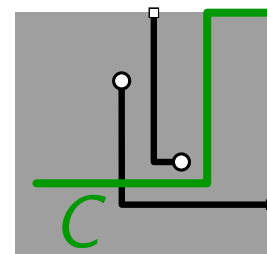
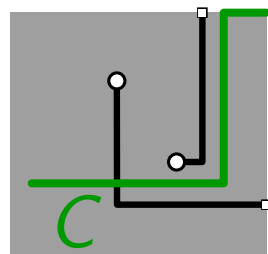
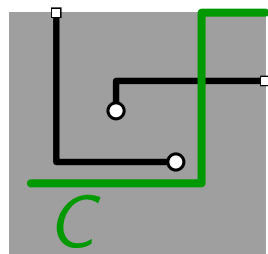
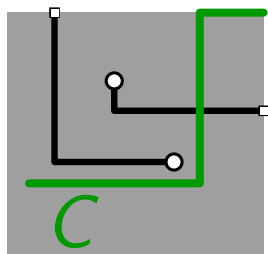
- Enthält keine der folgenden Muster



Randbeschriftungen – Struktur

xy-geteilte Lösung

- Enthält keine der folgenden Muster

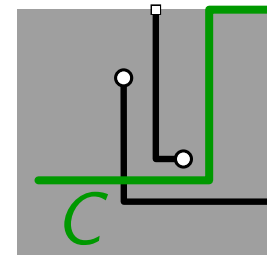
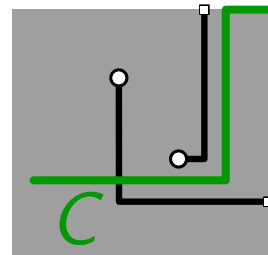
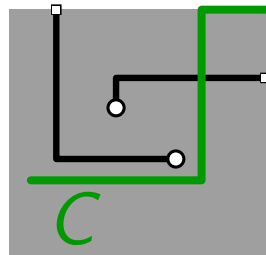
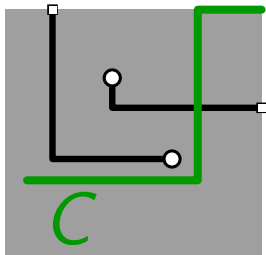


Eliminiere lokale Kreuzungen

Randbeschriftungen – Struktur

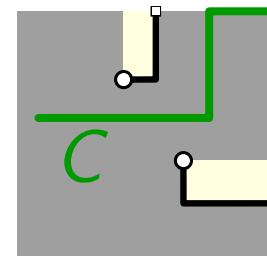
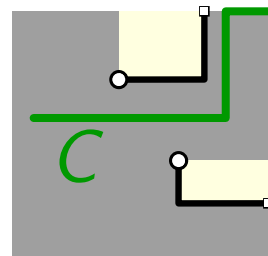
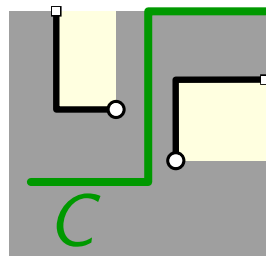
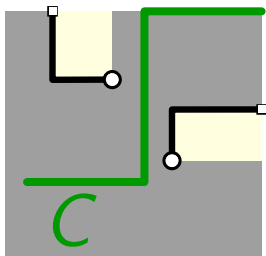
xy-geteilte Lösung

- Enthält keine der folgenden Muster



Charakterisierung: Planare Lösung

⇒ xy-geteilte planare Lösung

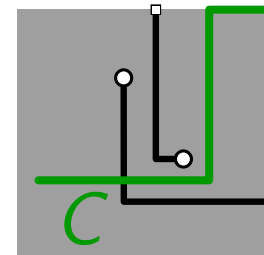
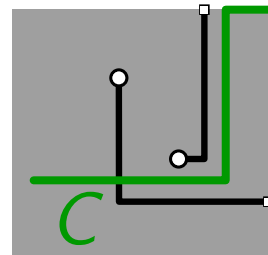
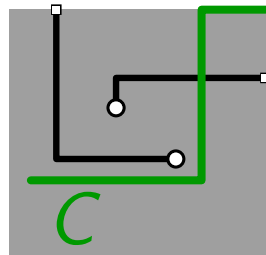
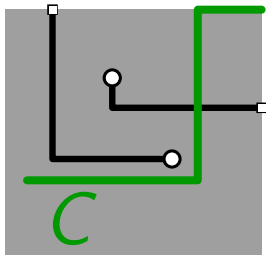


Eliminiere lokale Kreuzungen

Randbeschriftungen – Struktur

xy-geteilte Lösung

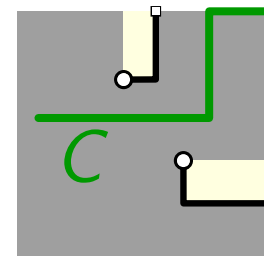
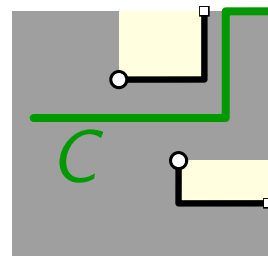
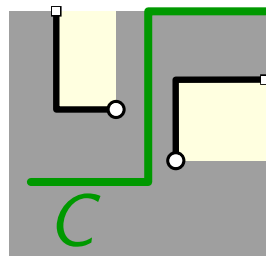
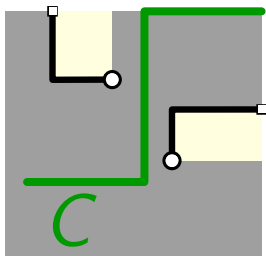
- Enthält keine der folgenden Muster



Charakterisierung: Planare Lösung

Dynamisches Programm!

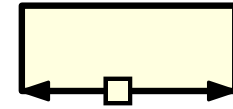
⇒ xy-geteilte planare Lösung



Eliminiere lokale Kreuzungen

Randbeschriftungen – Ergebnisse

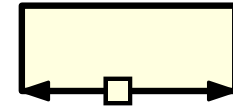
Zweiseitig, verschiebbare Anschlusspunkte:
 $O(n^2)$ Zeit, $O(n)$ Platz



Randbeschriftungen – Ergebnisse

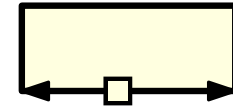
Zweiseitig, verschiebbare Anschlusspunkte:
 $O(n^2)$ Zeit, $O(n)$ Platz

Maximiere Anzahl der Beschriftungen:
 $O(n^3 \log n)$ Zeit, $O(n)$ Platz



Randbeschriftungen – Ergebnisse

Zweiseitig, verschiebbare Anschlusspunkte:
 $O(n^2)$ Zeit, $O(n)$ Platz

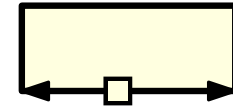


Maximiere Anzahl der Beschriftungen:
 $O(n^3 \log n)$ Zeit, $O(n)$ Platz

Minimiere Gesamtlänge der Verbindungen:
 $O(n^8 \log n)$ Zeit, $O(n^6)$ Platz

Randbeschriftungen – Ergebnisse

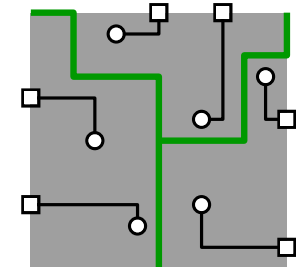
Zweiseitig, verschiebbare Anschlusspunkte:
 $O(n^2)$ Zeit, $O(n)$ Platz



Maximiere Anzahl der Beschriftungen:
 $O(n^3 \log n)$ Zeit, $O(n)$ Platz

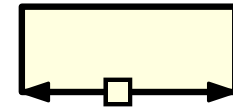
Minimiere Gesamtlänge der Verbindungen:
 $O(n^8 \log n)$ Zeit, $O(n^6)$ Platz

Dreiseitige Randbeschriftungen:
 $O(n^4)$ Zeit, $O(n)$ Platz



Randbeschriftungen – Ergebnisse

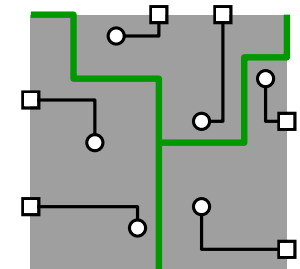
Zweiseitig, verschiebbare Anschlusspunkte:
 $O(n^2)$ Zeit, $O(n)$ Platz



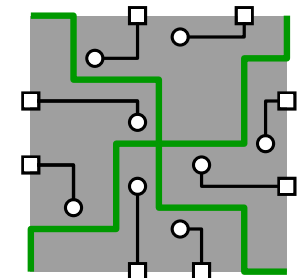
Maximiere Anzahl der Beschriftungen:
 $O(n^3 \log n)$ Zeit, $O(n)$ Platz

Minimiere Gesamtlänge der Verbindungen:
 $O(n^8 \log n)$ Zeit, $O(n^6)$ Platz

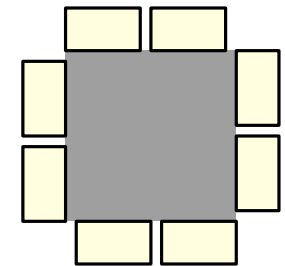
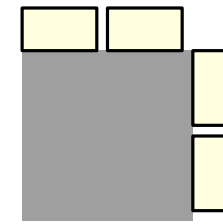
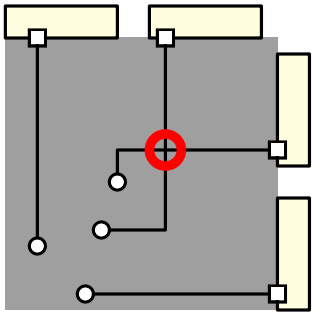
Dreiseitige Randbeschriftungen:
 $O(n^4)$ Zeit, $O(n)$ Platz



Vierseitige Randbeschriftungen:
 $O(n^9)$ Zeit, $O(n)$ Platz



Randbeschriftungen – Ergebnisse



Stil	Seiten	1	2 (geg.)	2 (neb.)	4
<i>s</i>		$O(n^{2+\epsilon})^*$			
<i>opo</i>		$O(n \log n)^*$	$O(n^2)^*$	$O(n^2 \log^3 n)^*$	
<i>do/pd</i>		$O(n^2)^\dagger$	$O(n^3)^\ddagger$		
<i>po</i>		$O(n \log n)^\dagger$	$O(n^2)^*$	$O(n^2)$	$O(n^9)$

* Bekos et al. [CGTA'07]

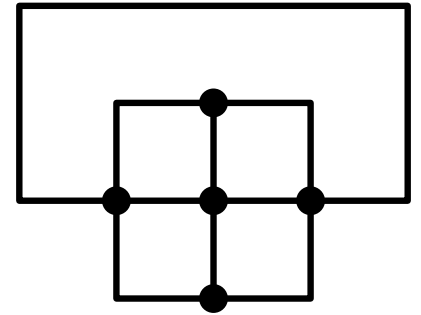
† Benkert et al. [JGAA'09]

‡ Bekos et al. [Algorithmica'10]

Teil 2:
Glatt-orthogonale
Darstellungen planarer
Graphen

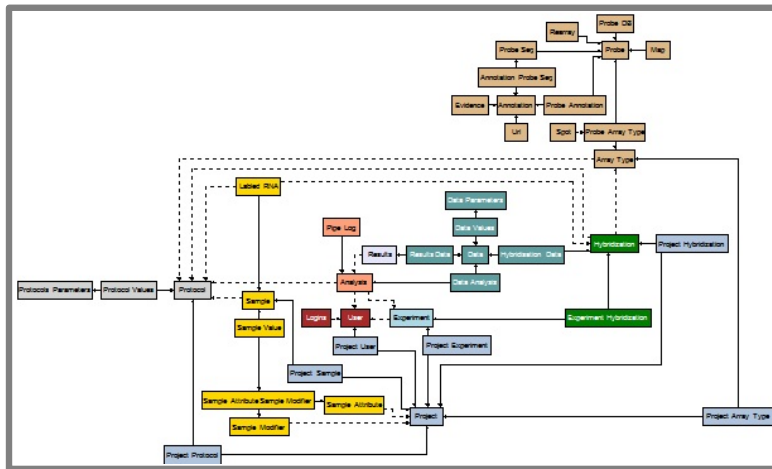
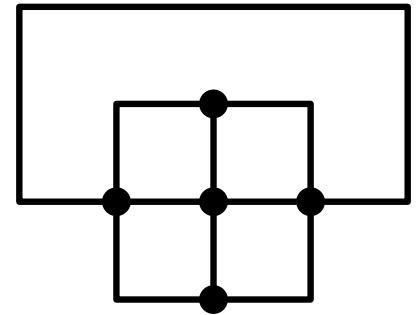
Orthogonale Darstellungen

- Alle Segmente sind horizontal oder vertikal
- Intensiv untersuchter Zeichenstil
- Viele Anwendungsbeispiele

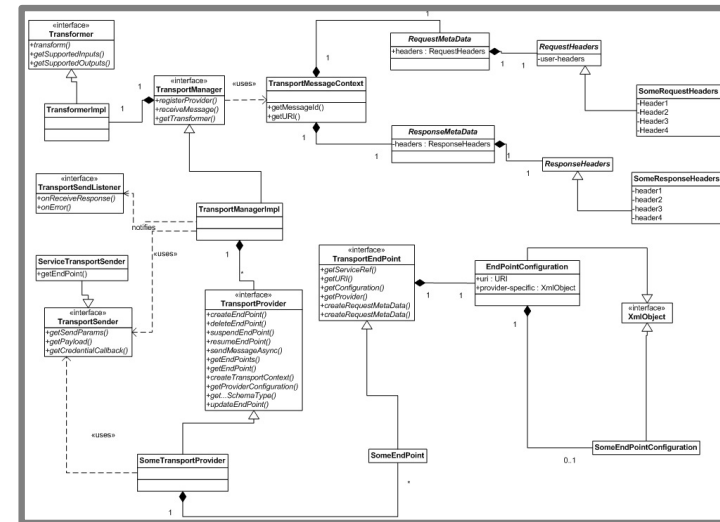


Orthogonale Darstellungen

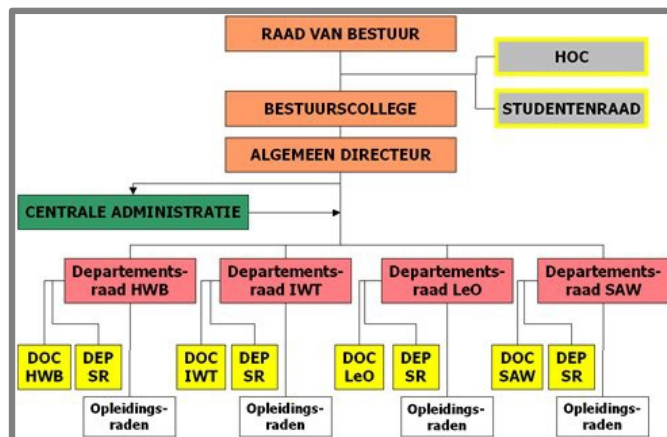
- Alle Segmente sind horizontal oder vertikal
- Intensiv untersuchter Zeichenstil
- Viele Anwendungsbeispiele



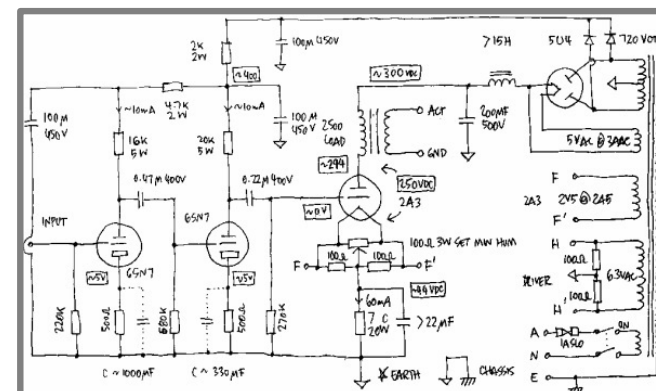
ER-Diagramm in OGDF



UML-Diagramm von Oracle



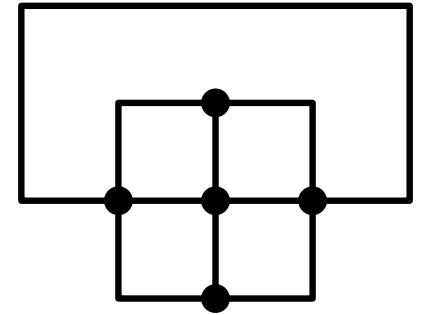
Organigramm von HS Limburg



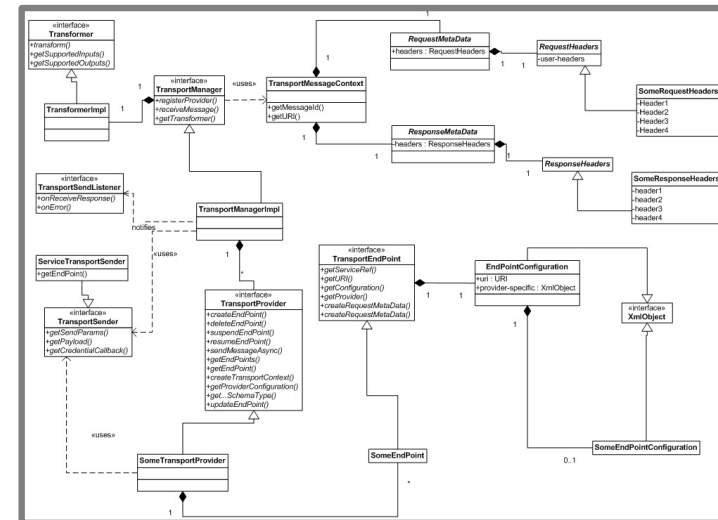
Schaltkreis-Diagramm von Jeff Atwood

Orthogonale Darstellungen

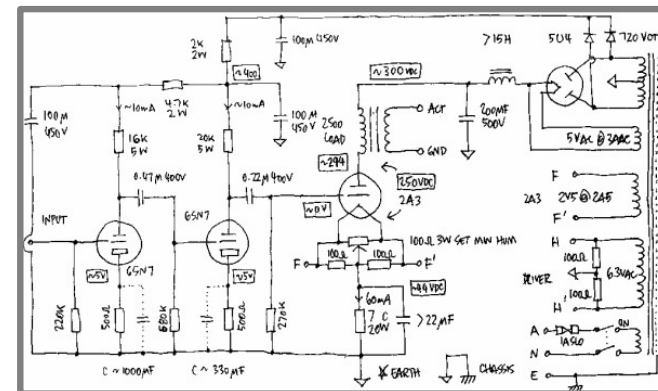
- Alle Segmente sind horizontal oder vertikal
- Intensiv untersuchter Zeichenstil
- Viele Anwendungsbeispiele



“Fused Grid” Stadtentwurf



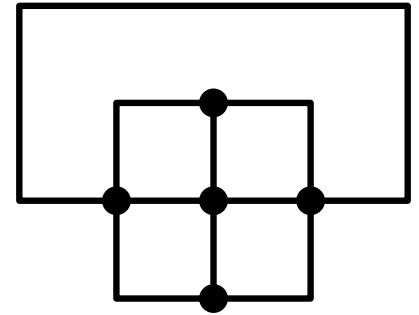
UML-Diagramm von Oracle



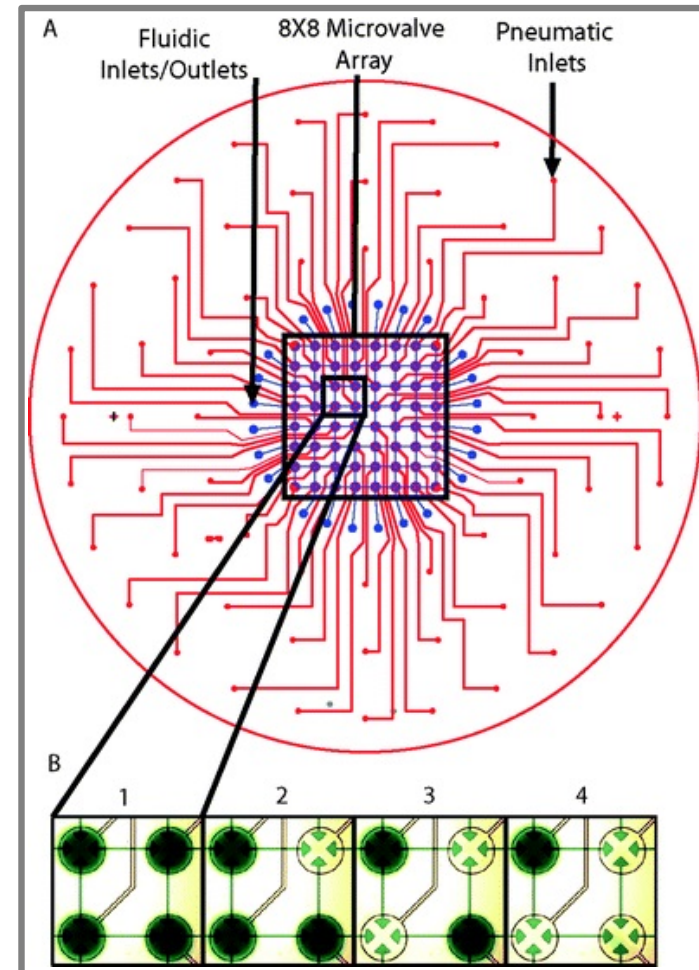
Schaltkreis-Diagramm von Jeff Atwood

Orthogonale Darstellungen

- Alle Segmente sind horizontal oder vertikal
- Intensiv untersuchter Zeichenstil
- Viele Anwendungsbeispiele



“Fused Grid” Stadtentwurf



VLSI/PCI Chip Entwurf

Glatte Zeichnungen



Mercedes W 114, 1967



Nissan Friend-ME, 2013

Glatte Zeichnungen

FOLLOW THE MONEY

The New Global Wealth Machine

Sovereign wealth funds have emerged in recent months as the world's power brokers. They have used their tremendous wealth to make big cross-border investments and prop up some of Wall Street's best-known firms. The increased activity comes as other kinds of acquirers have been sidelined by the credit crisis. These funds are state-sponsored investment vehicles and have combined assets of \$2 trillion. With that much dry powder, sovereign funds dwarf the formerly booming private equity industry — and in some cases, compete directly with it. The Government of Singapore Investment Corporation has been the most active among the world's sovereign funds, making its deputy chairman, Tony Tan, a major center of gravity. Wall Street veterans always follow the money, so many of the big-name advisers in New York and London have found themselves traveling the globe playing international matchmaker to these funds. But sovereign funds have also learned the downside of deal-making: some of their blockbuster transactions have been big money losers so far. The question is where all that money will go next. **ANDREW ROSS SORKIN**

The Advisers

Selected financial advisers who worked on more than one of the top 20 deals.

CITIGROUP

DEALS THIS ADVISER WAS INVOLVED IN



Michael Klein, Chairman, institutional clients group
One of the firm's highest-profile investment bankers, he advised Carlyle in its stake sale to Mubadala, as well as Citigroup in both of its deals with sovereign wealth funds.

GOLDMAN SACHS GROUP



Richard Ong, Former managing director
Mr. Ong left Goldman early this year after the Chinese government refused to allow the firm to promote him to run its Beijing office. Mr. Ong's brother, Charles, was the chief investment officer of Temasek Holdings until 2006.

LAZARD



Gary Parr, Deputy chairman
In addition to becoming the key adviser on many of the biggest sovereign wealth deals, Mr. Parr helped advise Bear Stearns on its distressed sale to JPMorgan Chase.

MORGAN STANLEY



Kate Richdale, Managing director
The head of Morgan Stanley's Asian general industries group, based in Hong Kong. She previously held a senior position in the investment bank's Southeast Asia group.

The Targets

UNITED STATES
MORGAN STANLEY
John J. Mack, Chairman and C.E.O.
BLACKSTONE GROUP
Stephen A. Schwarzman, Chairman and co-founder

CITIGROUP
Robert E. Rubin, Chairman
MERRILL LYNCH
John A. Thain, Chairman and C.E.O.
CARLISLE GROUP
David Rubenstein, Co-founder and managing director

BRITAIN
J. SAINSBURY
Justin King, Chief executive
STANDARD CHARTERED BANK
Peter Sands, Chief executive

SWITZERLAND
UBS
Marcel Rohner, Chief executive

Qatar Investment Authority
Kerem Shren, Head of strategic and private equity
Mubadala Development Co.
Khalid bin Khalifa al-Mubarak, C.E.O. and managing director
Abu Dhabi Investment Authority
Sheik Khalifa bin Zayed al-Nahyan, Chairman

The Buyers

China Investment Corp.
Lou Jiwei, Chairman

CHINA CONSTRUCTION BANK
Chang Zhenming, (then president)
BANK OF CHINA
Li Lu, President and vice chairman

HONG KONG
HUTCHISON
John E. Meredith, Group managing director
HONGKONG INT. TERMINALS
Eric Ip, Managing director

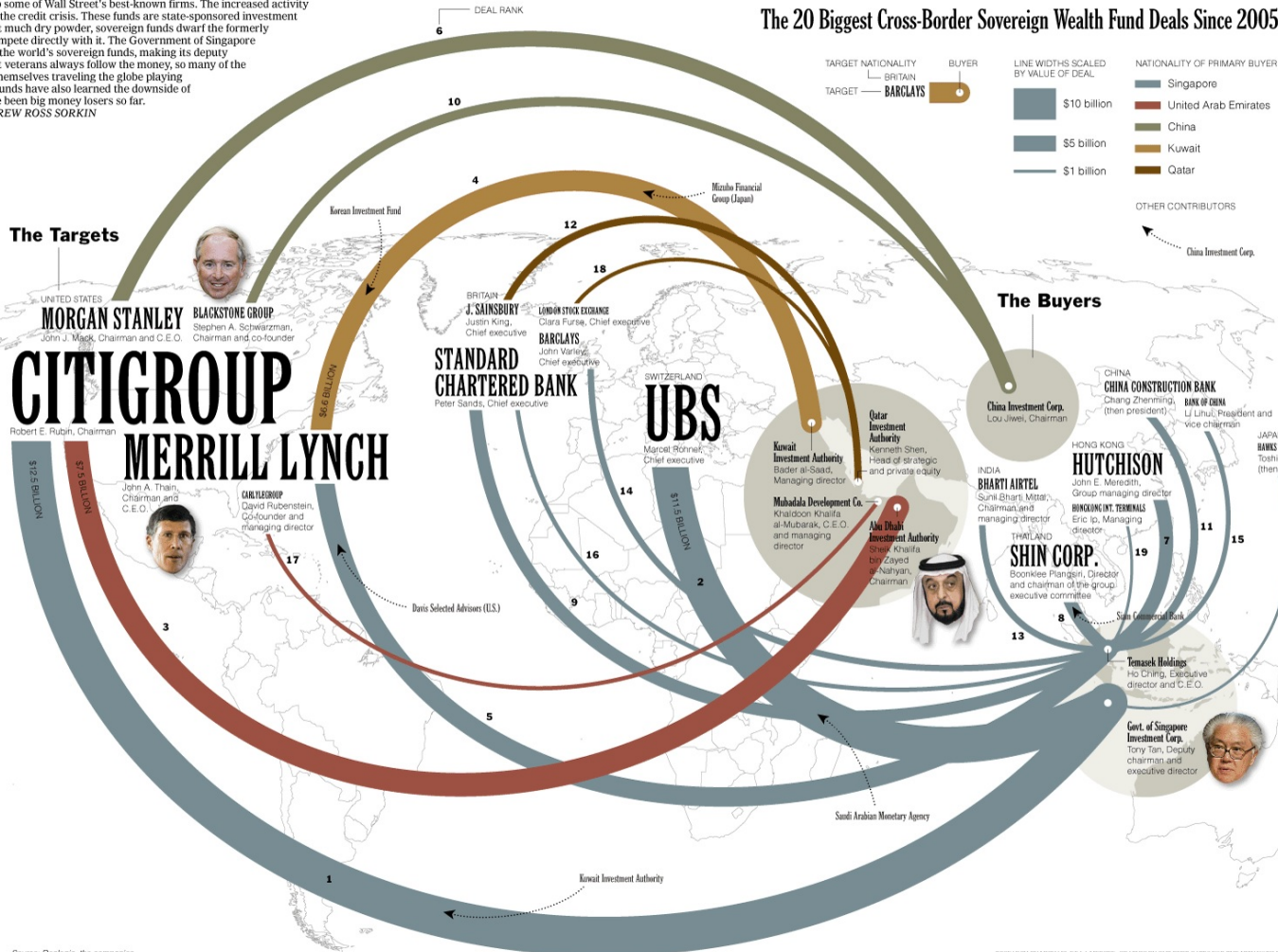
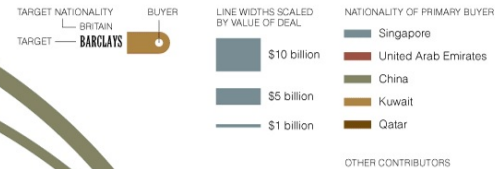
INDIA
BHARTI AIRTEL
Sunil Shakti Mittal, Chairman and managing director
THAILAND
SHIN CORP.
Somsak Phangorn, Director and chairman of the group executive committee

THAILAND
SUNAM
Sena Commercial Bank

THAILAND
Temasek Holdings
Ho Ching, Executive director and C.E.O.
Govt. of Singapore Investment Corp.
Tony Tan, Deputy chairman and executive director

Saudi Arabian Monetary Agency

The 20 Biggest Cross-Border Sovereign Wealth Fund Deals Since 2005



The Lawyers

Selected lawyers who worked on more than one of the top 20 deals.

DEALS THIS LAWYER WAS INVOLVED IN



James Baird, Partner and global head of private equity
Mr. Baird's firm, based in London, was one of the early firms to make a bet on Asia by staffing up there before some of the traditional white-shoe Wall Street firms ventured there.



Randall D. Guynn, Partner
As head of the firm's financial institutions group, he has advised on many international deals in Europe and Asia. He also worked on the team that advised Morgan Stanley in its \$5.5 billion stake sale to China's sovereign wealth fund.



Richard Good, Partner
Based in Singapore, Mr. Good is the firm's man-on-the-ground in Asia. He has worked for Linklaters in Asia since 2000.



Stephen M. Besen, Partner
A longtime hand in the Middle East, Mr. Besen's deep relationships have helped his firm carve out one of the strongest niches in the region.



H. Rodgin Cohen, Chairman
The world's go-to lawyer for sovereign wealth investments in financial services firms. He worked on twice as many sovereign wealth related deals than any other individual.

Source: Dealogic; the companies

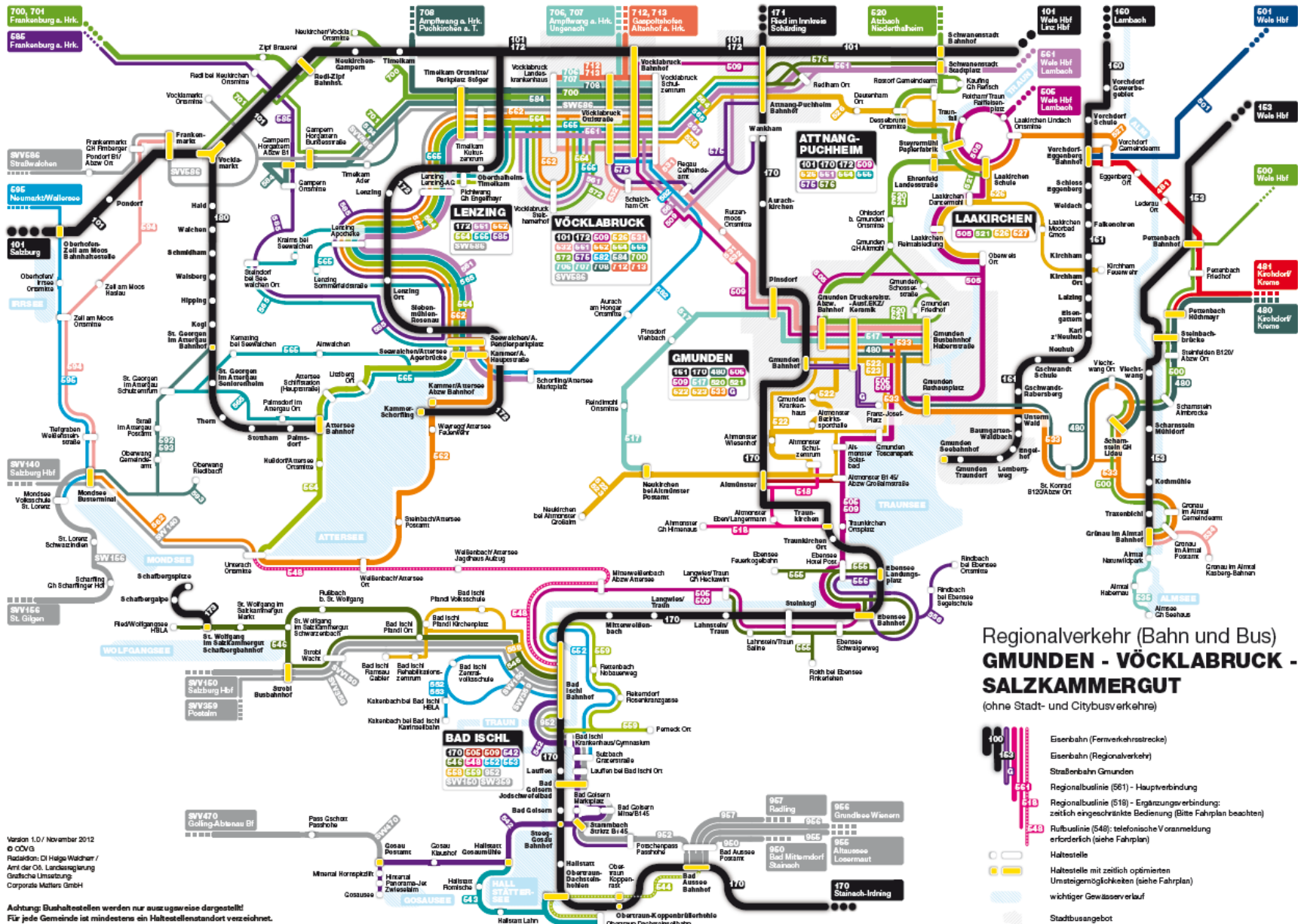
RESEARCH BY MICHAEL DE LA MEREDITH; GRAPHIC BY GILBERT GATES FOR THE NEW YORK TIMES

Glatte Zeichnungen



Städtemodell

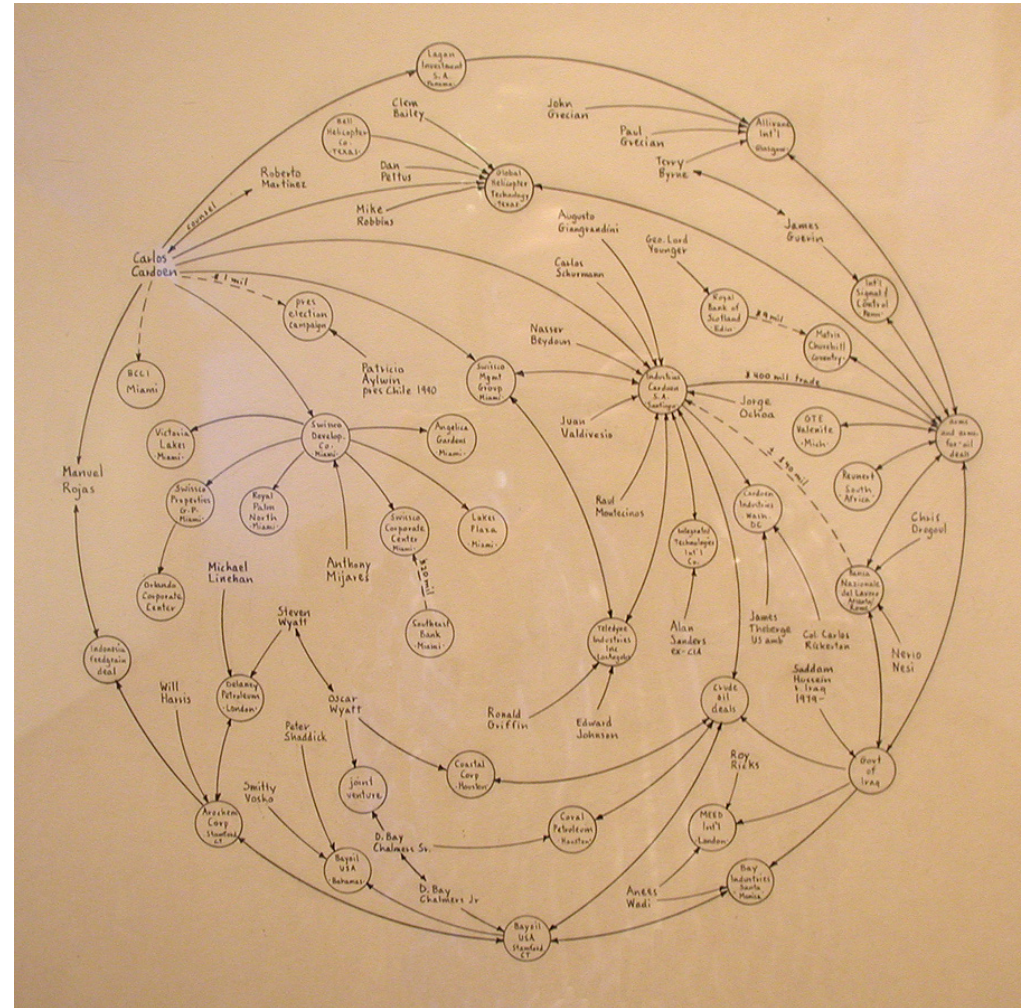
Glatte Zeichnungen



Glatte Zeichnungen

Lombardi-Zeichnungen

- Kreissegmente
- Perfekte Winkelauflösung



Mark Lombardi
(1951–2000)

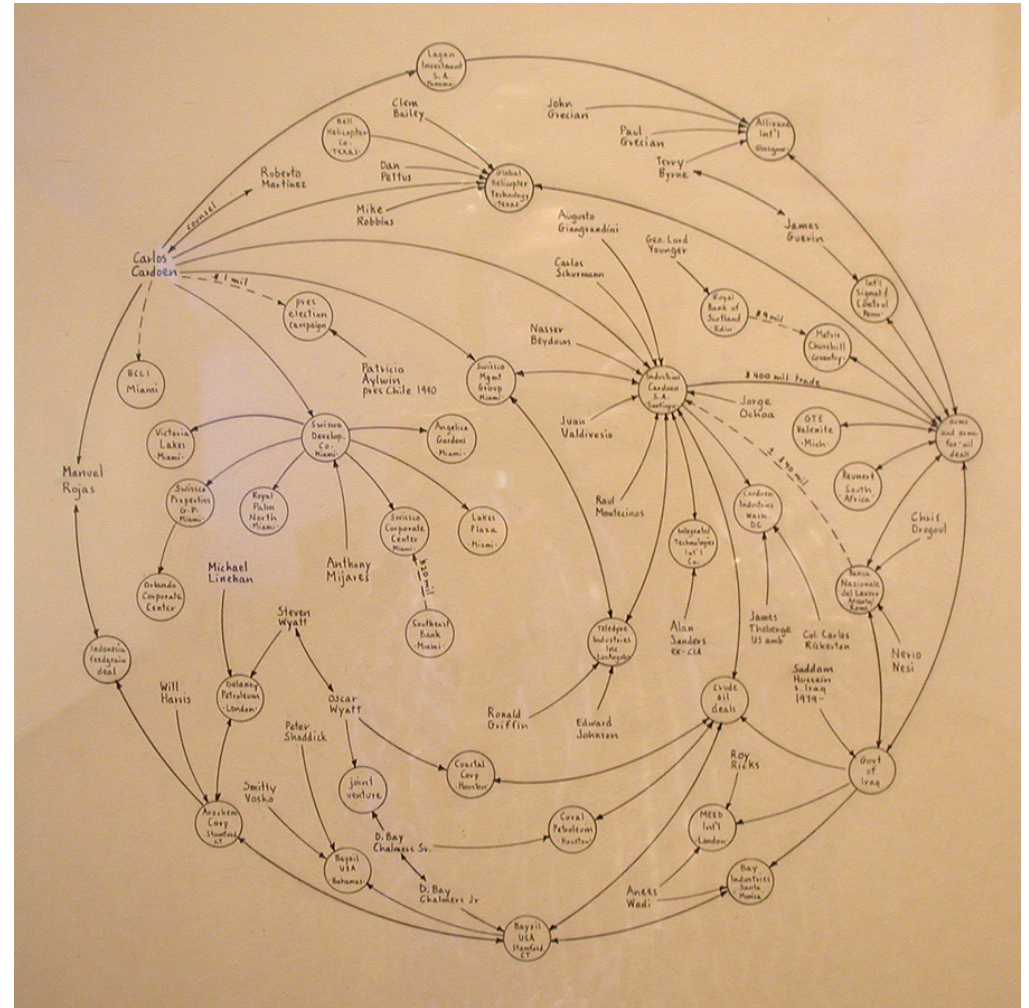
Glatte Zeichnungen

Lombardi-Zeichnungen

- Kreissegmente
- Perfekte Winkelauflösung

k -Lombardi-Zeichnungen

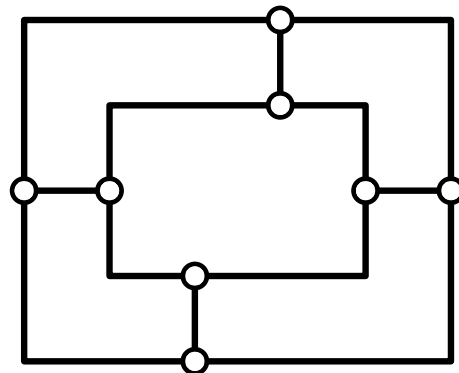
- Kanten bestehen aus k Kreissegmenten



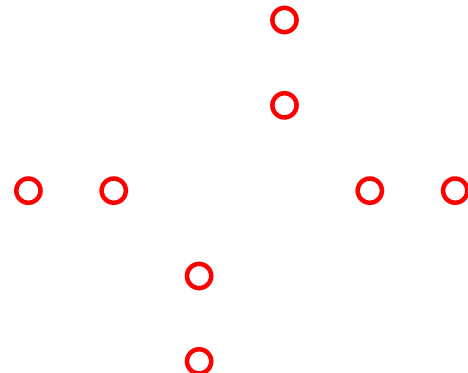
Mark Lombardi
(1951–2000)

Glatt-orthogonale Darstellungen

Vereinige beide Welten:



orthogonal

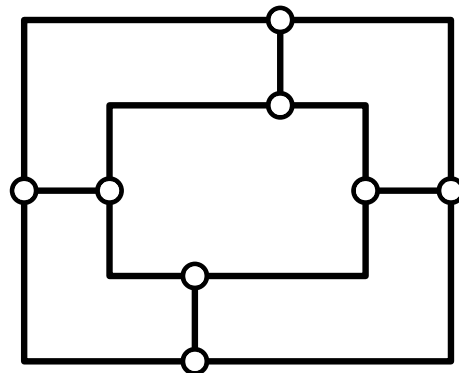


glatt-orthogonal

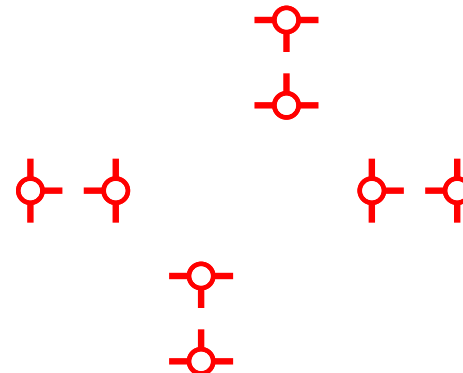
Glatt-orthogonale Darstellungen

Vereinige beide Welten:

- Kanten treffen horizontal oder vertikal auf Knoten



orthogonal

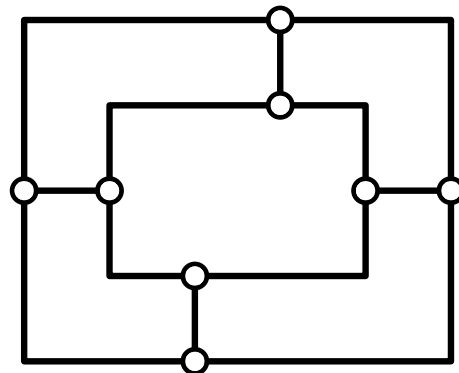


glatt-orthogonal

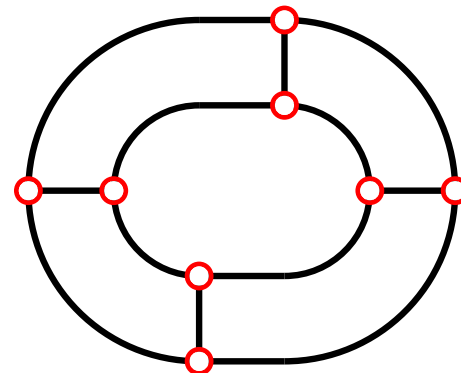
Glatt-orthogonale Darstellungen

Vereinige beide Welten:

- Kanten treffen horizontal oder vertikal auf Knoten
- Kanten bestehen aus achsen-parallelen Segmenten und Kreissegmenten ohne Knicke



orthogonal

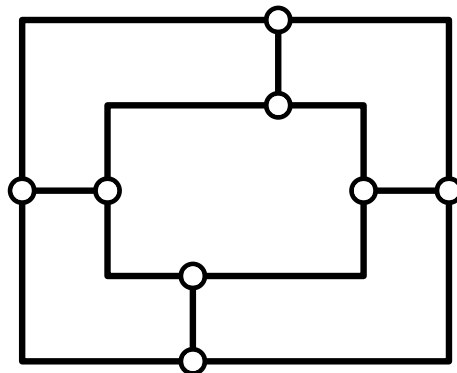


glatt-orthogonal

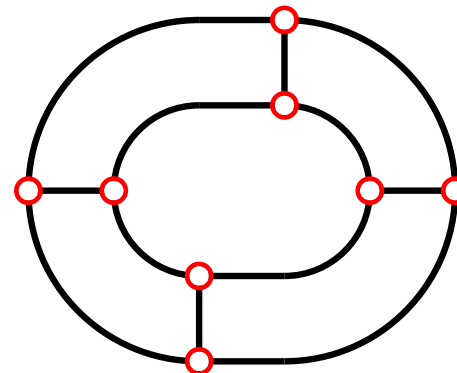
Glatt-orthogonale Darstellungen

Vereinige beide Welten:

- Kanten treffen horizontal oder vertikal auf Knoten
- Kanten bestehen aus achsen-parallelen Segmenten und Kreissegmenten ohne Knicke
- Es gibt keine Kantenkreuzungen (für planare Graphen)

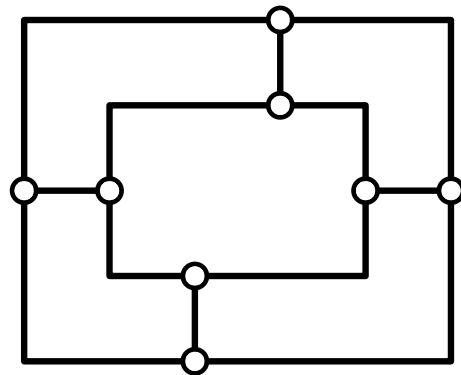


orthogonal

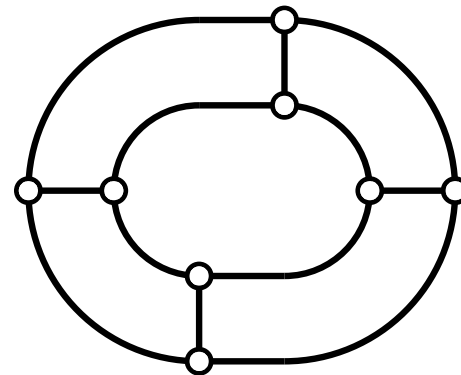


glatt-orthogonal

Kantenkomplexität



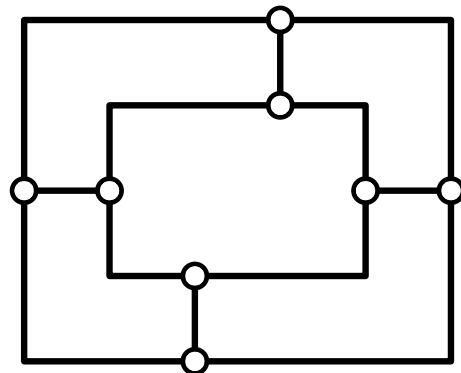
orthogonal



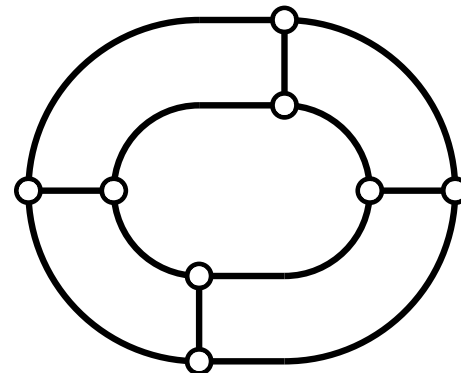
glatt-orthogonal

Kantenkomplexität

Komplexität einer Kante: Anzahl der Segmente



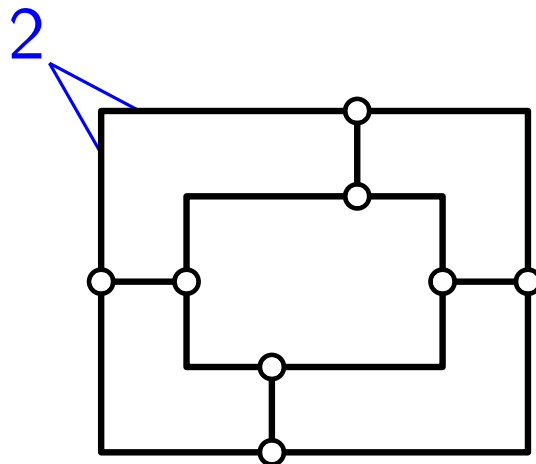
orthogonal



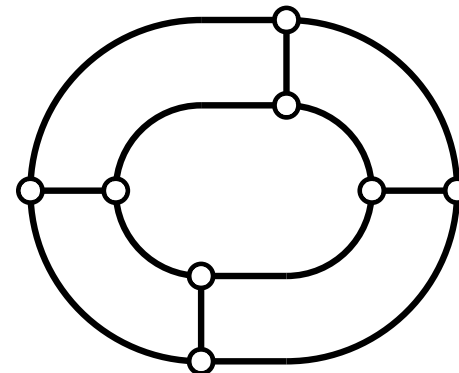
glatt-orthogonal

Kantenkomplexität

Komplexität einer Kante: Anzahl der Segmente



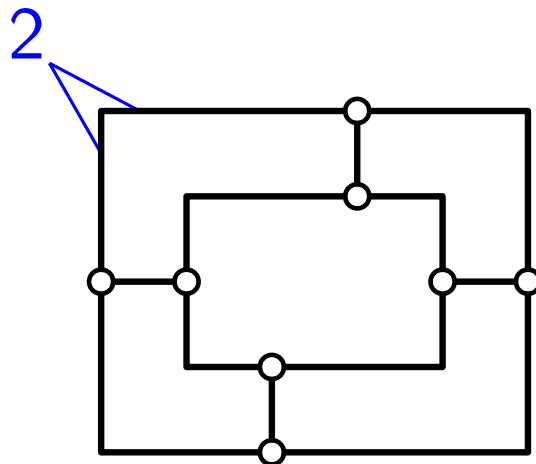
orthogonal



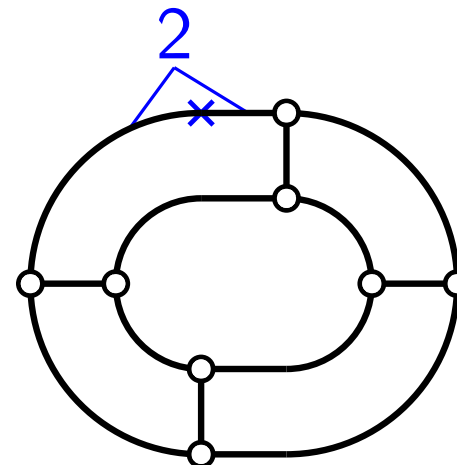
glatt-orthogonal

Kantenkomplexität

Komplexität einer Kante: Anzahl der Segmente



orthogonal

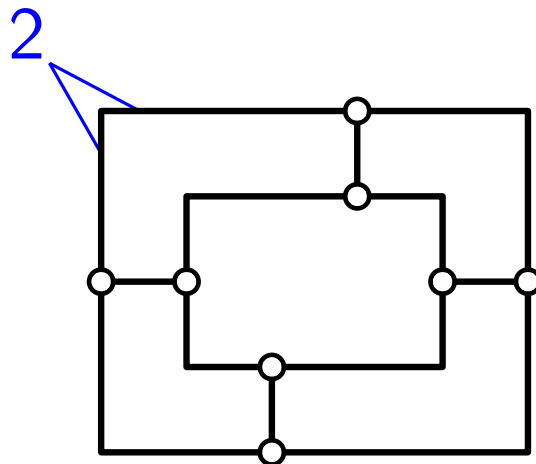


glatt-orthogonal

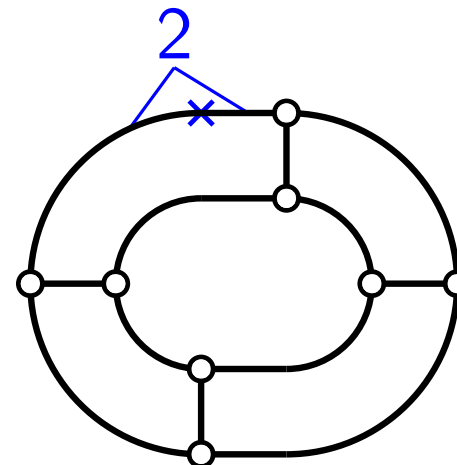
Kantenkomplexität

Komplexität einer Kante: Anzahl der Segmente

Komplexität einer Zeichnung: Größte Komplexität aller Kanten



orthogonal

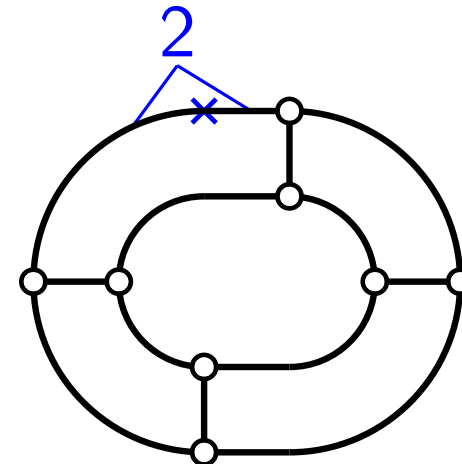
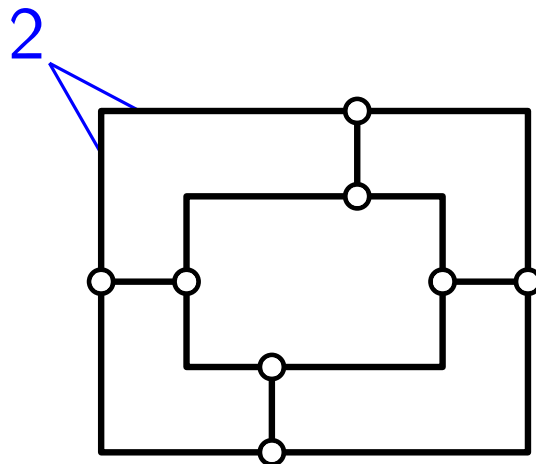
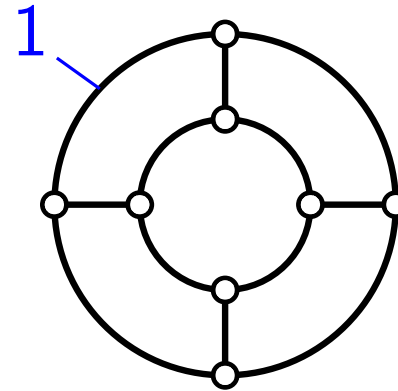
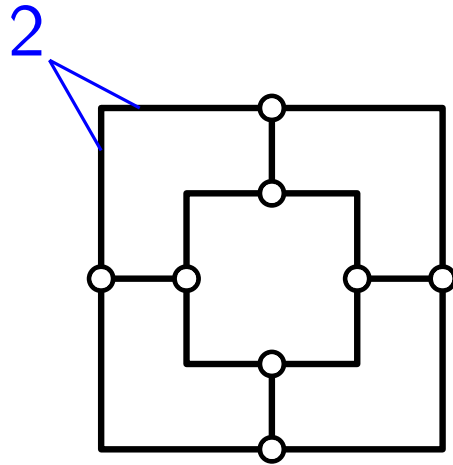


glatt-orthogonal

Kantenkomplexität

Komplexität einer Kante: Anzahl der Segmente

Komplexität einer Zeichnung: Größte Komplexität aller Kanten



orthogonal

glatt-orthogonal

Bekannte Resultate

Biedl & Kant [CGTA'98],

Liu et al. [DAM'98]

4-planarer Graph \Rightarrow orth. Komplexität 3, $(n \times n)$ -Gitter

Bekannte Resultate

Biedl & Kant [CGTA'98],

Liu et al. [DAM'98]

4-planarer Graph \Rightarrow orth. Komplexität 3, $(n \times n)$ -Gitter

Bekos et al.

[GD'12]

- Zweifach zusammenhängender 4-planarer Graph \Rightarrow glatt-orth. Komplexität 3

Bekannte Resultate

Biedl & Kant [CGTA'98],

Liu et al. [DAM'98]

4-planarer Graph \Rightarrow orth. Komplexität 3, $(n \times n)$ -Gitter

Bekos et al.

[GD'12]

- Zweifach zusammenhängender 4-planarer Graph \Rightarrow glatt-orth. Komplexität 3
- 4-planarer Graph $\not\Rightarrow$ glatt-orth. Komplexität 1

Bekannte Resultate

Biedl & Kant [CGTA'98],

Liu et al. [DAM'98]

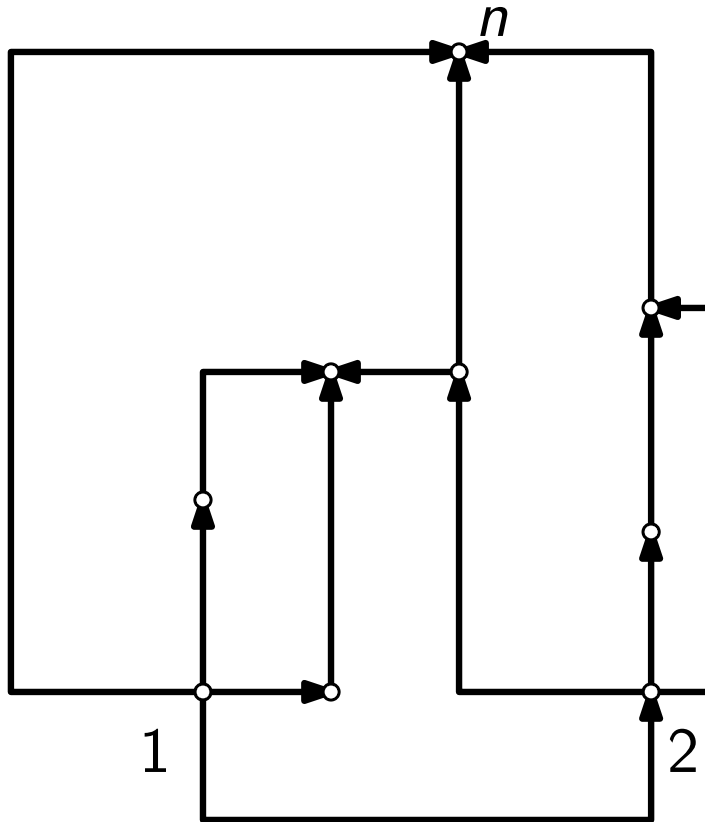
4-planarer Graph \Rightarrow orth. Komplexität 3, $(n \times n)$ -Gitter

Bekos et al.

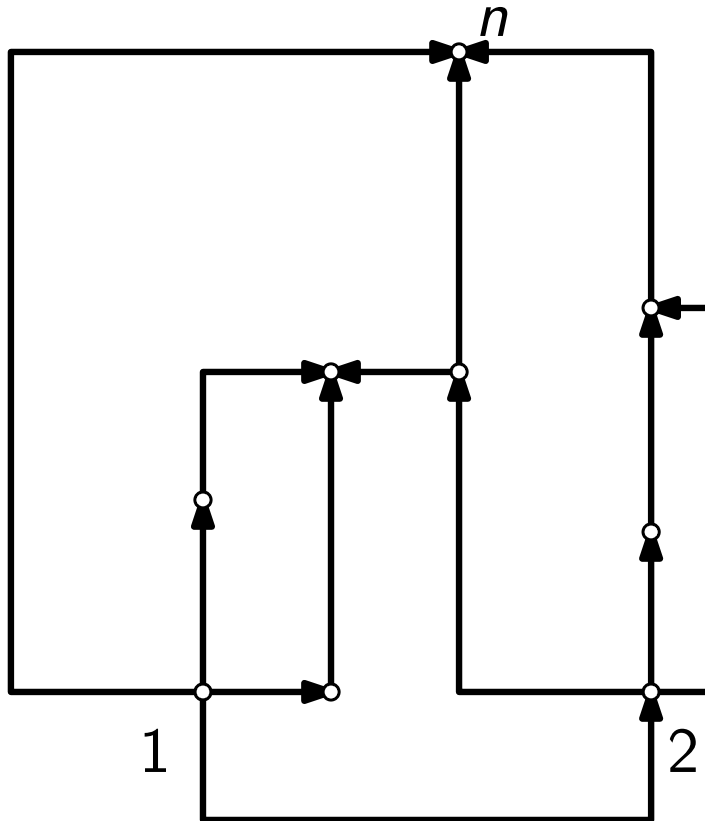
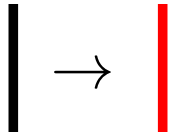
[GD'12]

- Zweifach zusammenhängender 4-planarer Graph \Rightarrow glatt-orth. Komplexität 3
- 4-planarer Graph $\not\Rightarrow$ glatt-orth. Komplexität 1

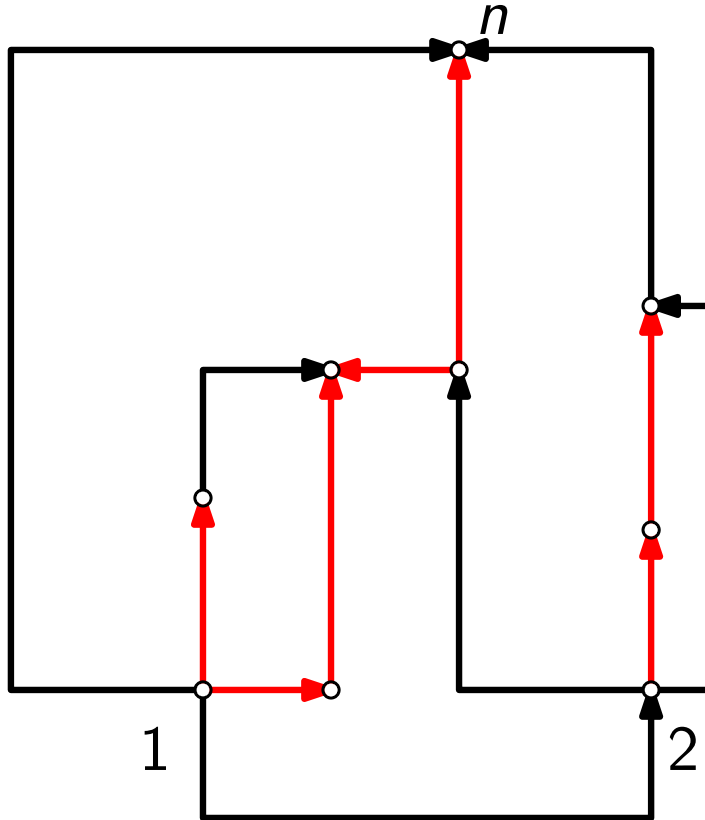
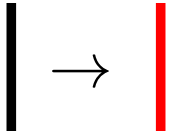
Komplexität-2 Zeichnungen



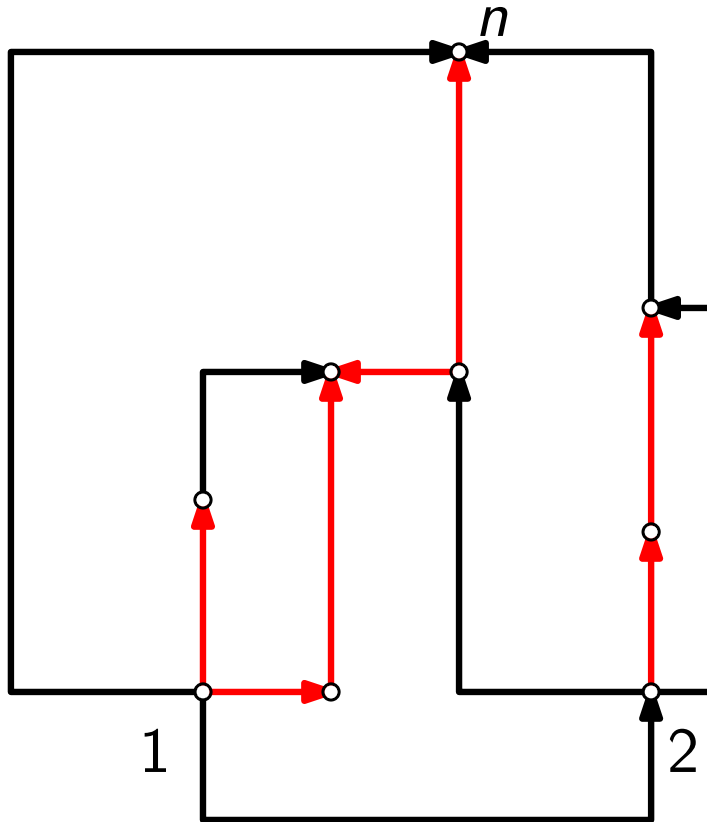
Komplexität-2 Zeichnungen



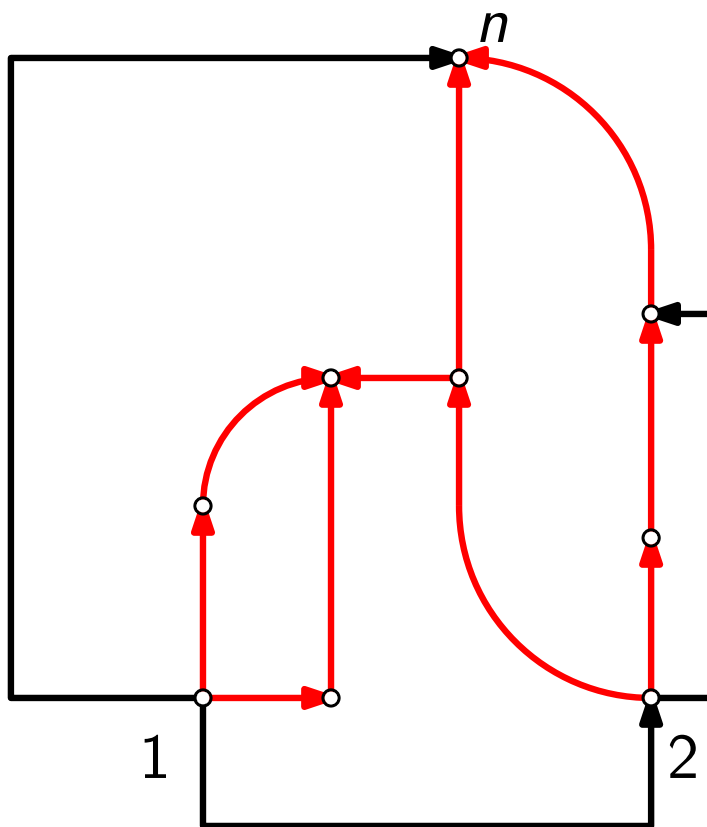
Komplexität-2 Zeichnungen



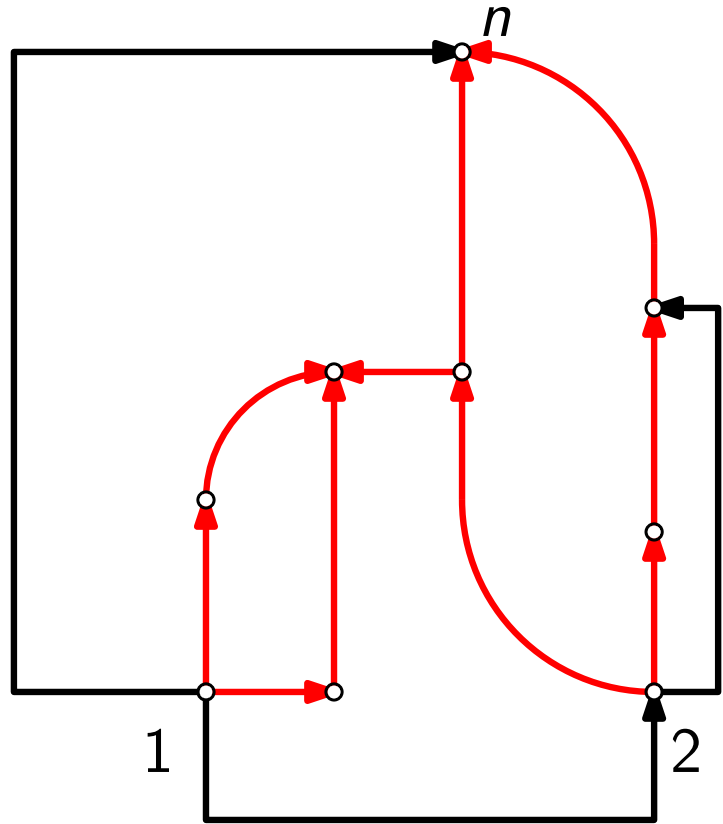
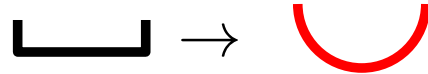
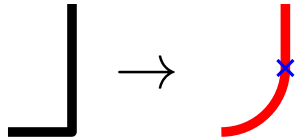
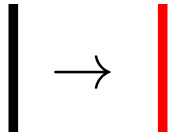
Komplexität-2 Zeichnungen



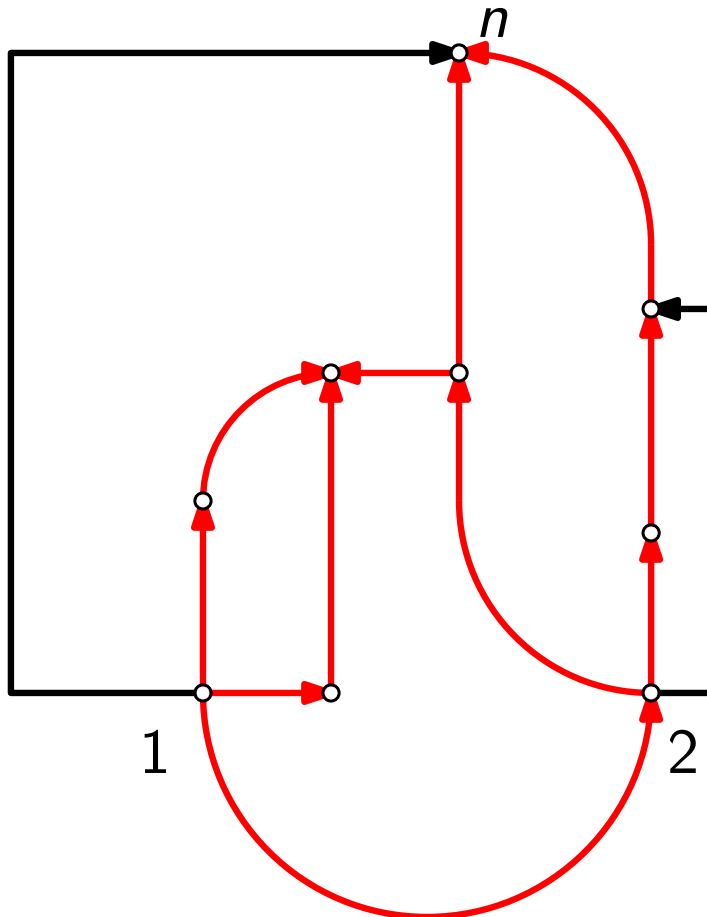
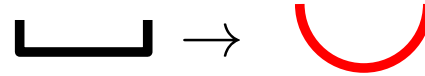
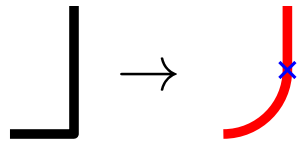
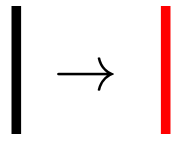
Komplexität-2 Zeichnungen



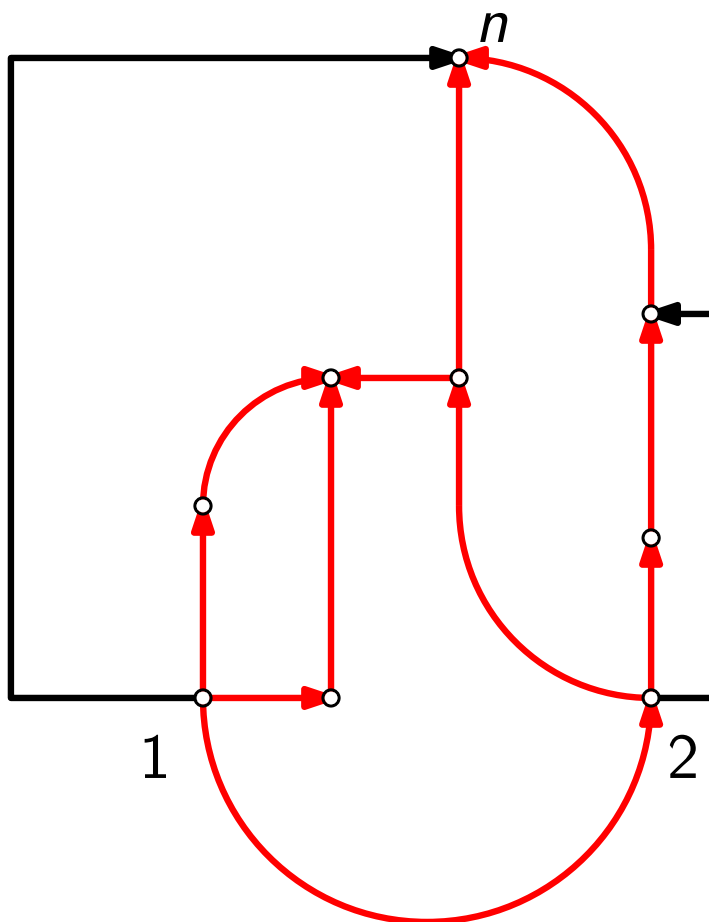
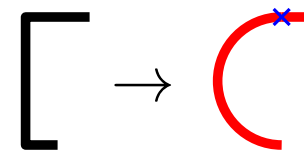
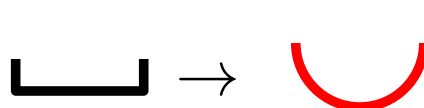
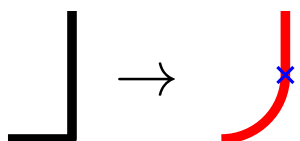
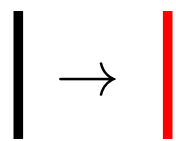
Komplexität-2 Zeichnungen



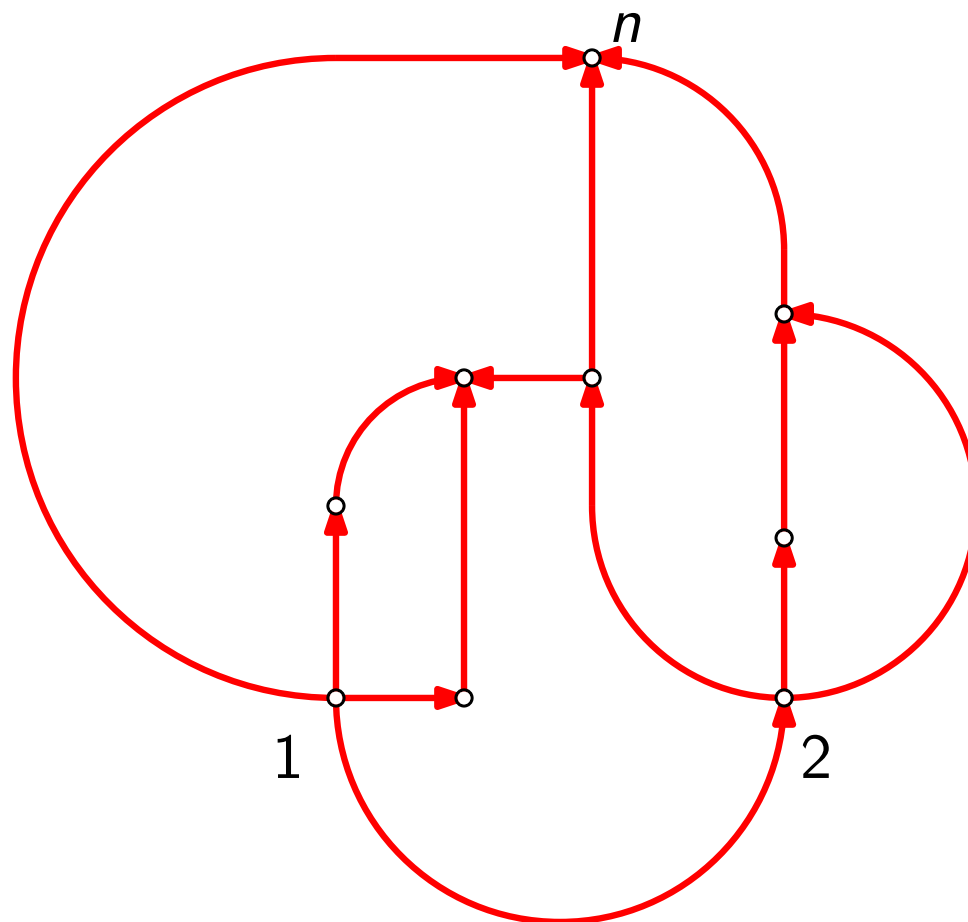
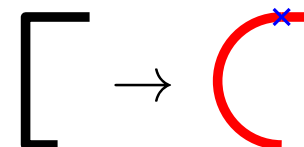
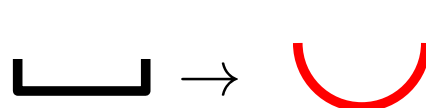
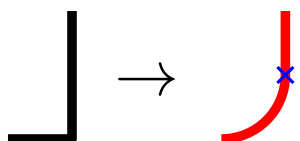
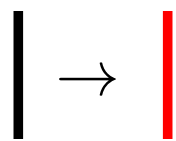
Komplexität-2 Zeichnungen



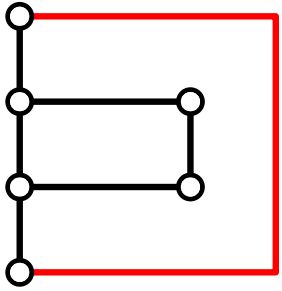
Komplexität-2 Zeichnungen



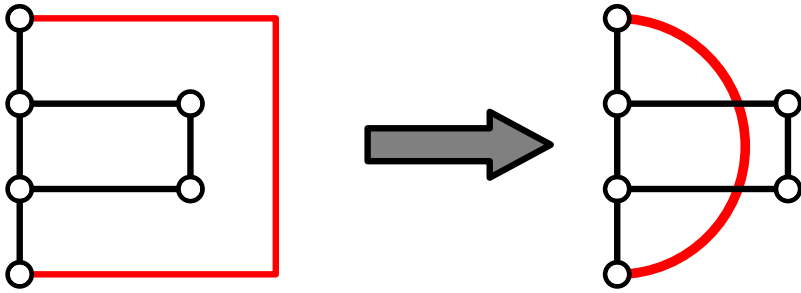
Komplexität-2 Zeichnungen



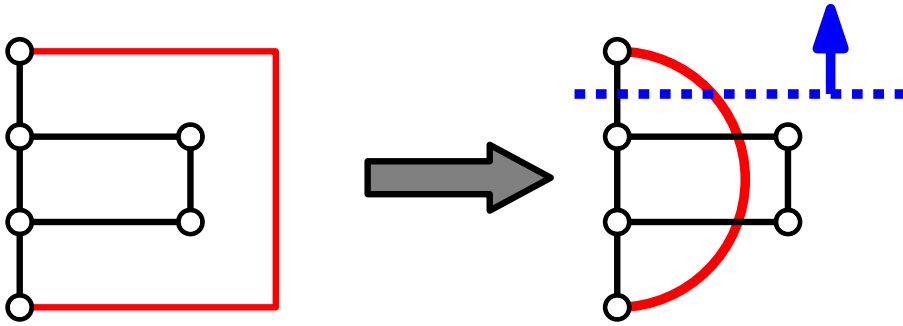
Kreuzungen



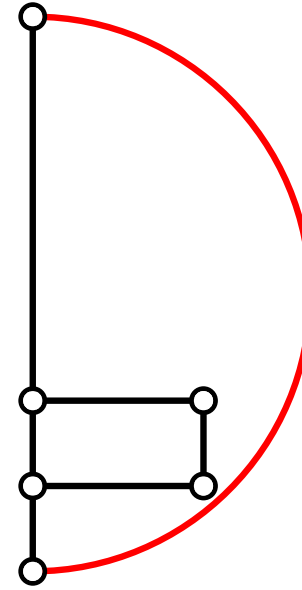
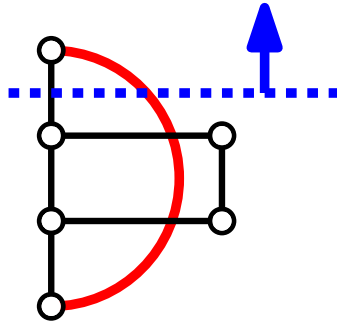
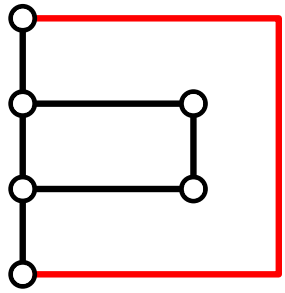
Kreuzungen



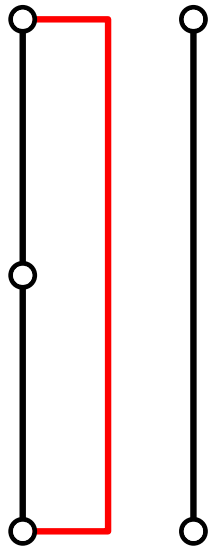
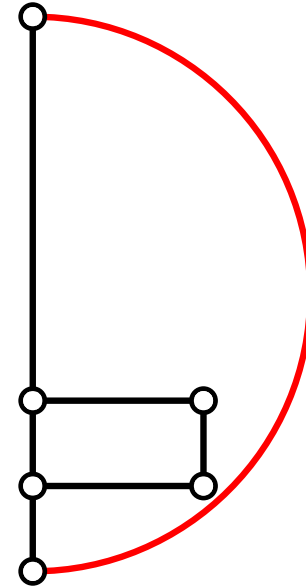
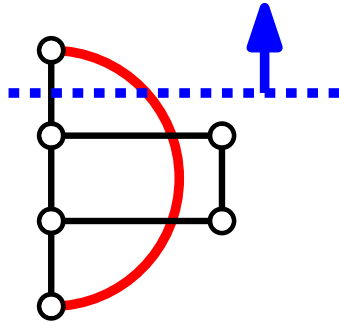
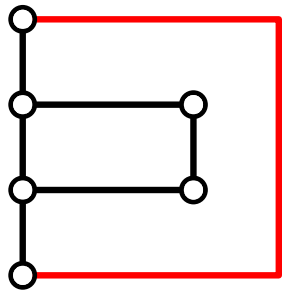
Kreuzungen



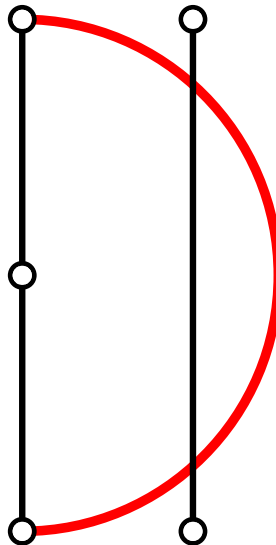
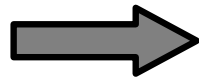
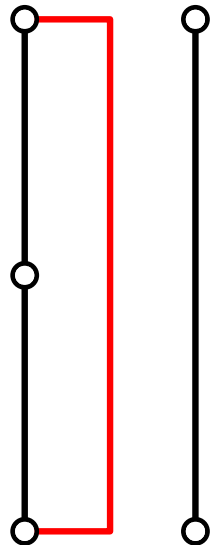
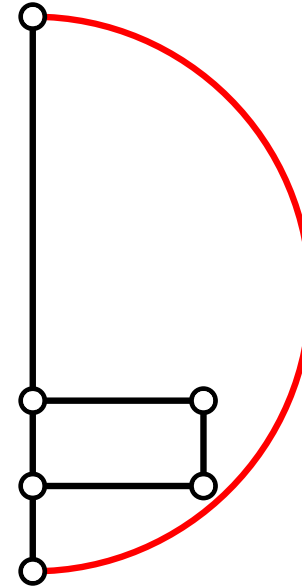
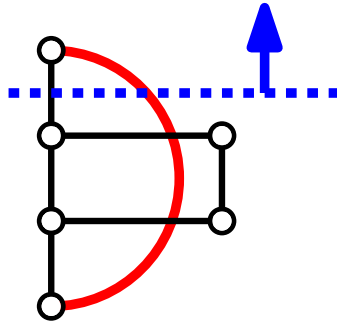
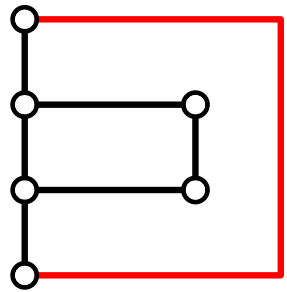
Kreuzungen



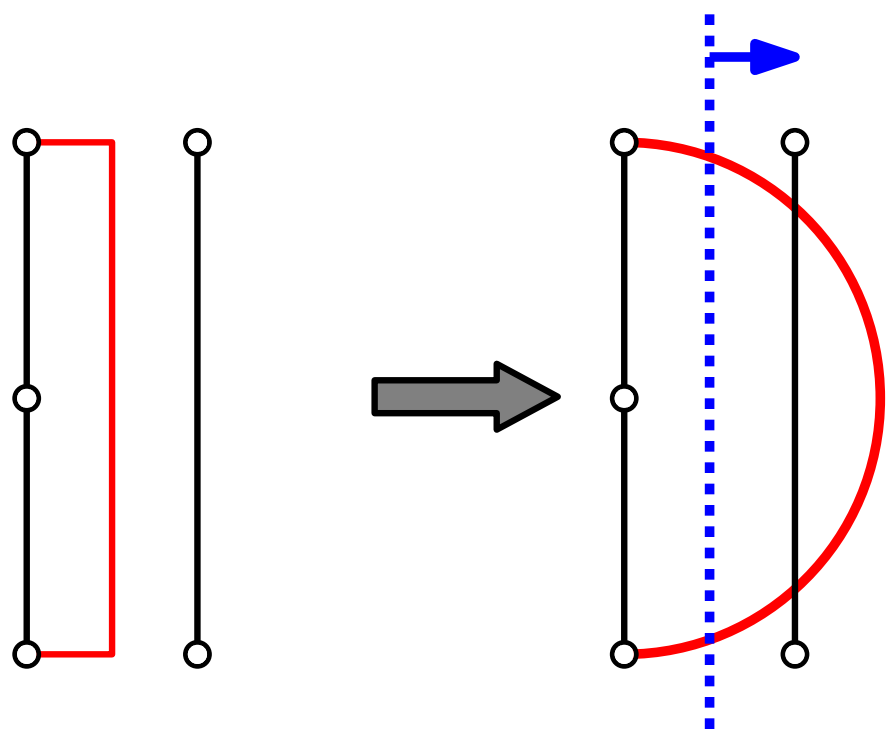
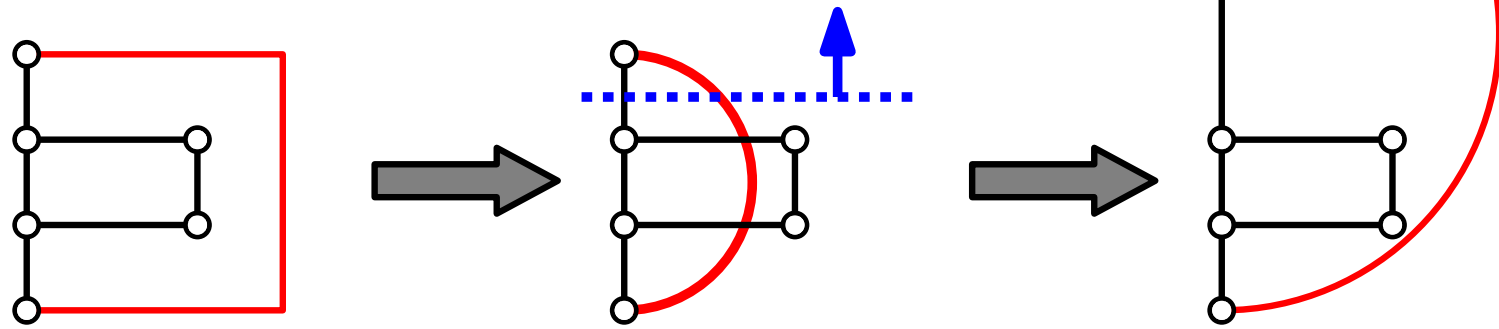
Kreuzungen



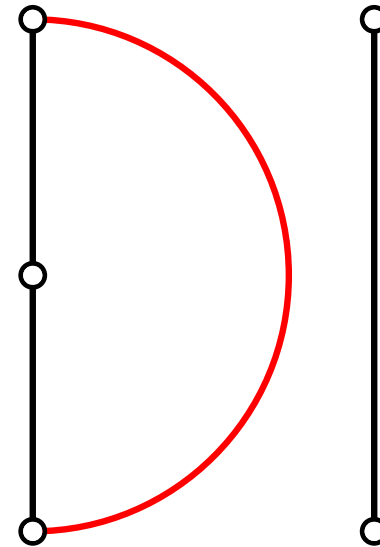
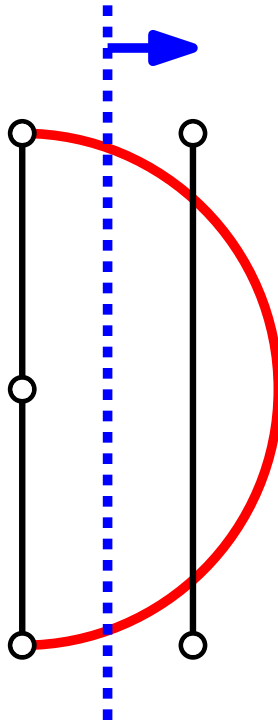
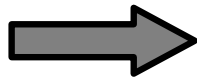
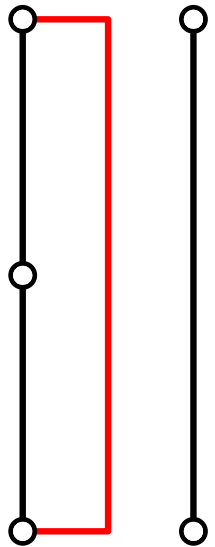
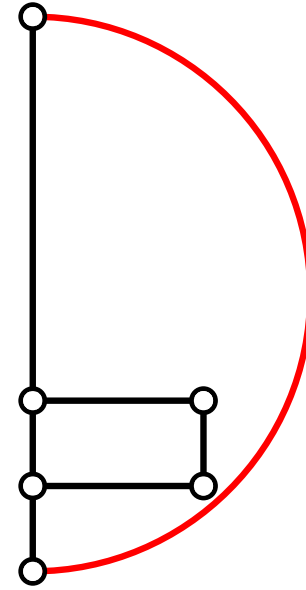
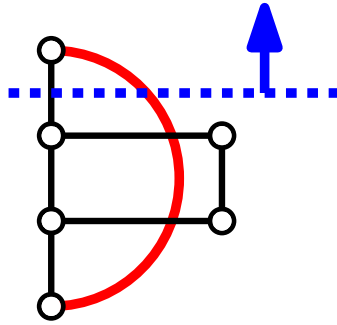
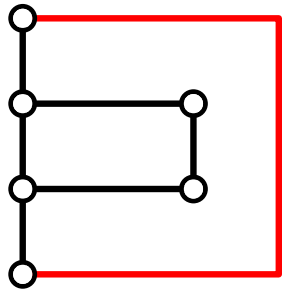
Kreuzungen



Kreuzungen



Kreuzungen



Glatt-orthogonale Zeichnungen – Ergebnisse

Zweifach zusammenhängender 4-planarer Graph \Rightarrow
glatt-orth. Komplexität 3

Glatt-orthogonale Zeichnungen – Ergebnisse

~~Zweifach zusammenhängender~~ 4-planarer Graph \Rightarrow
glatt-orth. Komplexität ~~≥ 2~~ , exponentielle Fläche

Glatt-orthogonale Zeichnungen – Ergebnisse

~~Zweifach zusammenhängender~~ 4-planarer Graph \Rightarrow
glatt-orth. Komplexität ~~3~~ 2, exponentielle Fläche

3-planarer Graph \Rightarrow glatt-orth. Kompl. 2, polynomielle Fläche

Glatt-orthogonale Zeichnungen – Ergebnisse

~~Zweifach zusammenhängender~~ 4-planarer Graph \Rightarrow
glatt-orth. Komplexität ~~2~~ 2, exponentielle Fläche

3-planarer Graph \Rightarrow glatt-orth. Kompl. 2, polynomielle Fläche

- zweifach zusammenhängend 4-außenplanar
 - dreifach zusammenhängend 3-planar
 - Hamiltonsch 3-planar
- \Rightarrow glatt-orth. Komplexität 1

Glatt-orthogonale Zeichnungen – Ergebnisse

~~Zweifach zusammenhängender~~ 4-planarer Graph \Rightarrow
glatt-orth. Komplexität ~~2~~ 2, exponentielle Fläche

3-planarer Graph \Rightarrow glatt-orth. Kompl. 2, polynomielle Fläche

- zweifach zusammenhängend 4-außenplanar
 - dreifach zusammenhängend 3-planar
 - Hamiltonsch 3-planar
- \Rightarrow glatt-orth. Komplexität 1

glatt-orth. Komplexität 1 \Rightarrow exponentielle Fläche benötigt

Glatt-orthogonale Zeichnungen – Ergebnisse

~~Zweifach zusammenhängender~~ 4-planarer Graph \Rightarrow
glatt-orth. Komplexität ~~2~~, exponentielle Fläche

3-planarer Graph \Rightarrow glatt-orth. Kompl. 2, polynomielle Fläche

- zweifach zusammenhängend 4-außenplanar
 - dreifach zusammenhängend 3-planar
 - Hamiltonsch 3-planar
- \Rightarrow glatt-orth. Komplexität 1

glatt-orth. Komplexität 1 \Rightarrow exponentielle Fläche benötigt

4-planarer Graph $\not\Rightarrow$ glatt-orth. Komplexität 1

Glatt-orthogonale Zeichnungen – Ergebnisse

~~Zweifach zusammenhängender~~ 4-planarer Graph \Rightarrow
glatt-orth. Komplexität ~~2~~, exponentielle Fläche

3-planarer Graph \Rightarrow glatt-orth. Kompl. 2, polynomielle Fläche

- zweifach zusammenhängend 4-außenplanar
 - dreifach zusammenhängend 3-planar
 - Hamiltonsch 3-planar
- \Rightarrow glatt-orth. Komplexität 1

glatt-orth. Komplexität 1 \Rightarrow exponentielle Fläche benötigt

~~4-planarer Graph~~ $\not\Rightarrow$ glatt-orth. Komplexität 1
orth. Kompl. 2

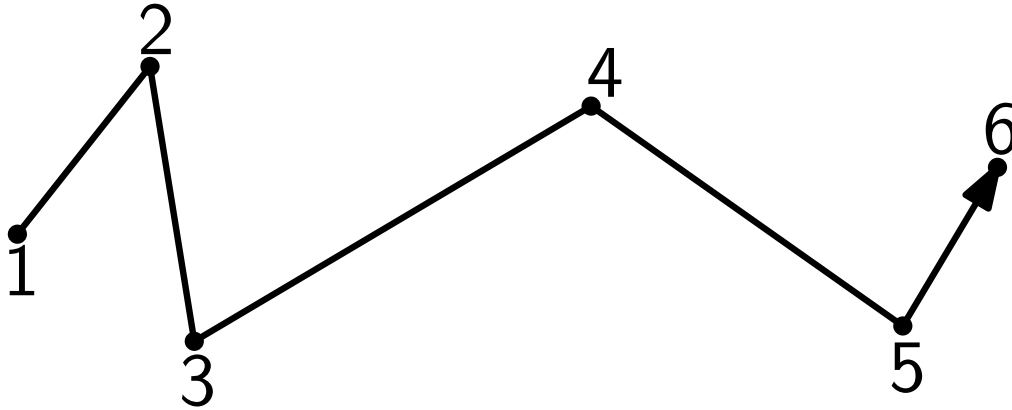
Teil 3:
Monotone Zeichnungen
von Bäumen

Monotone Zeichnungen

Monotoner Pfad: \exists Richtung d , so dass
Knoten-Reihenfolge in $d =$ Reihenfolge entlang des Pfades.

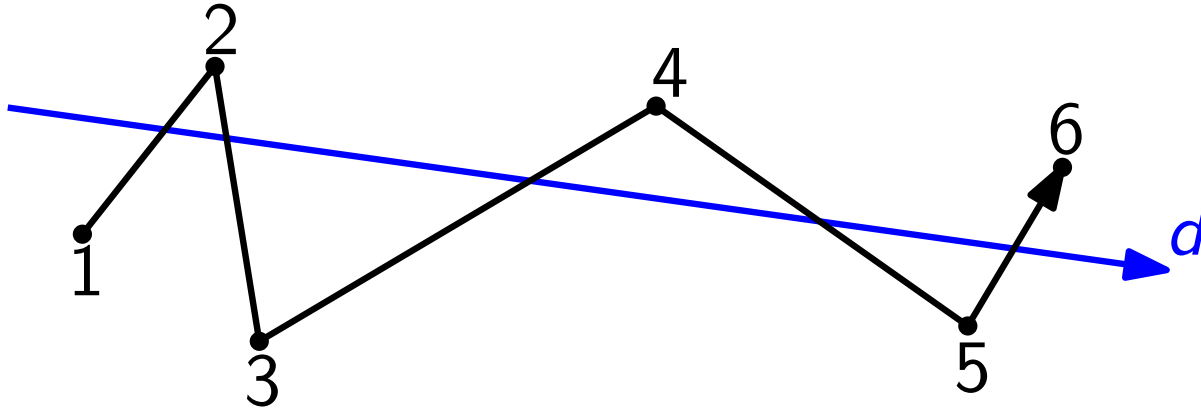
Monotone Zeichnungen

Monotoner Pfad: \exists Richtung d , so dass
Knoten-Reihenfolge in $d =$ Reihenfolge entlang des Pfades.



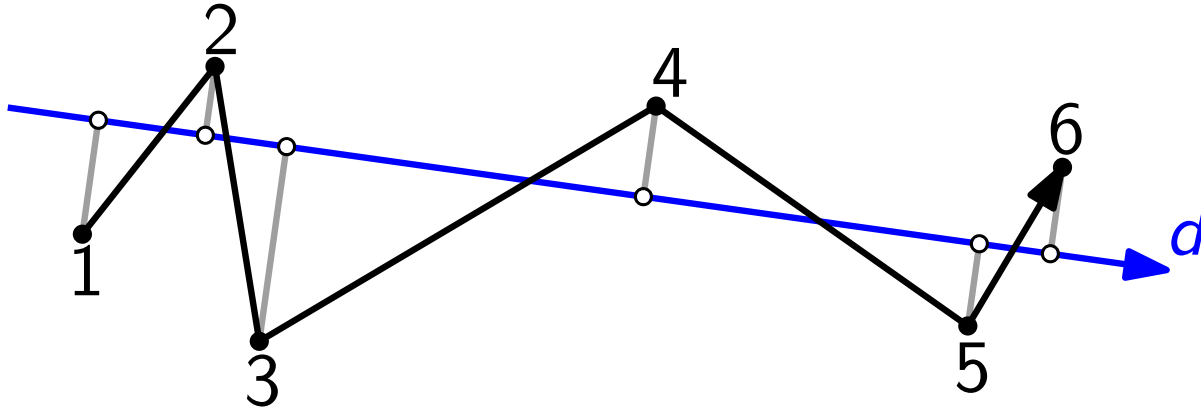
Monotone Zeichnungen

Monotoner Pfad: \exists Richtung d , so dass
Knoten-Reihenfolge in $d =$ Reihenfolge entlang des Pfades.



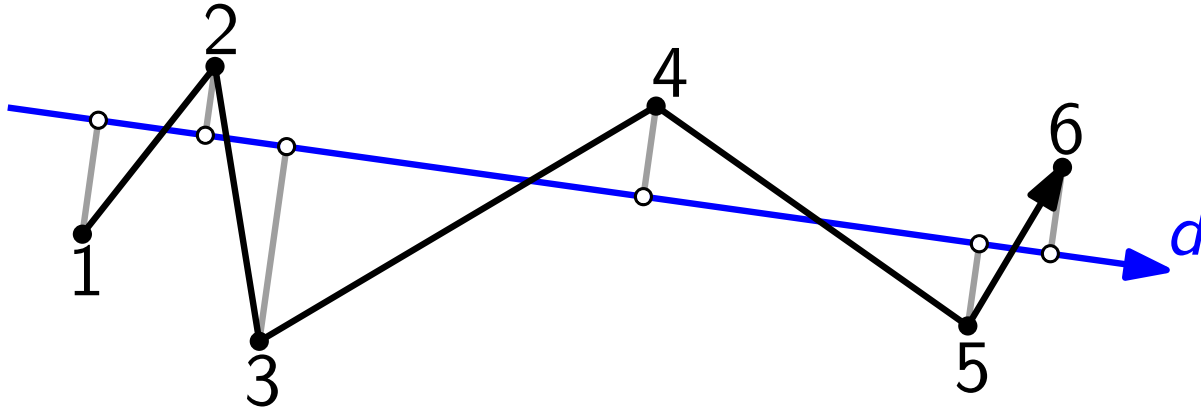
Monotone Zeichnungen

Monotoner Pfad: \exists Richtung d , so dass
Knoten-Reihenfolge in $d =$ Reihenfolge entlang des Pfades.



Monotone Zeichnungen

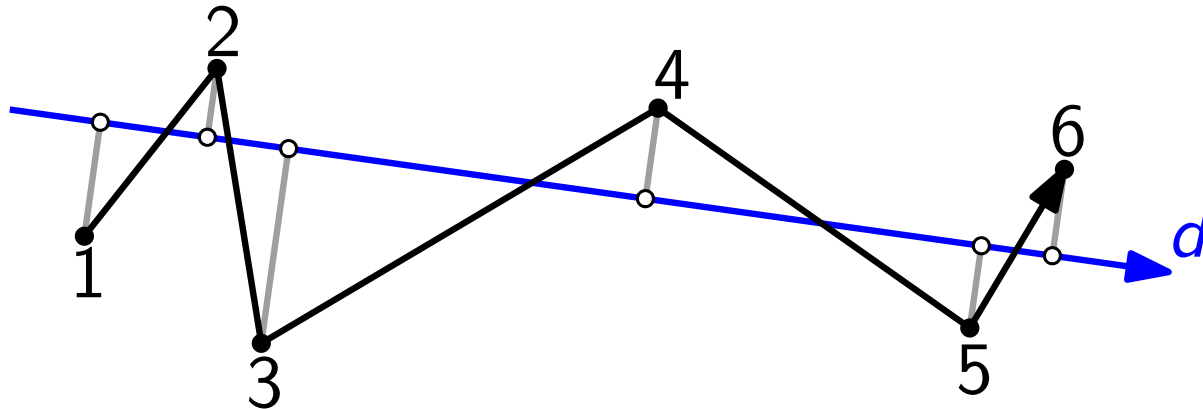
Monotoner Pfad: \exists Richtung d , so dass Knoten-Reihenfolge in $d =$ Reihenfolge entlang des Pfades.



Monotone Zeichnung: \exists monotoner Pfad für jedes Knotenpaar.

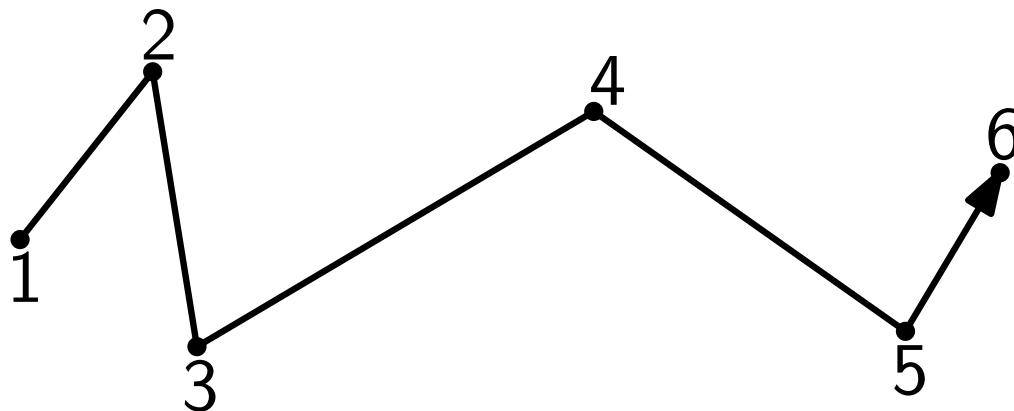
Monotone Zeichnungen

Monotoner Pfad: \exists Richtung d , so dass Knoten-Reihenfolge in $d =$ Reihenfolge entlang des Pfades.



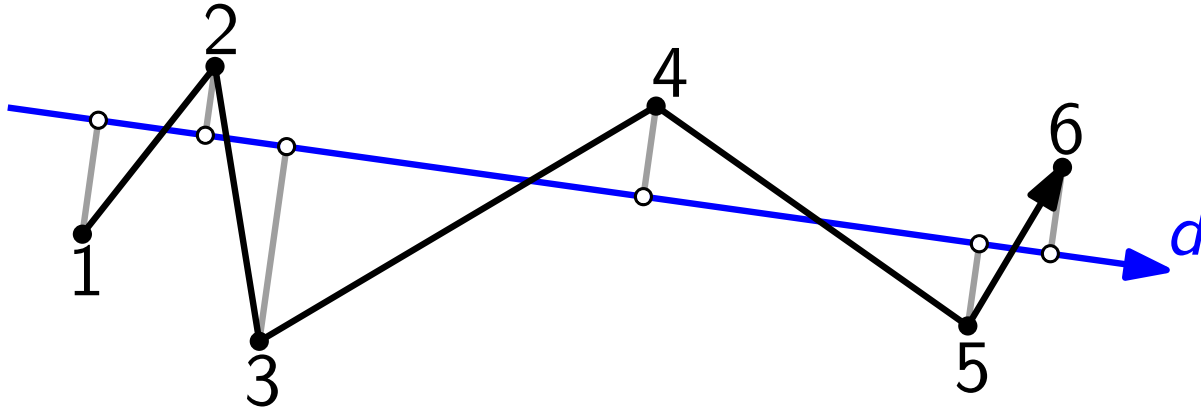
Monotone Zeichnung: \exists monotoner Pfad für jedes Knotenpaar.

Streng monotoner u - v Pfad: $d = \overrightarrow{uv}$.



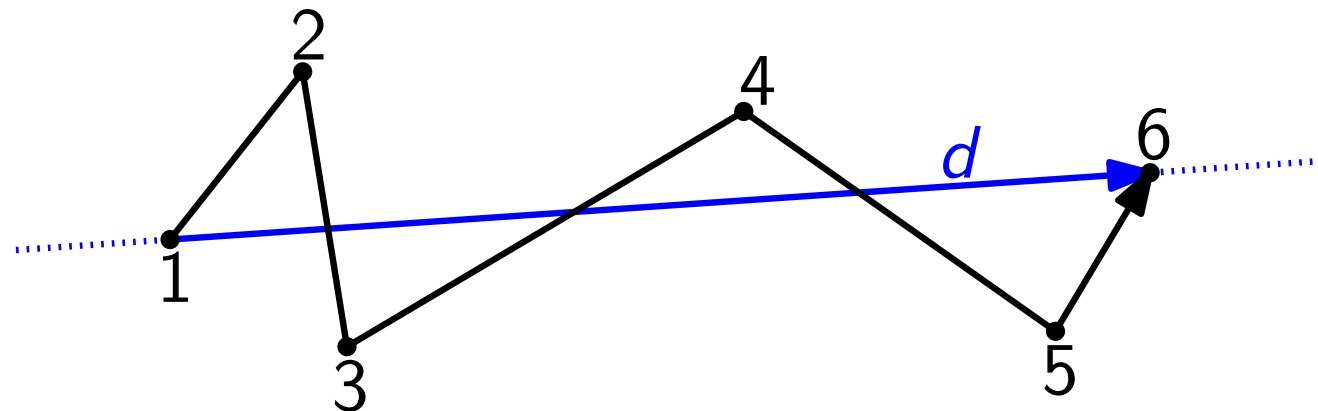
Monotone Zeichnungen

Monotoner Pfad: \exists Richtung d , so dass Knoten-Reihenfolge in $d =$ Reihenfolge entlang des Pfades.



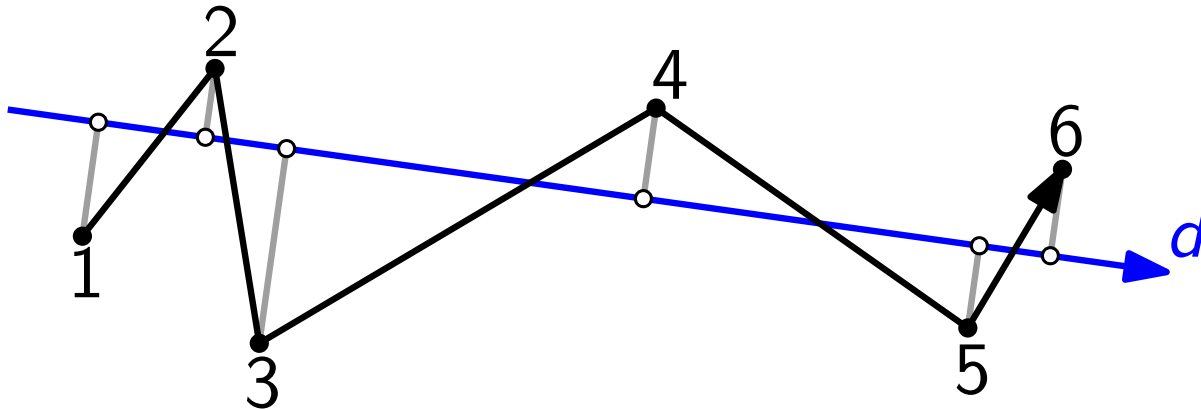
Monotone Zeichnung: \exists monotoner Pfad für jedes Knotenpaar.

Streng monotoner $u-v$ Pfad: $d = \overrightarrow{uv}$.



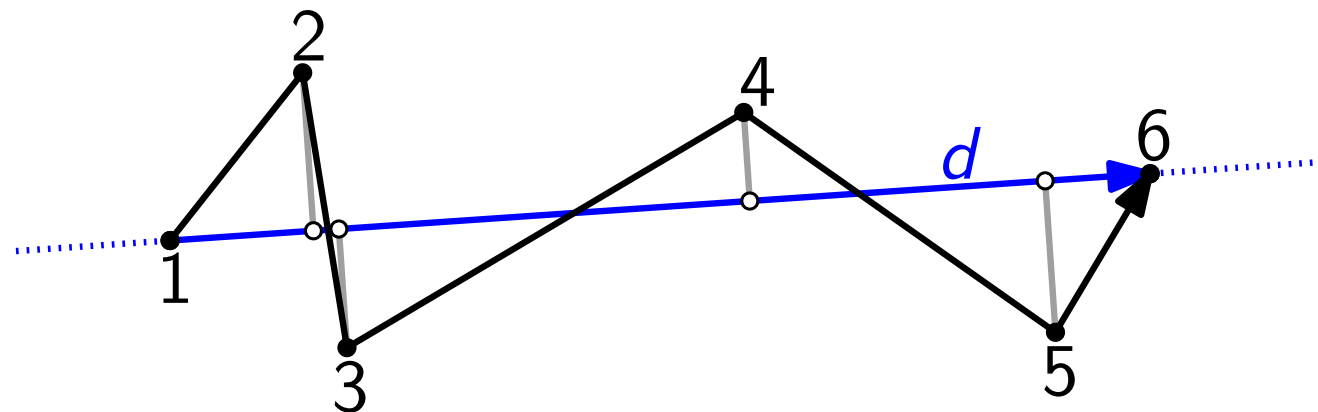
Monotone Zeichnungen

Monotoner Pfad: \exists Richtung d , so dass Knoten-Reihenfolge in $d =$ Reihenfolge entlang des Pfades.



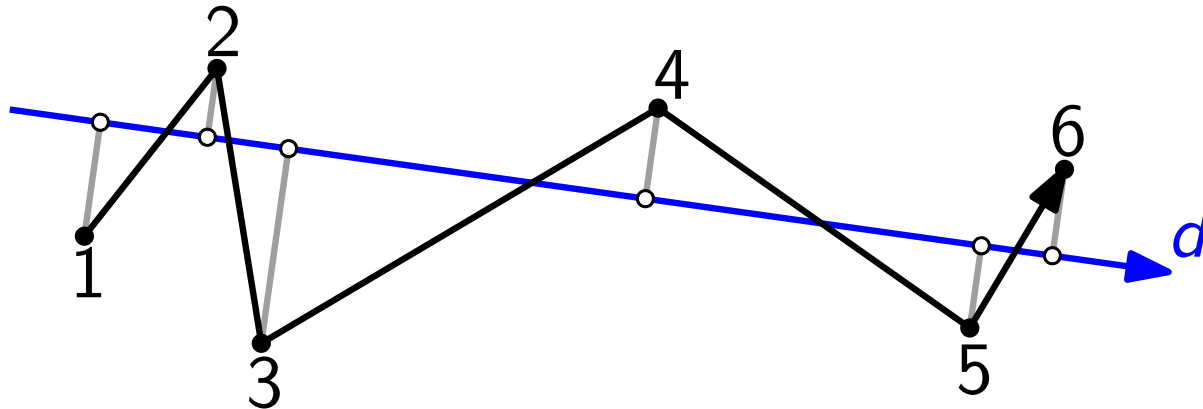
Monotone Zeichnung: \exists monotoner Pfad für jedes Knotenpaar.

Streng monotoner $u-v$ Pfad: $d = \overrightarrow{uv}$.



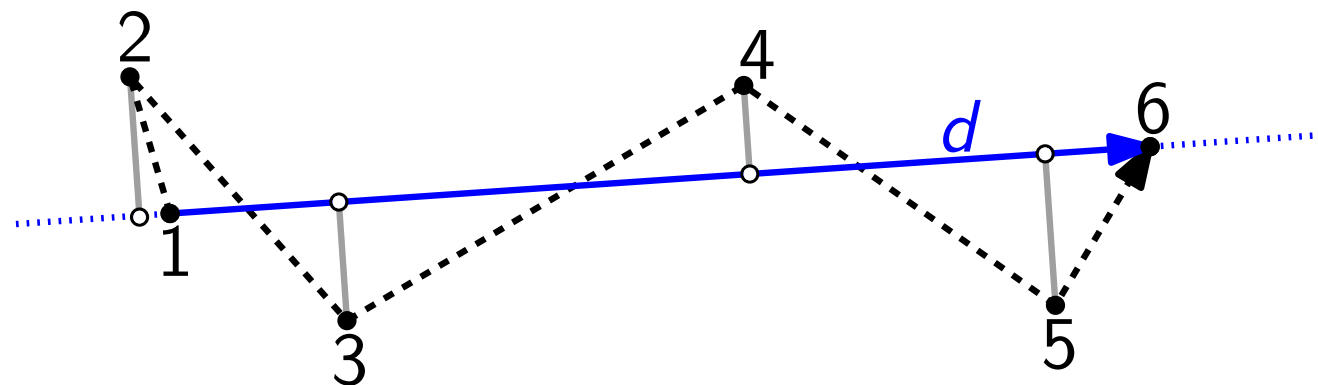
Monotone Zeichnungen

Monotoner Pfad: \exists Richtung d , so dass Knoten-Reihenfolge in $d =$ Reihenfolge entlang des Pfades.



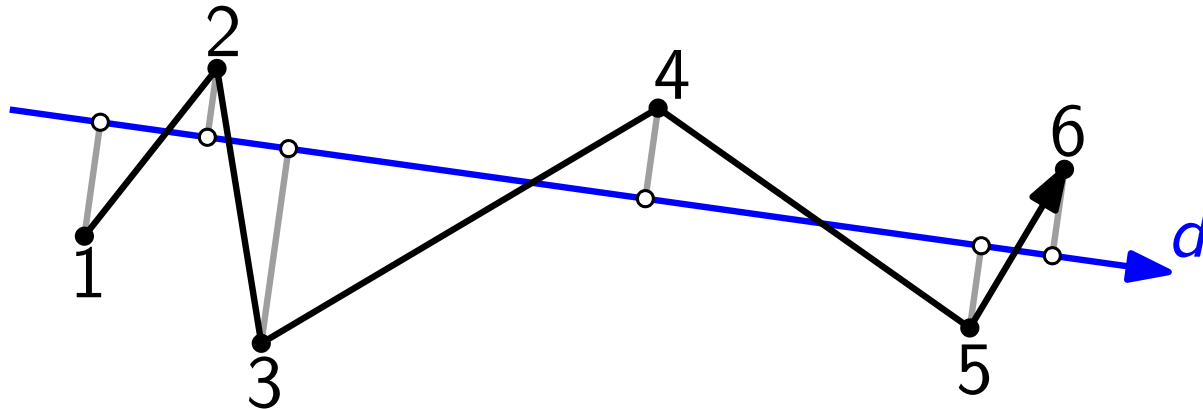
Monotone Zeichnung: \exists monotoner Pfad für jedes Knotenpaar.

Streng monotoner $u-v$ Pfad: $d = \overrightarrow{uv}$.



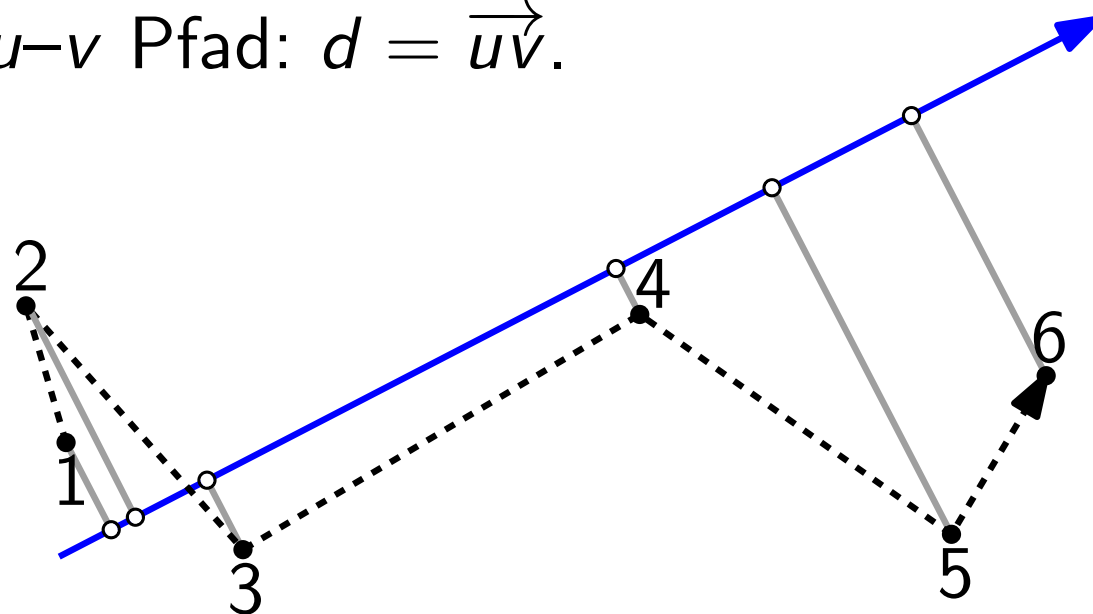
Monotone Zeichnungen

Monotoner Pfad: \exists Richtung d , so dass Knoten-Reihenfolge in $d =$ Reihenfolge entlang des Pfades.



Monotone Zeichnung: \exists monotoner Pfad für jedes Knotenpaar.

Streng monotoner $u-v$ Pfad: $d = \overrightarrow{uv}$.

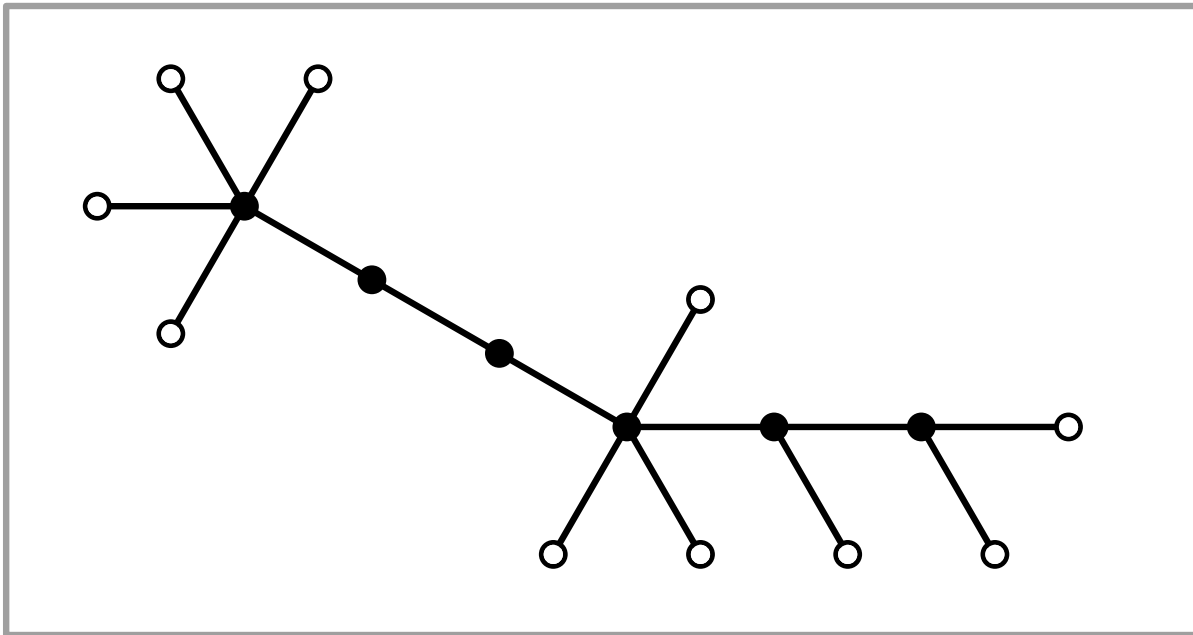


Monotone Zeichnungen

Konvexe Zeichnung: Jede Facette ist konvex.

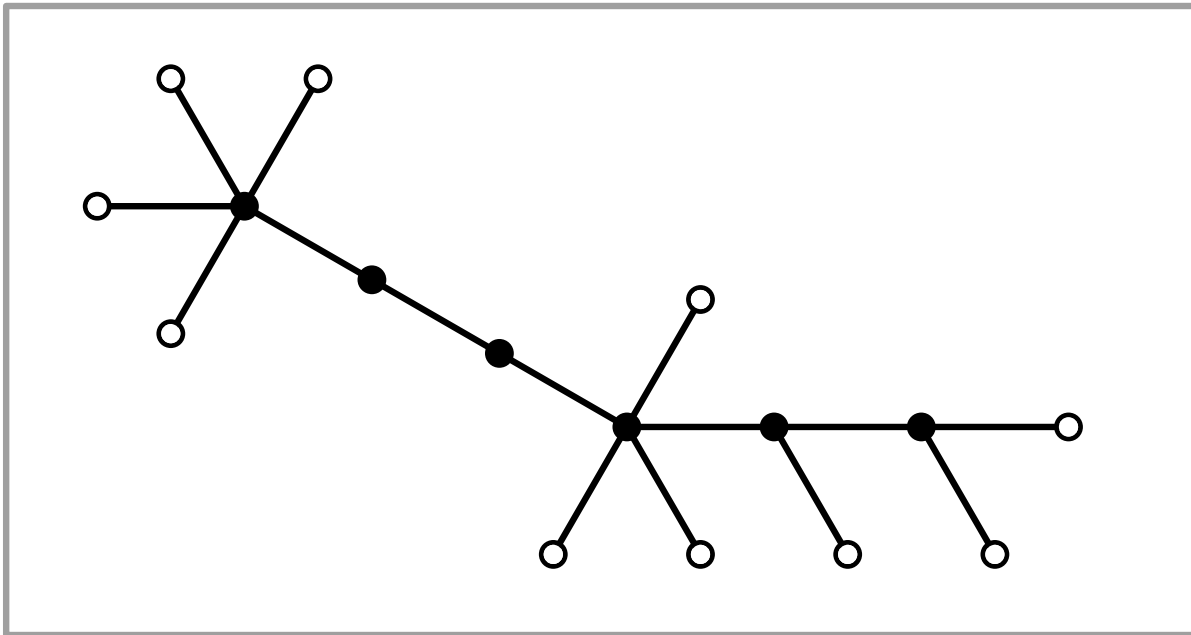
Monotone Zeichnungen

Konvexe Zeichnung: Jede Facette ist konvex.



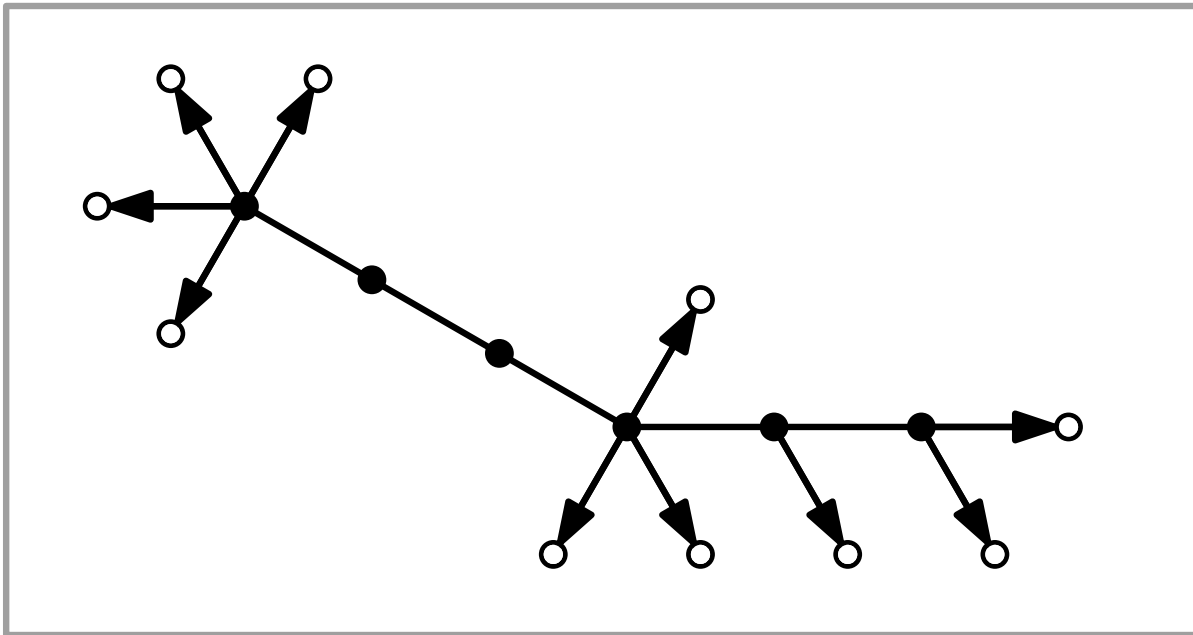
Monotone Zeichnungen

Konvexe Zeichnung: Jede Facette ist konvex. [?]



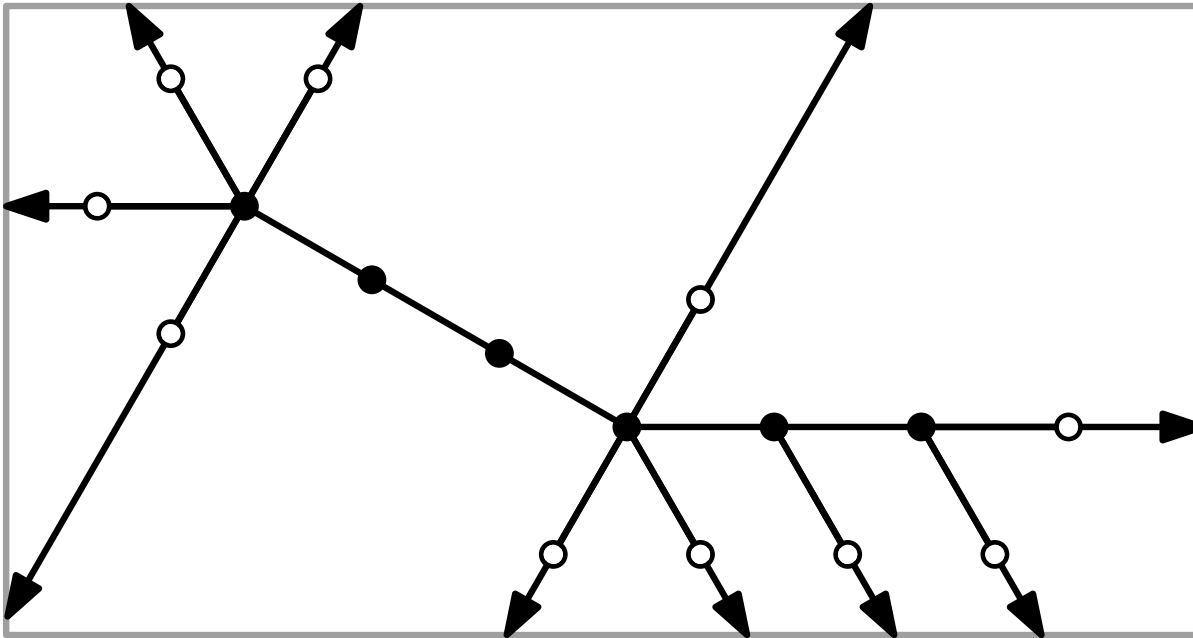
Monotone Zeichnungen

Konvexe Zeichnung: Jede Facette ist konvex.



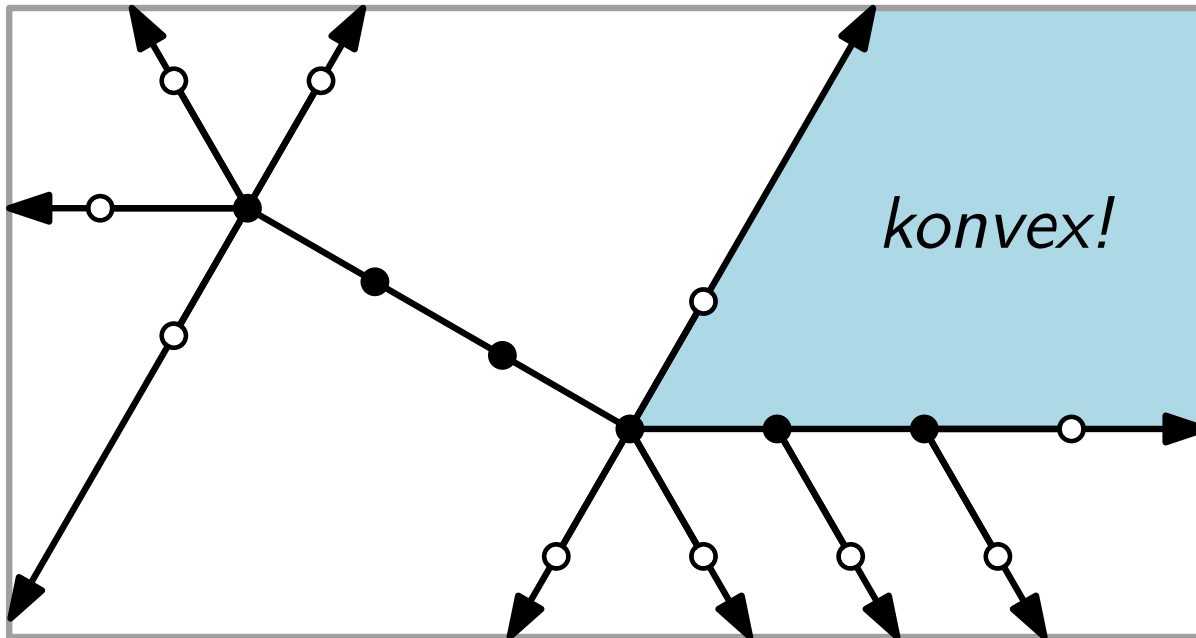
Monotone Zeichnungen

Konvexe Zeichnung: Jede Facette ist konvex.



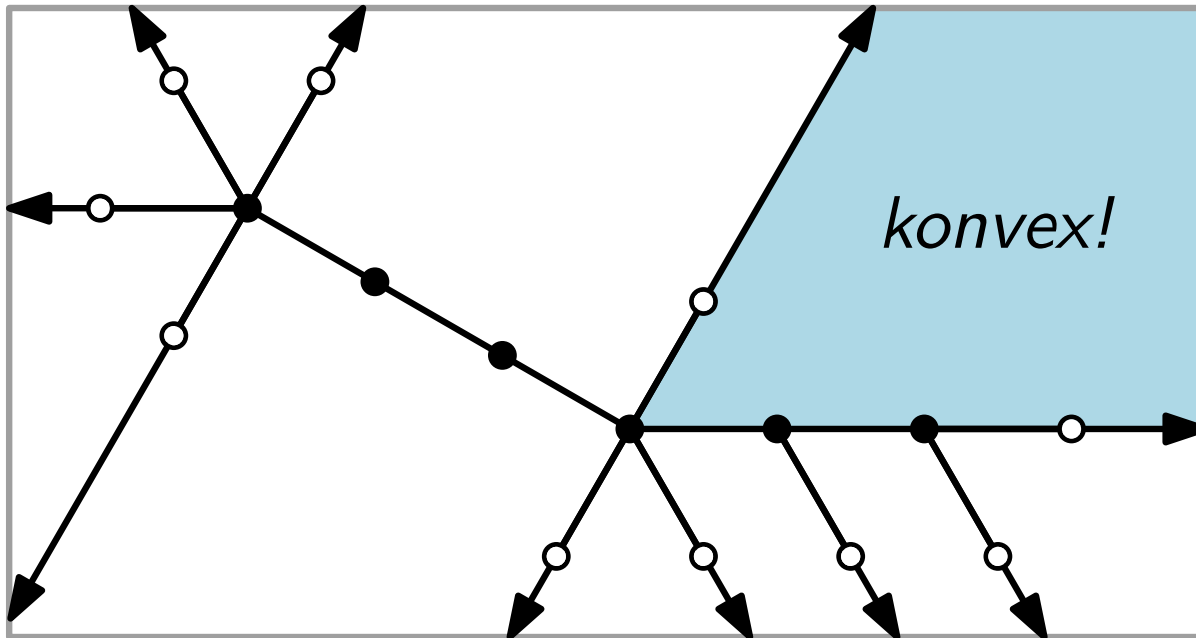
Monotone Zeichnungen

Konvexe Zeichnung: Jede Facette ist konvex.



Monotone Zeichnungen

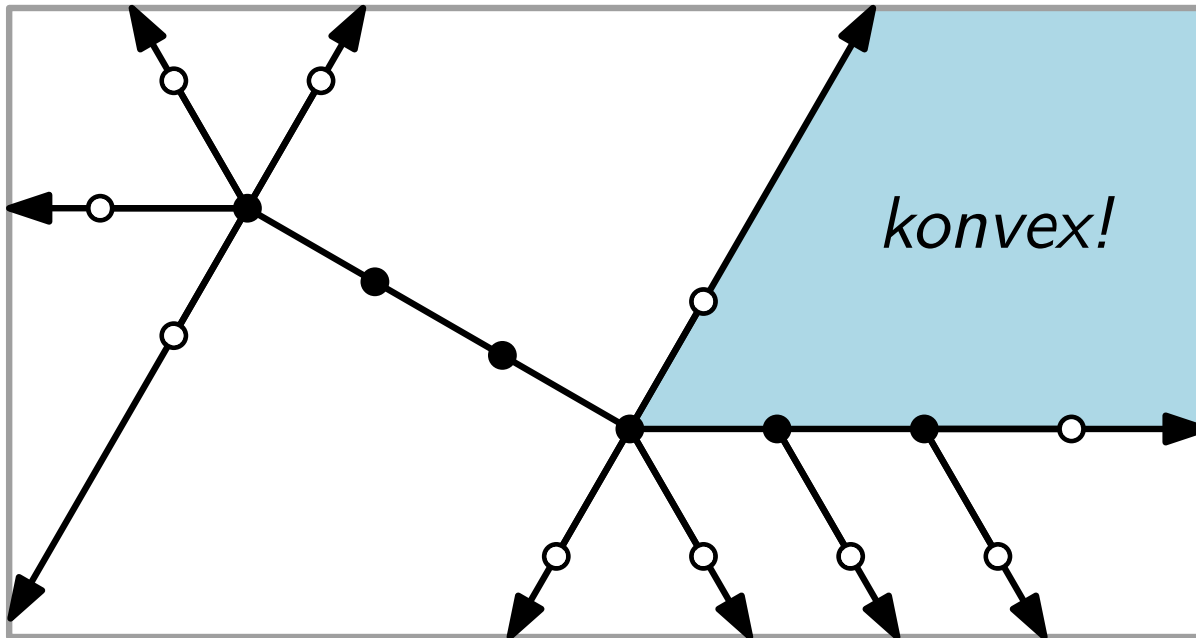
Konvexe Zeichnung: Jede Facette ist konvex.



Jede konvexe, geradlinige Zeichnung ist kreuzungsfrei und monoton

Monotone Zeichnungen

Konvexe Zeichnung: Jede Facette ist konvex.

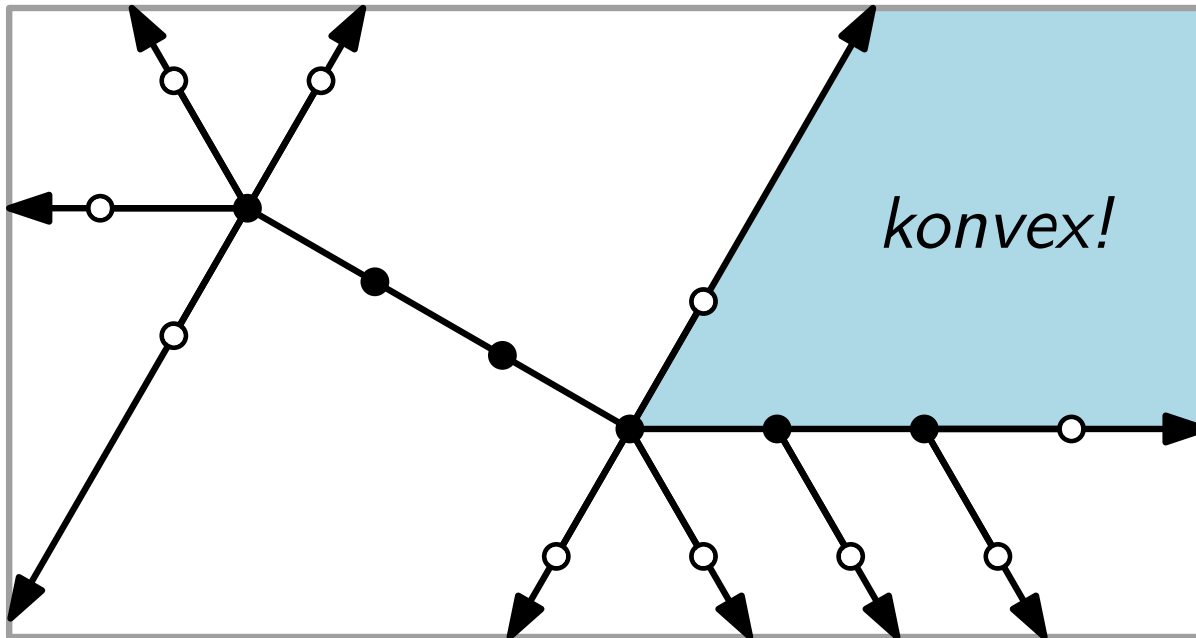


Jede konvexe, geradlinige Zeichnung ist kreuzungsfrei und monoton – aber im Allgemeinen nicht streng monoton.

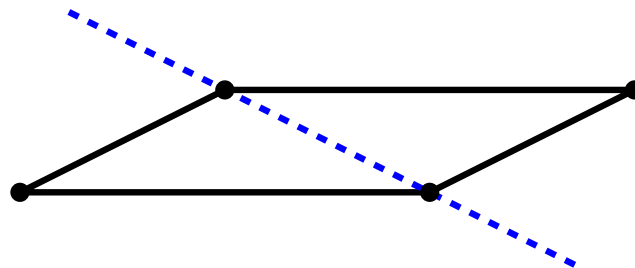


Monotone Zeichnungen

Konvexe Zeichnung: Jede Facette ist konvex.

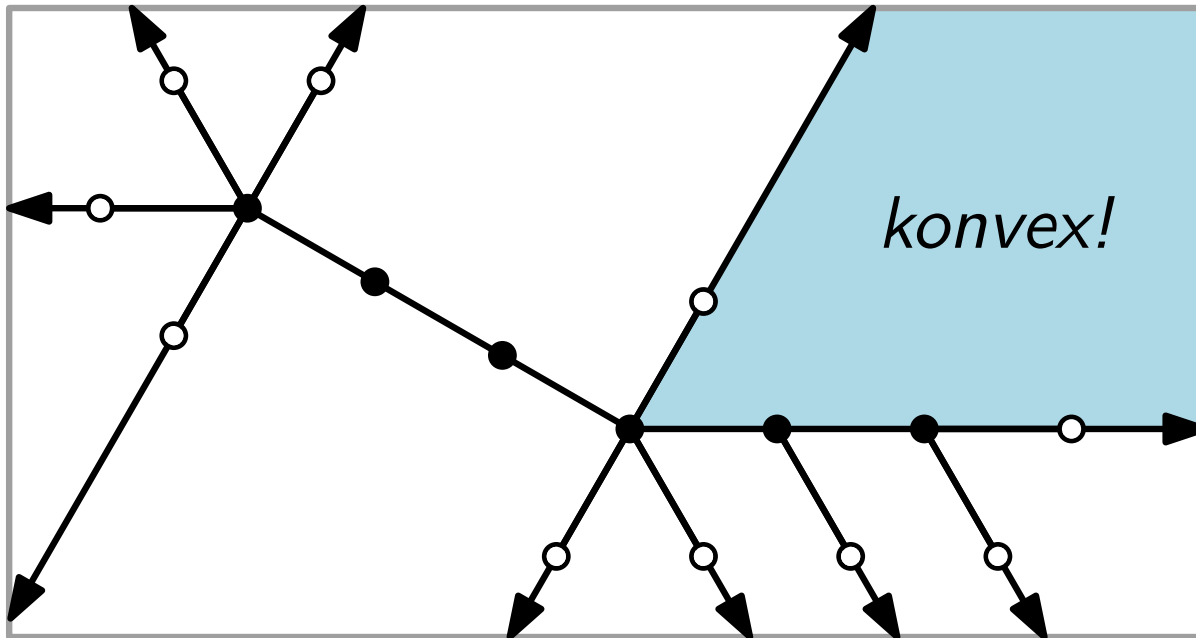


Jede konvexe, geradlinige Zeichnung ist kreuzungsfrei und monoton – aber im Allgemeinen nicht streng monoton.

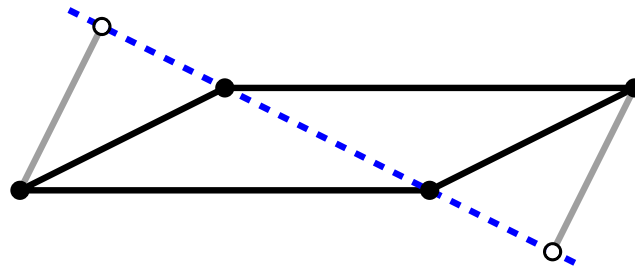


Monotone Zeichnungen

Konvexe Zeichnung: Jede Facette ist konvex.



Jede konvexe, geradlinige Zeichnung ist kreuzungsfrei und monoton – aber im Allgemeinen nicht streng monoton.



Monotone Zeichnungen – Bekannte Resultate

Angelini et al.

[JGAA'12]

- *Baum* \Rightarrow monotone Zeichnung, $O(n^{1.6}) \times O(n^{1.6})$ Gitter

Monotone Zeichnungen – Bekannte Resultate

Angelini et al.

[JGAA'12]

- *Baum* \Rightarrow monotone Zeichnung, $O(n^{1.6}) \times O(n^{1.6})$ Gitter
- *Zweifach zusammenhängender planarer Graph* \Rightarrow monotone Zeichnung, exponentielle Fläche

Monotone Zeichnungen – Bekannte Resultate

Angelini et al.

[JGAA'12]

- *Baum* \Rightarrow monotone Zeichnung, $O(n^{1.6}) \times O(n^{1.6})$ Gitter
- *Zweifach zusammenhängender planarer Graph* \Rightarrow monotone Zeichnung, exponentielle Fläche

Angelini et al.

[Algorithmica'13]

Außenplanarer Graph \Rightarrow
monotone Zeichnung, $O(n) \times O(n^2)$ Gitter

Monotone Zeichnungen – Bekannte Resultate

Angelini et al.

[JGAA'12]

- *Baum* \Rightarrow monotone Zeichnung, $O(n^{1.6}) \times O(n^{1.6})$ Gitter
- *Zweifach zusammenhängender planarer Graph* \Rightarrow monotone Zeichnung, exponentielle Fläche

Angelini et al.

[Algorithmica'13]

Außenplanarer Graph \Rightarrow
monotone Zeichnung, $O(n) \times O(n^2)$ Gitter

Hossain & Rahman

[FAW'14]

Planarer Graph \Rightarrow monotone Zeichnung, $O(n) \times O(n^2)$ Gitter

Monotone Zeichnungen – Bekannte Resultate

Angelini et al.

[JGAA'12]

- *Baum* \Rightarrow monotone Zeichnung, $O(n^{1.6}) \times O(n^{1.6})$ Gitter
- *Zweifach zusammenhängender planarer Graph* \Rightarrow monotone Zeichnung, exponentielle Fläche

Angelini et al.

[Algorithmica'13]

Außenplanarer Graph \Rightarrow
monotone Zeichnung, $O(n) \times O(n^2)$ Gitter

Hossain & Rahman

[FAW'14]

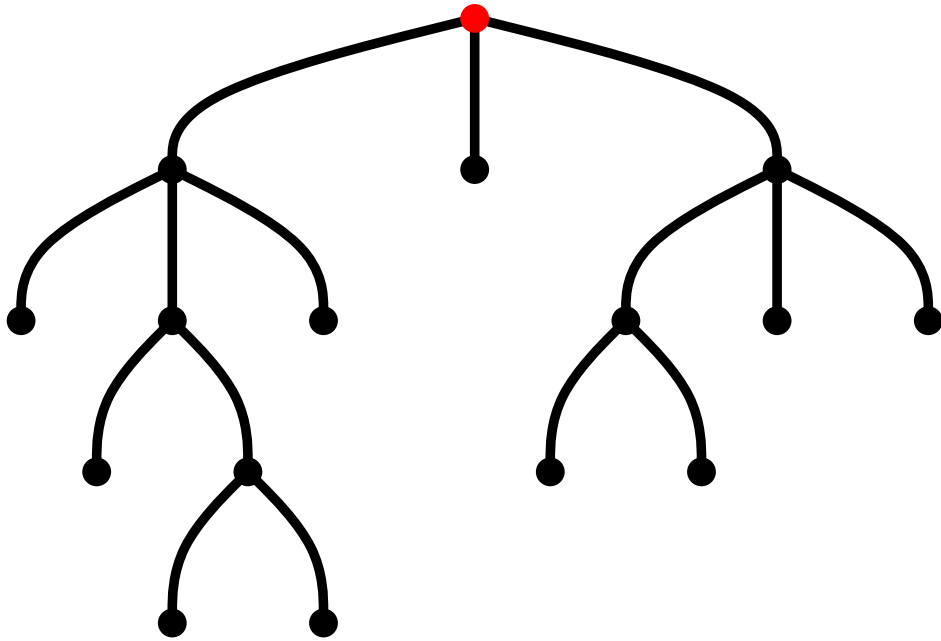
Planarer Graph \Rightarrow monotone Zeichnung, $O(n) \times O(n^2)$ Gitter

Carlson & Eppstein

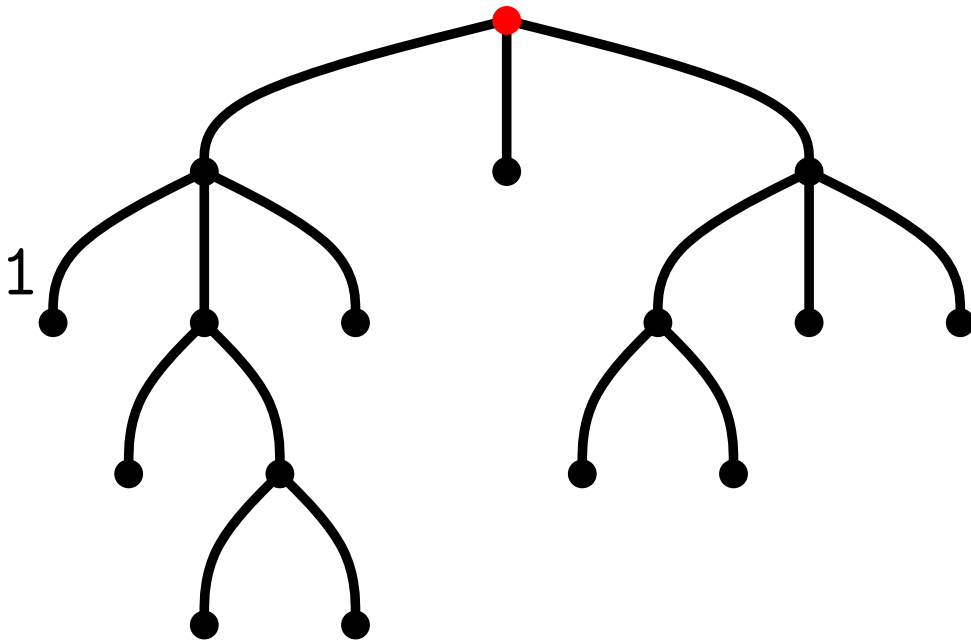
[GD'06]

Baum \Rightarrow konvexe Zeichnung, *optimaler Winkelauflösung*

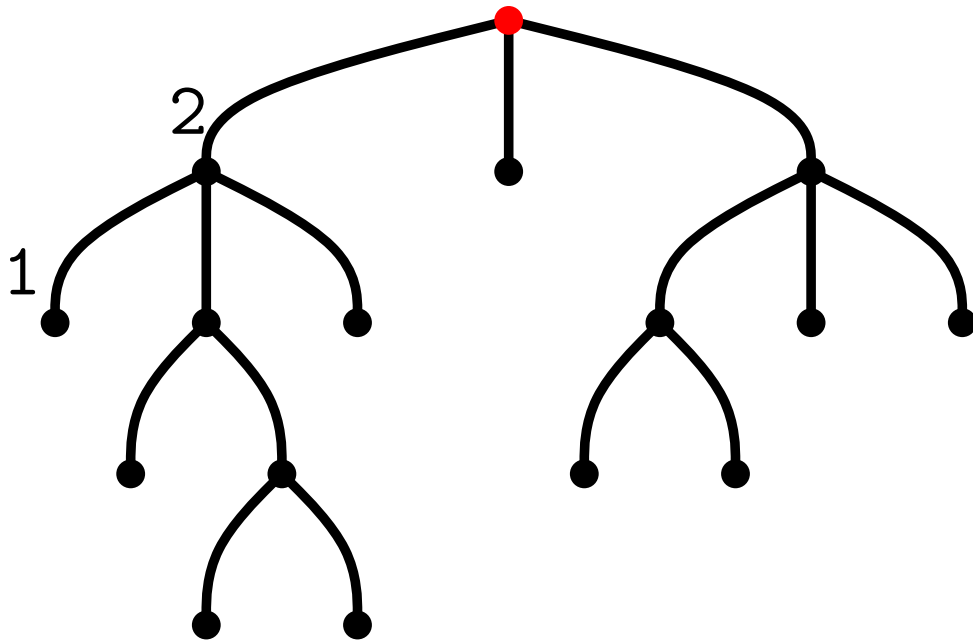
Schritt I: Beschriftete Kanten



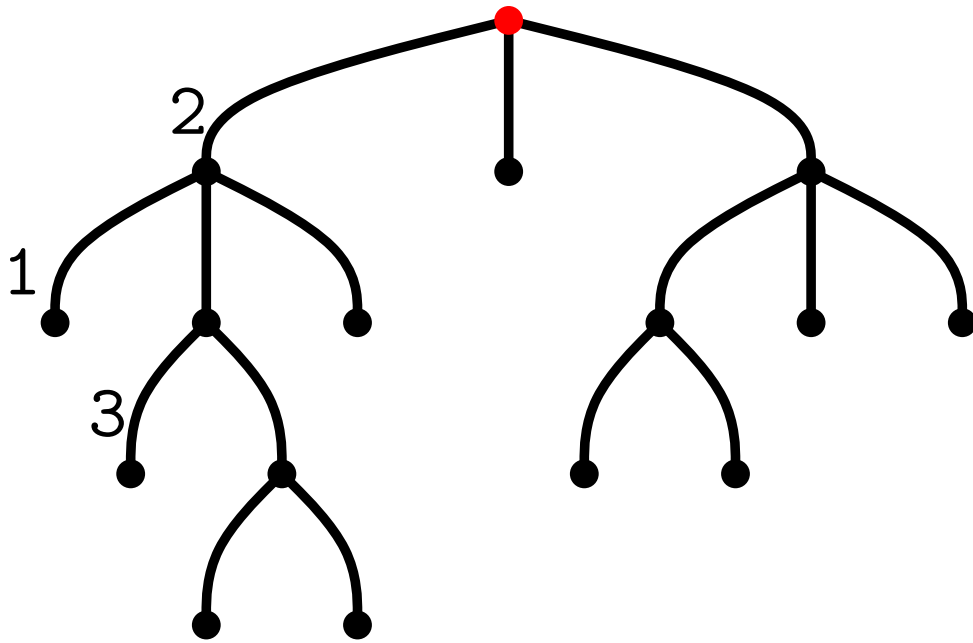
Schritt I: Beschriftete Kanten



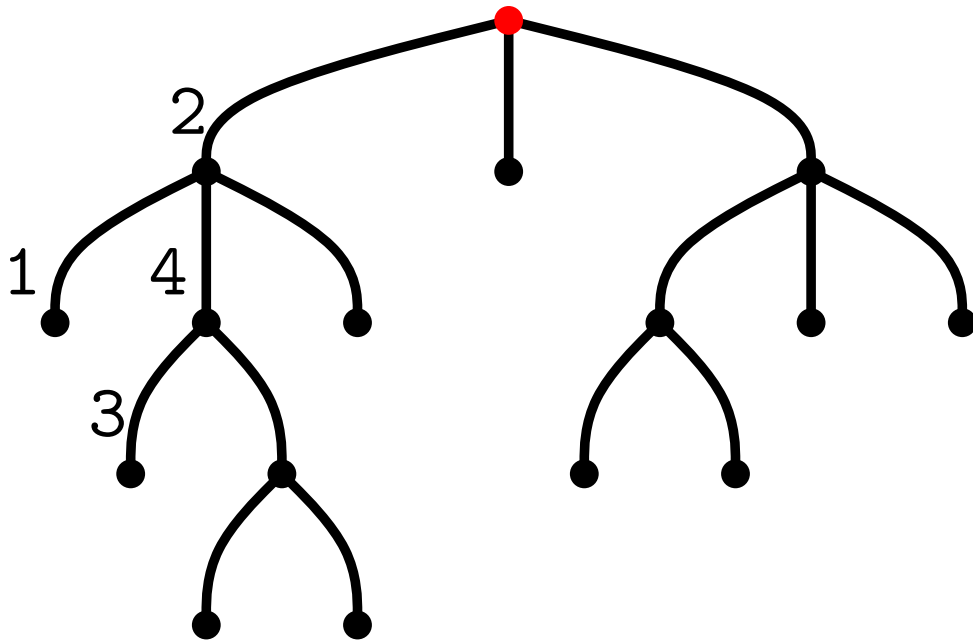
Schritt I: Beschriftete Kanten



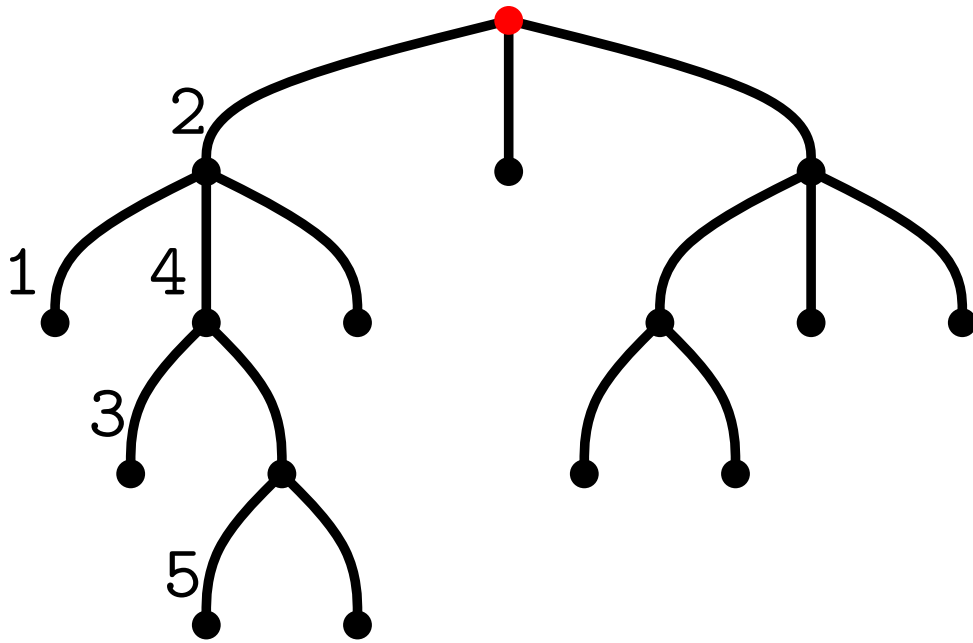
Schritt I: Beschriftete Kanten



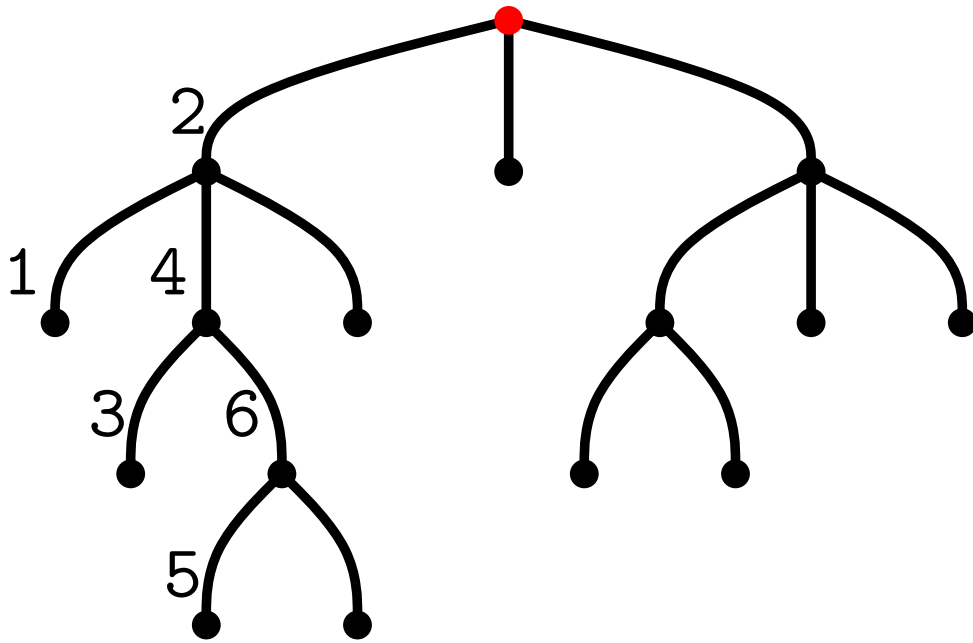
Schritt I: Beschriftete Kanten



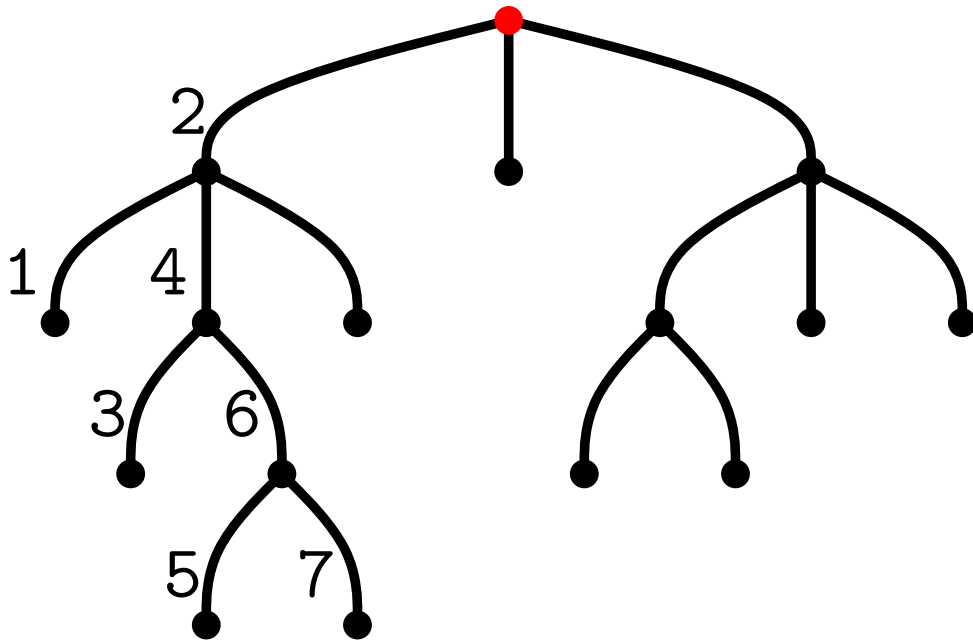
Schritt I: Beschriftete Kanten



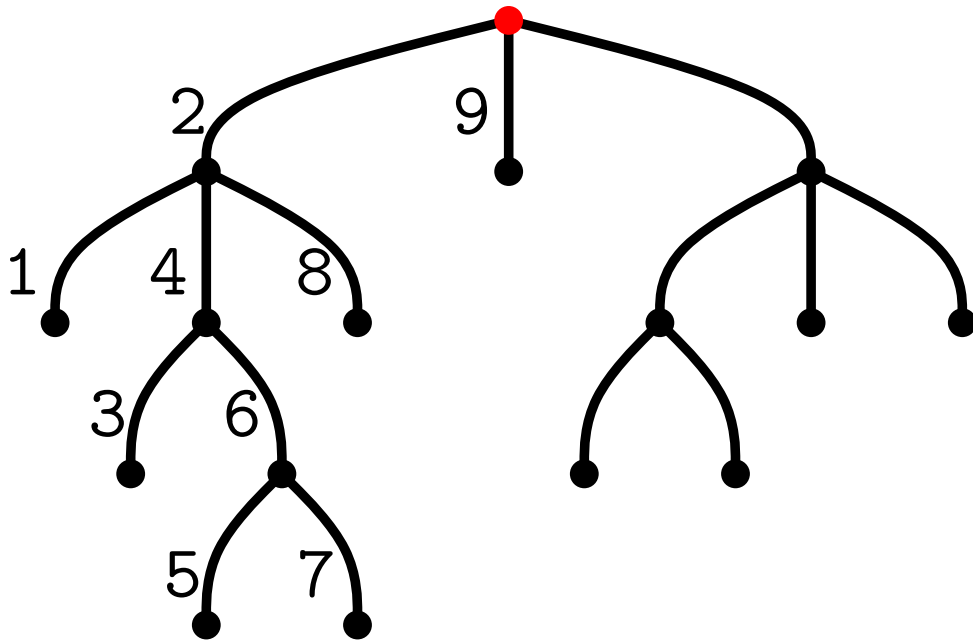
Schritt I: Beschriftete Kanten



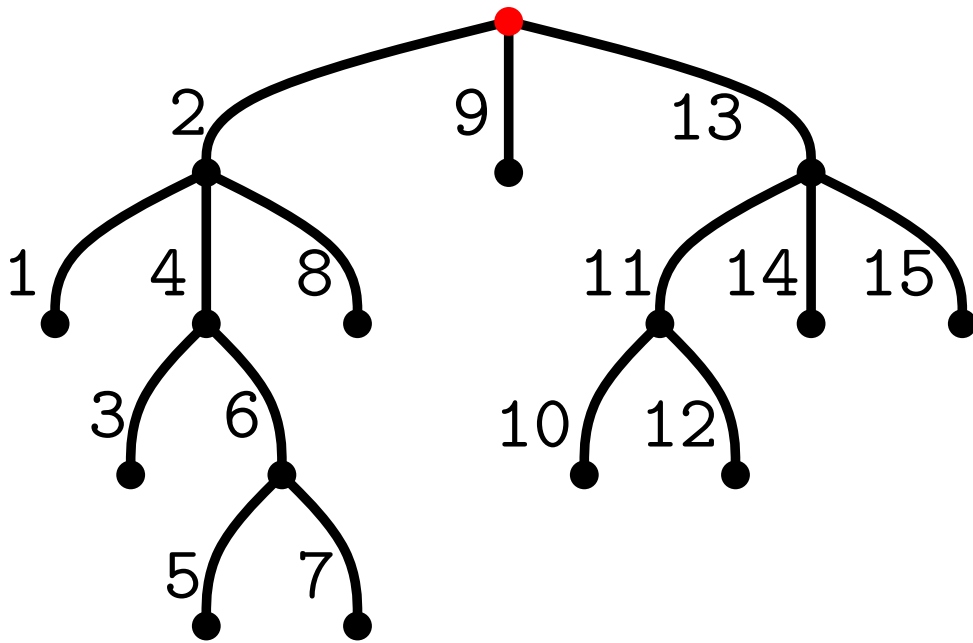
Schritt I: Beschriftete Kanten



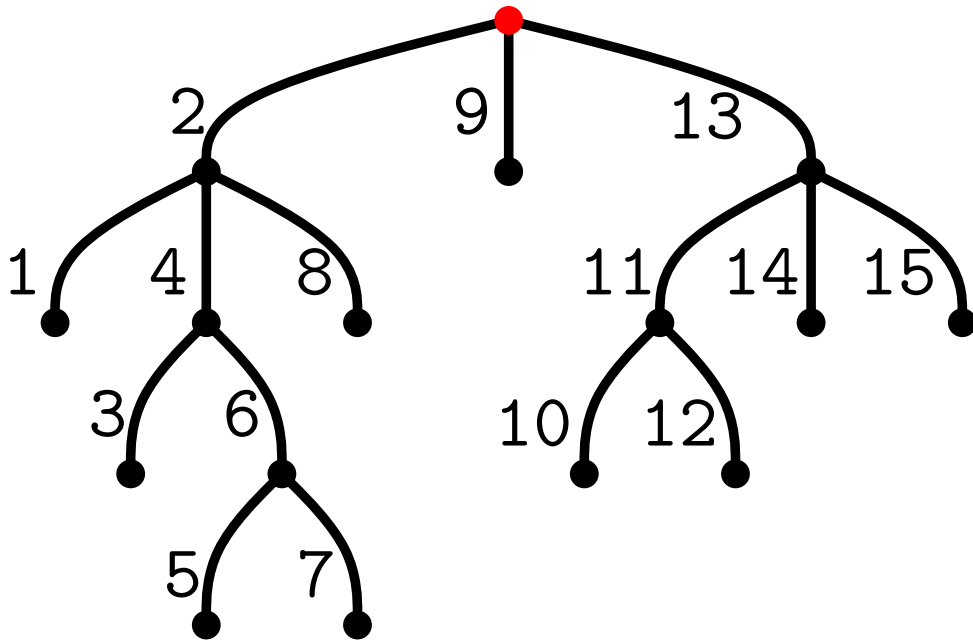
Schritt I: Beschriftete Kanten



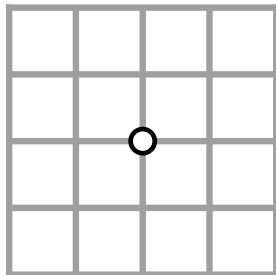
Schritt I: Beschriftete Kanten



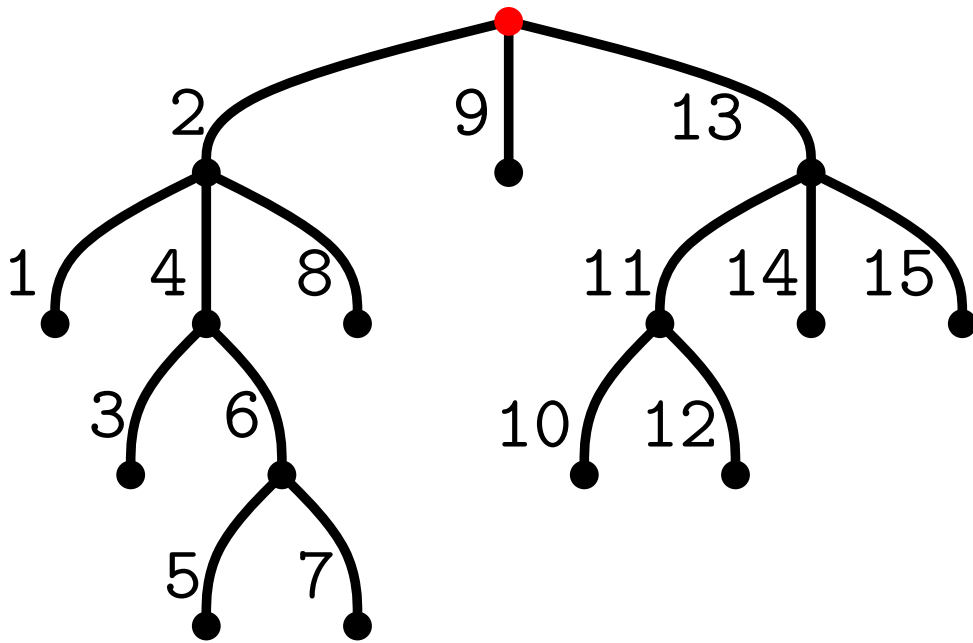
Schritt I: Beschriftete Kanten



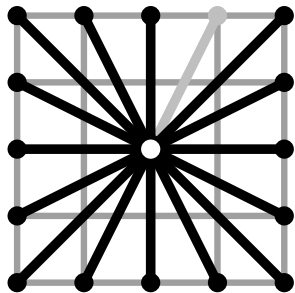
Schritt II: Wähle Vektoren



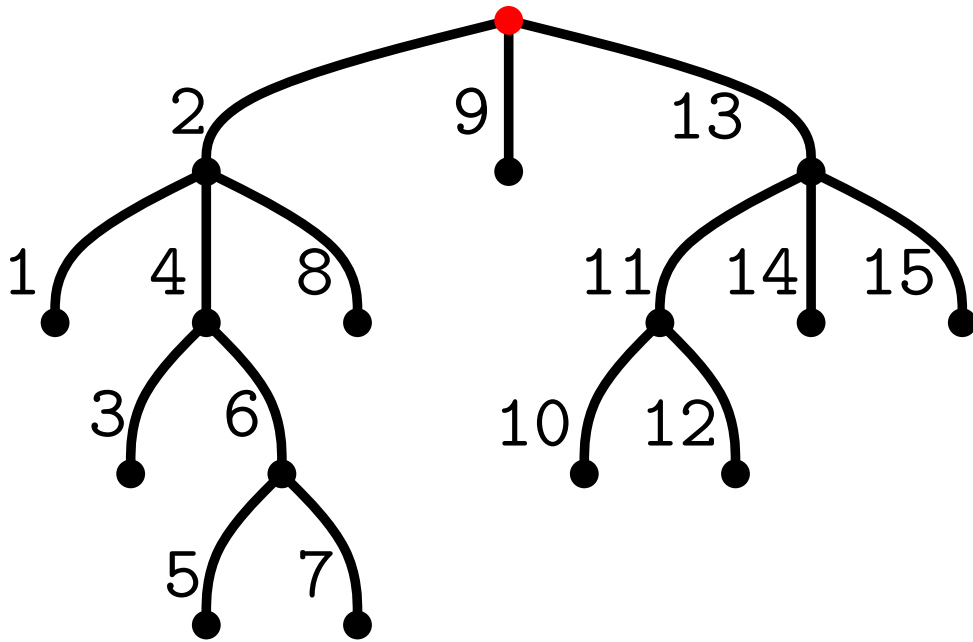
Schritt I: Beschriftete Kanten



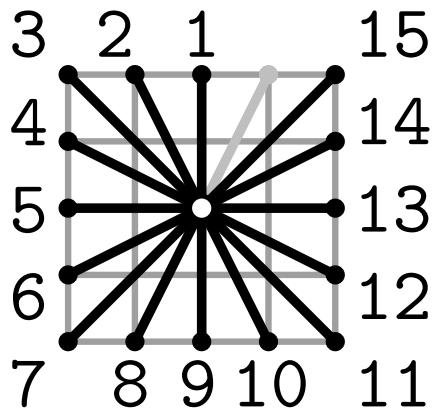
Schritt II: Wähle Vektoren



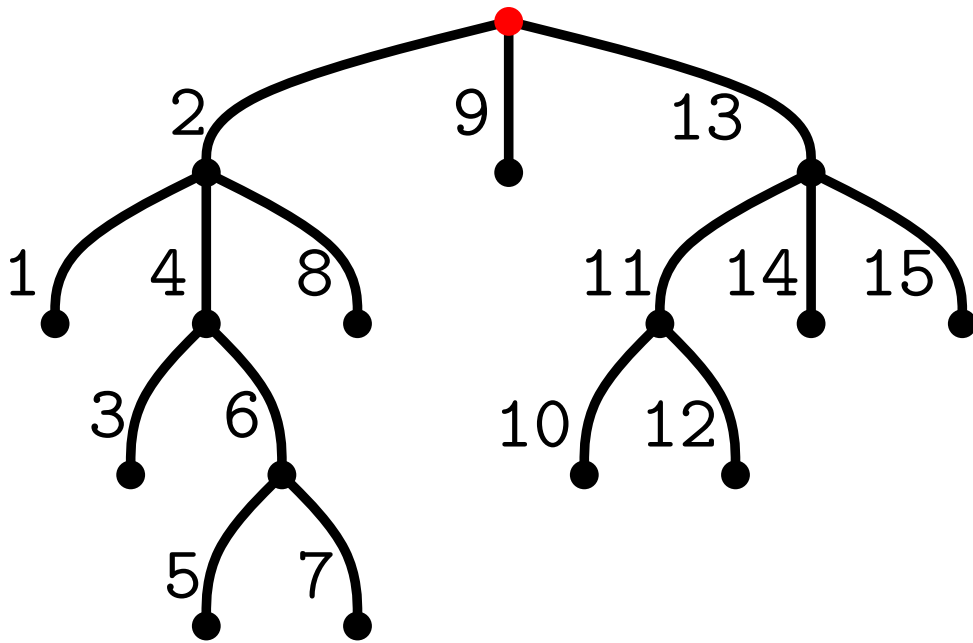
Schritt I: Beschriftete Kanten



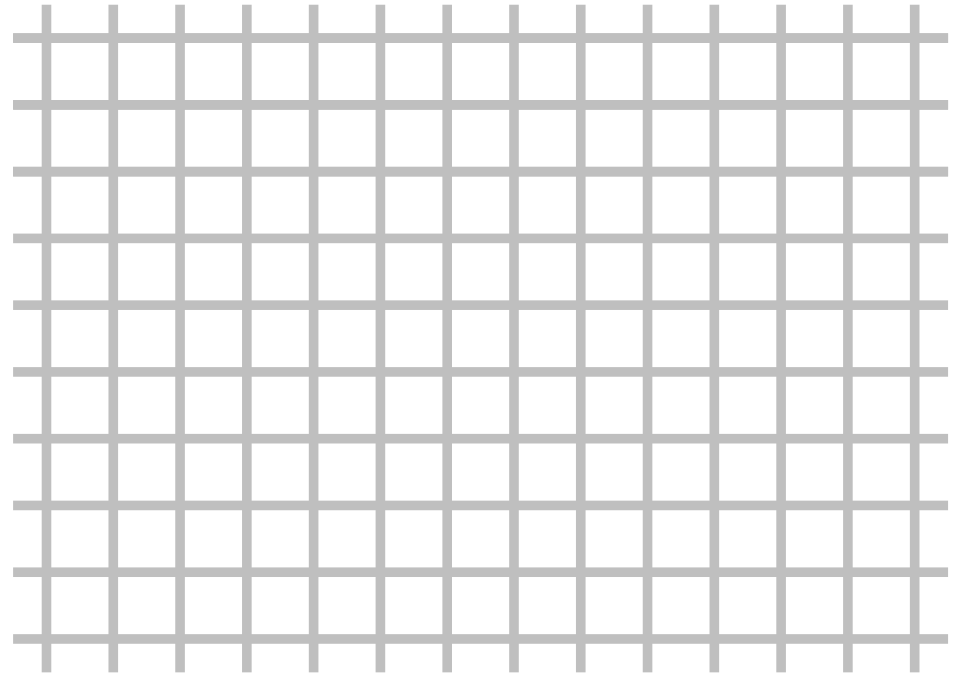
Schritt II: Wähle Vektoren



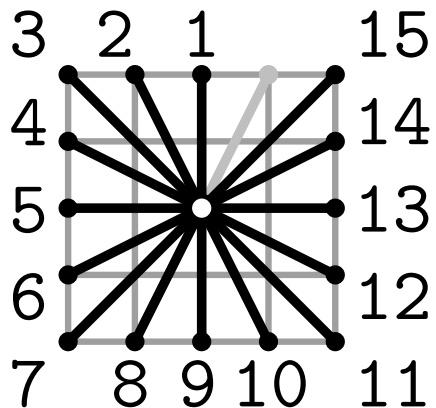
Schritt I: Beschriftete Kanten



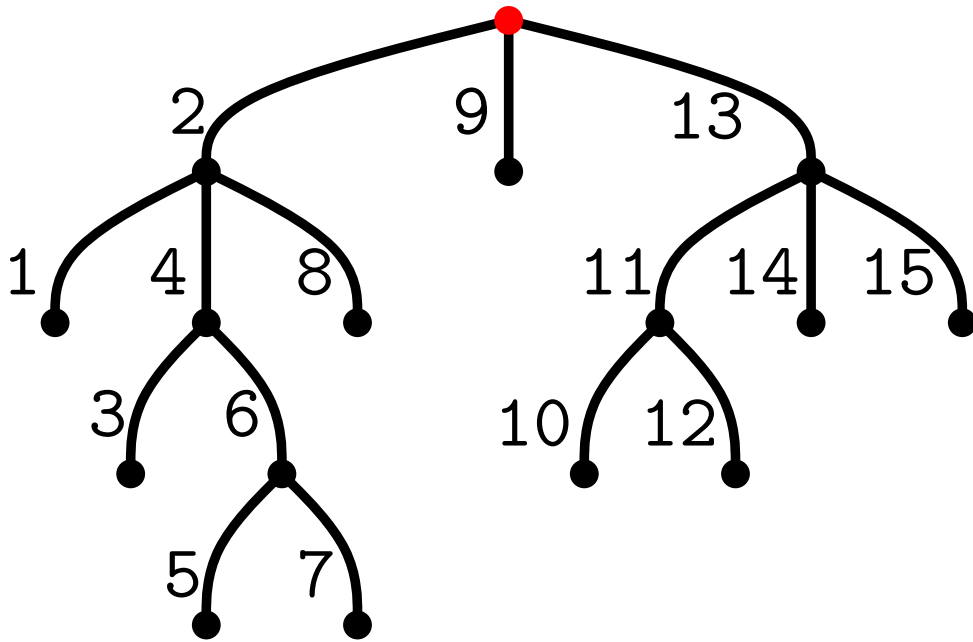
Schritt III: Zeichne Baum



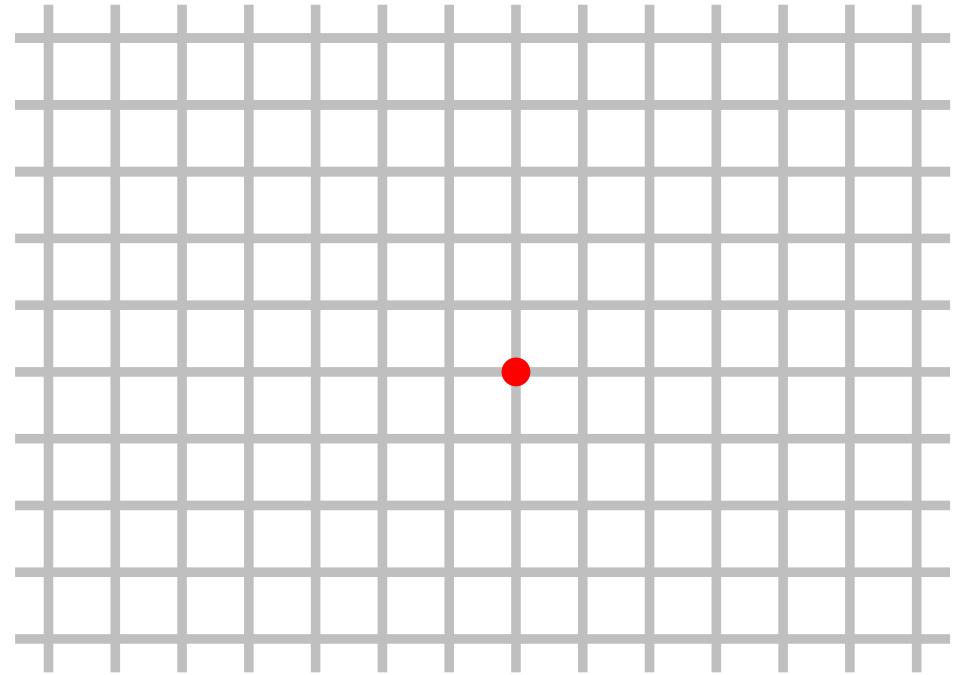
Schritt II: Wähle Vektoren



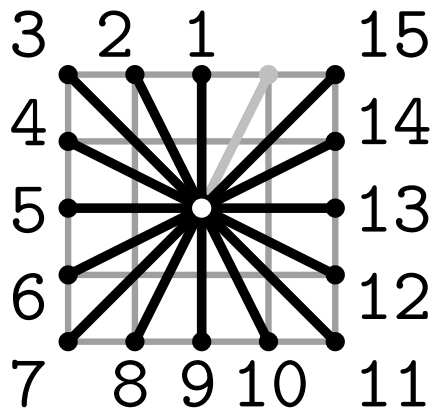
Schritt I: Beschriftete Kanten



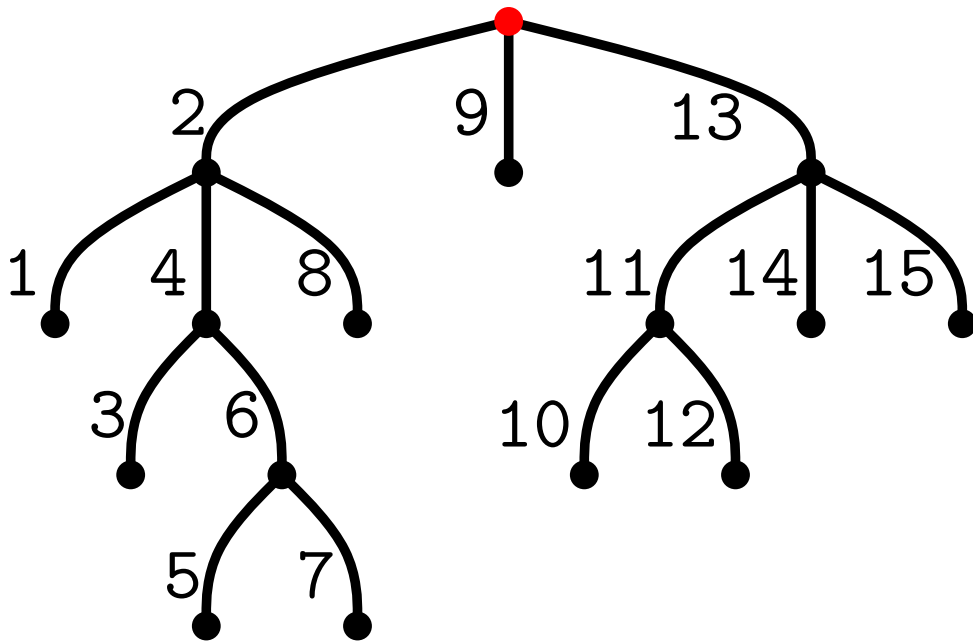
Schritt III: Zeichne Baum



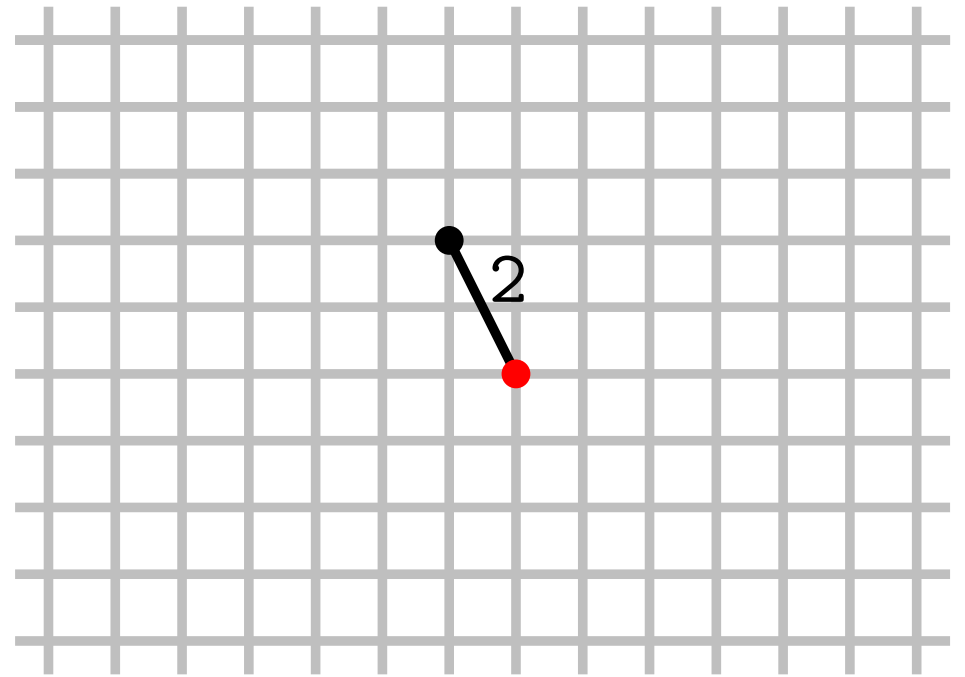
Schritt II: Wähle Vektoren



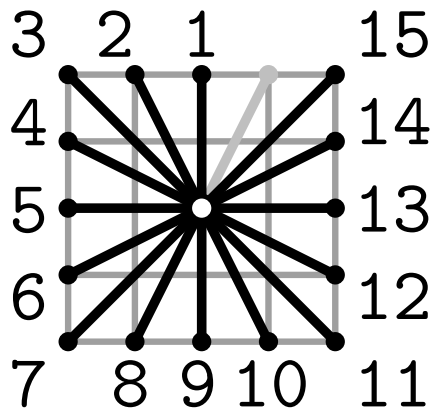
Schritt I: Beschriftete Kanten



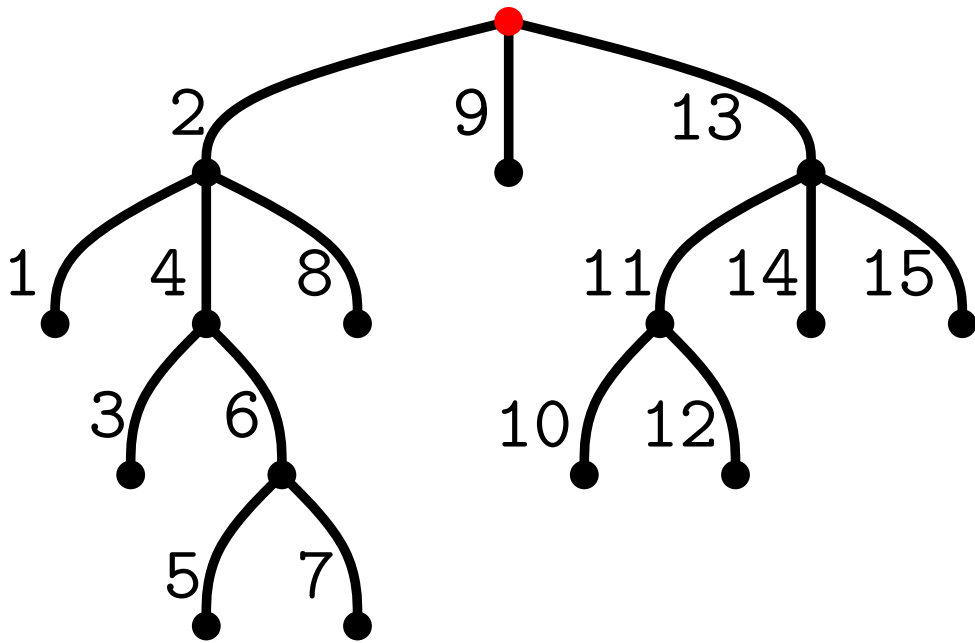
Schritt III: Zeichne Baum



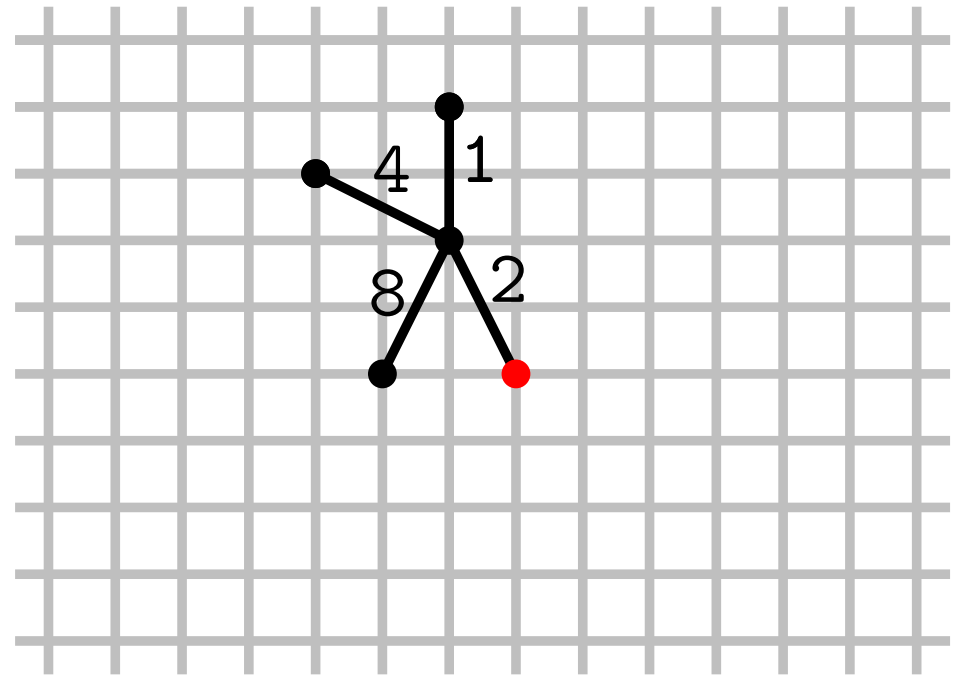
Schritt II: Wähle Vektoren



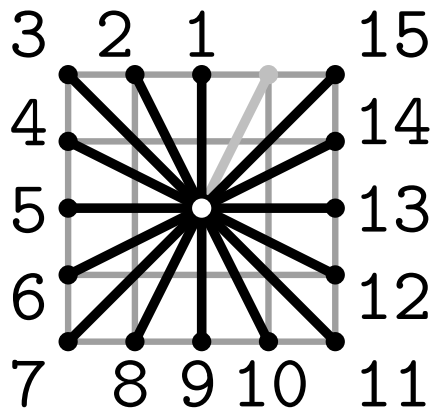
Schritt I: Beschriftete Kanten



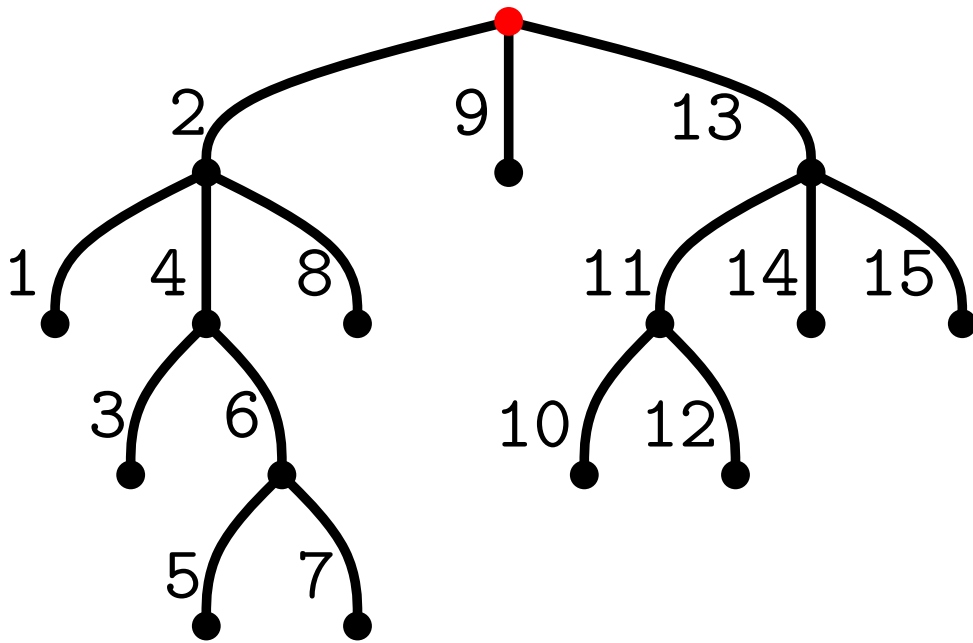
Schritt III: Zeichne Baum



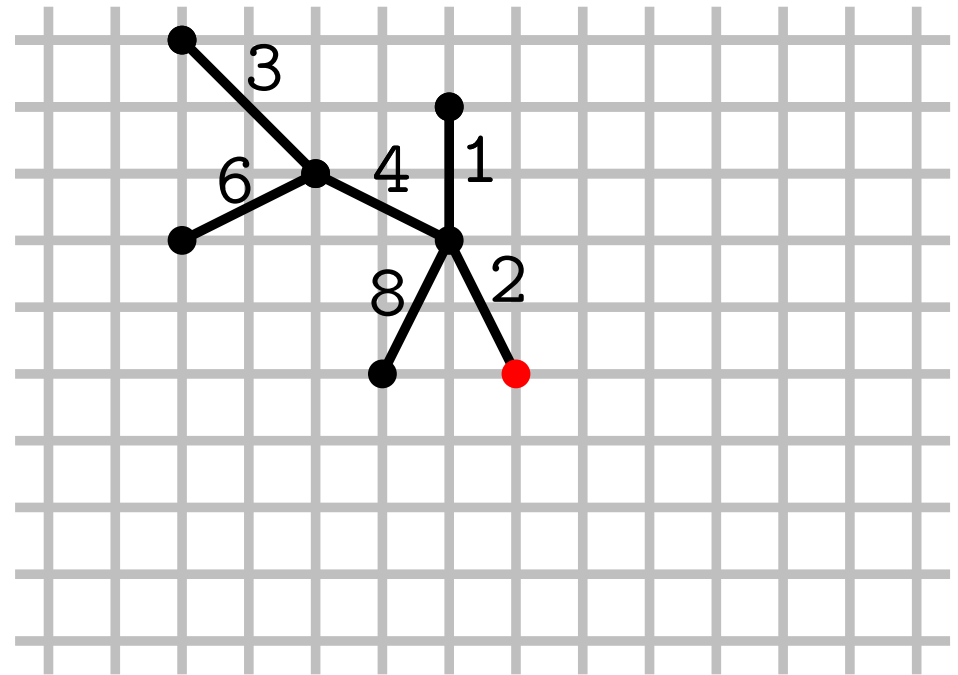
Schritt II: Wähle Vektoren



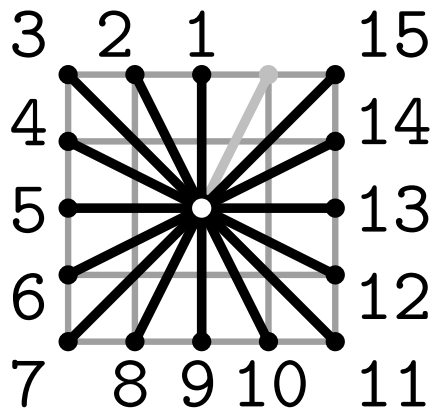
Schritt I: Beschriftete Kanten



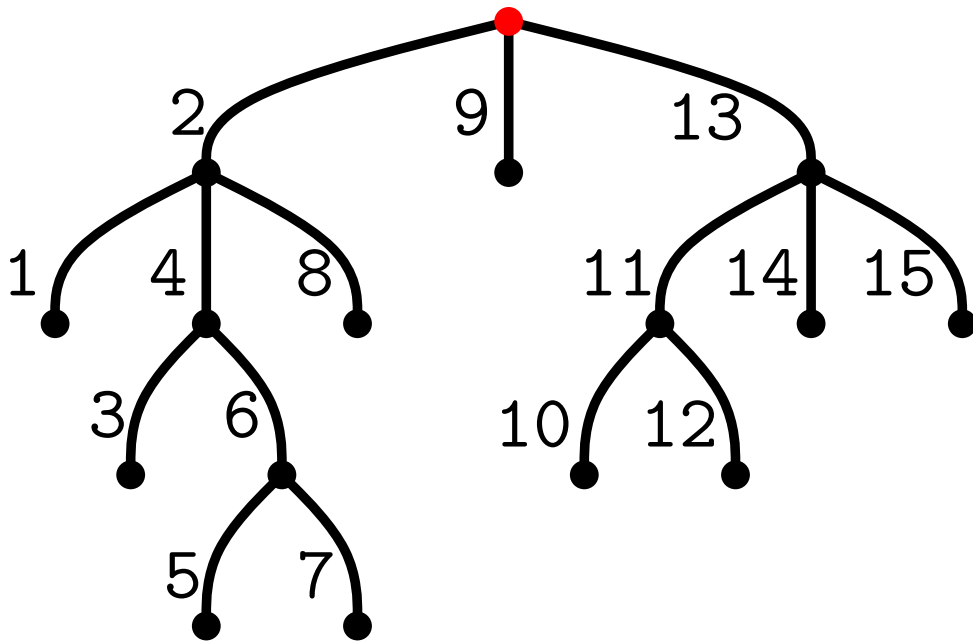
Schritt III: Zeichne Baum



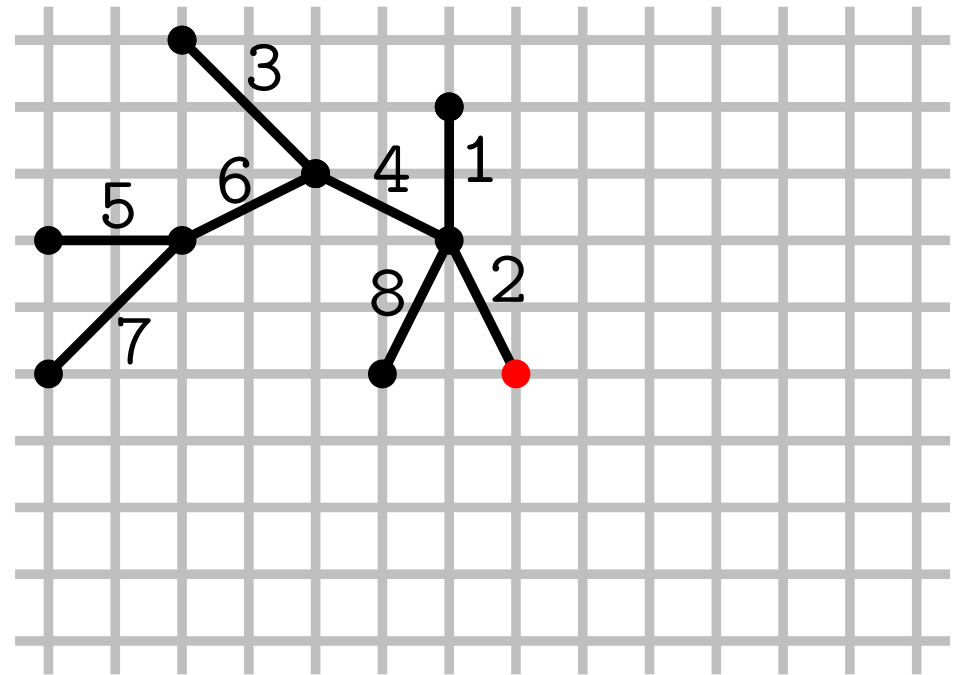
Schritt II: Wähle Vektoren



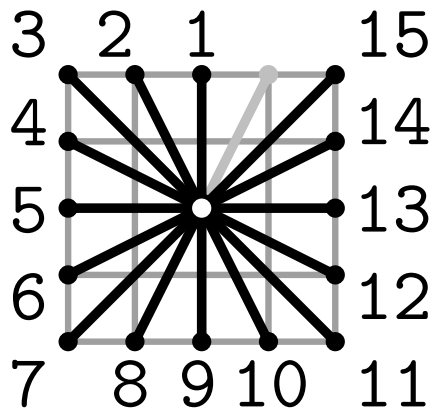
Schritt I: Beschriftete Kanten



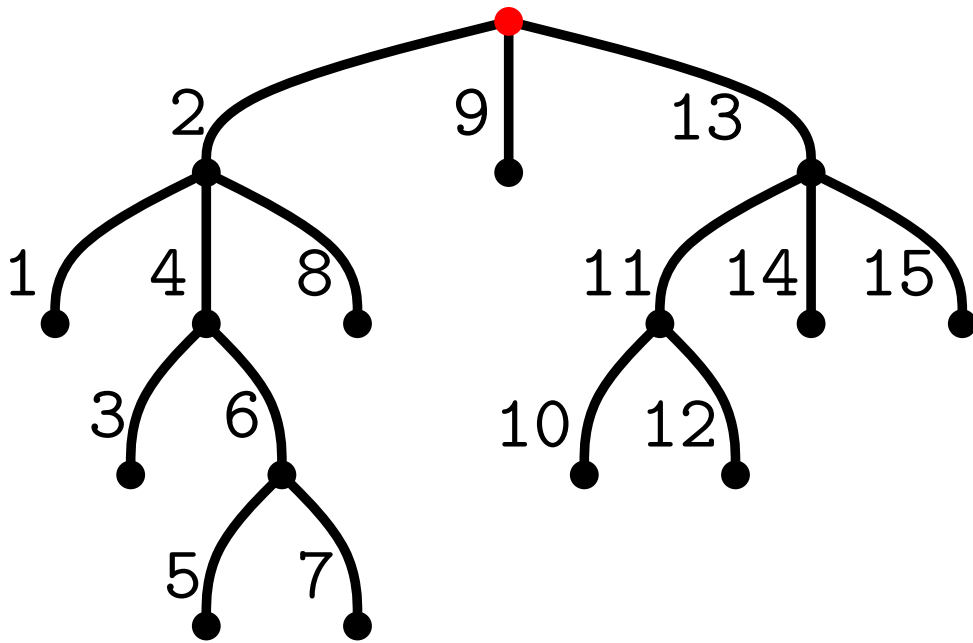
Schritt III: Zeichne Baum



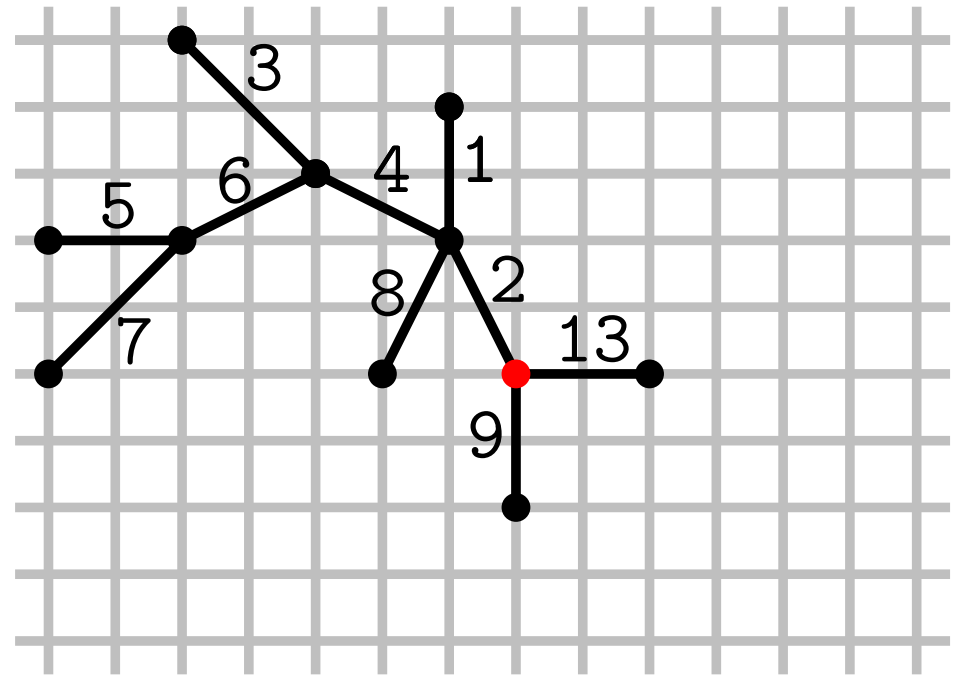
Schritt II: Wähle Vektoren



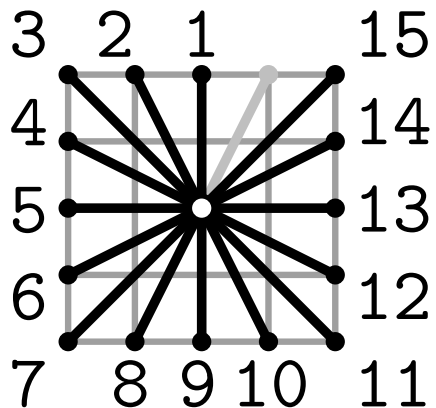
Schritt I: Beschriftete Kanten



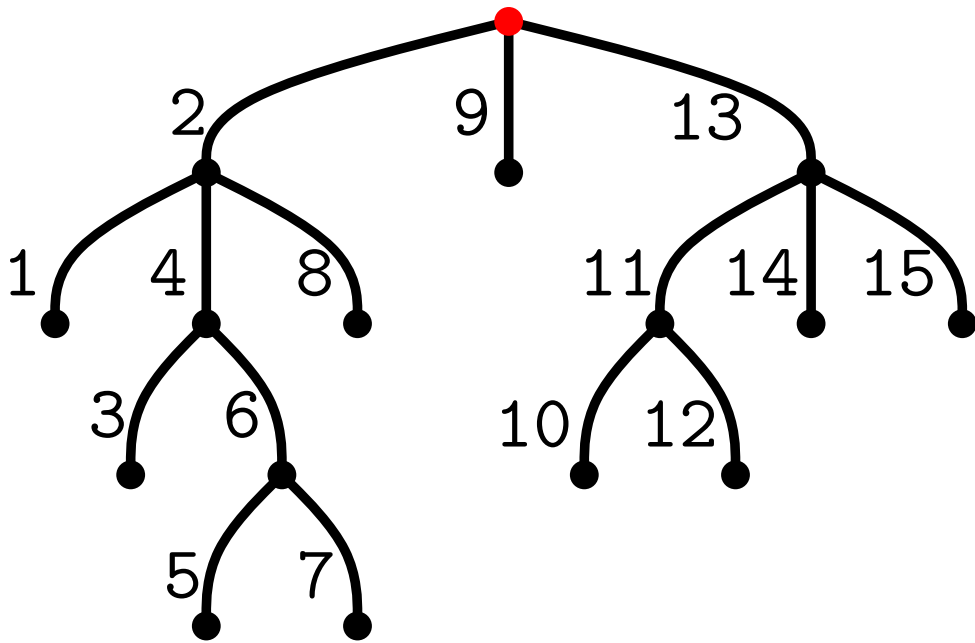
Schritt III: Zeichne Baum



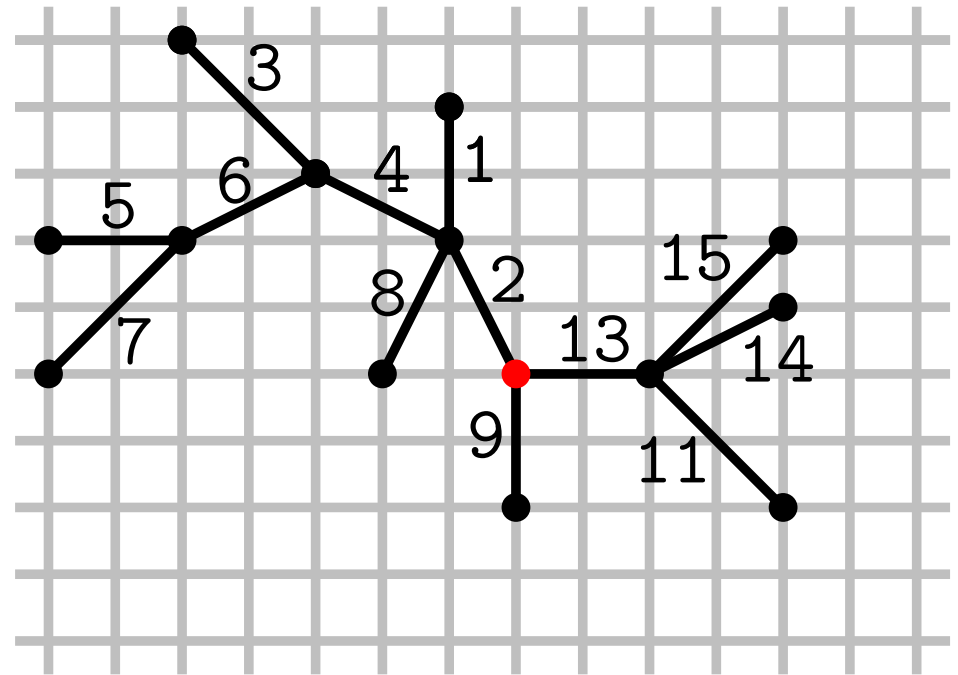
Schritt II: Wähle Vektoren



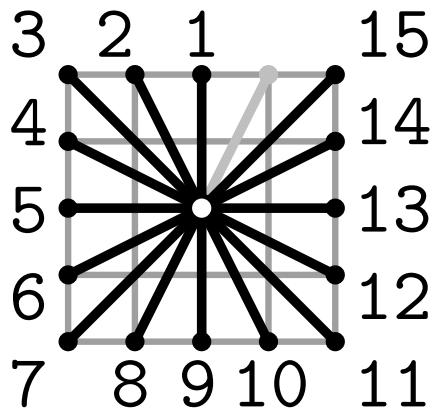
Schritt I: Beschriftete Kanten



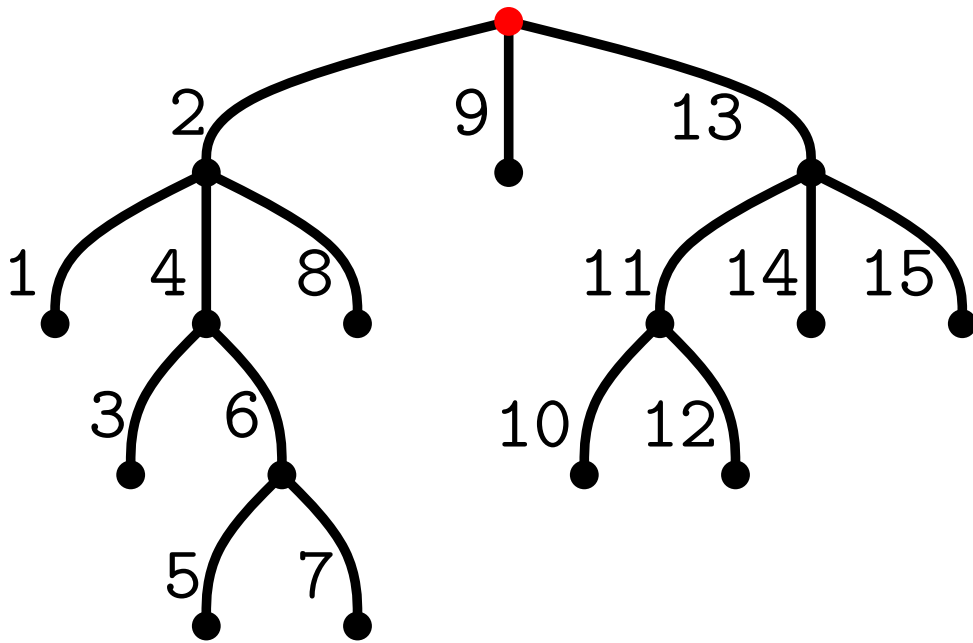
Schritt III: Zeichne Baum



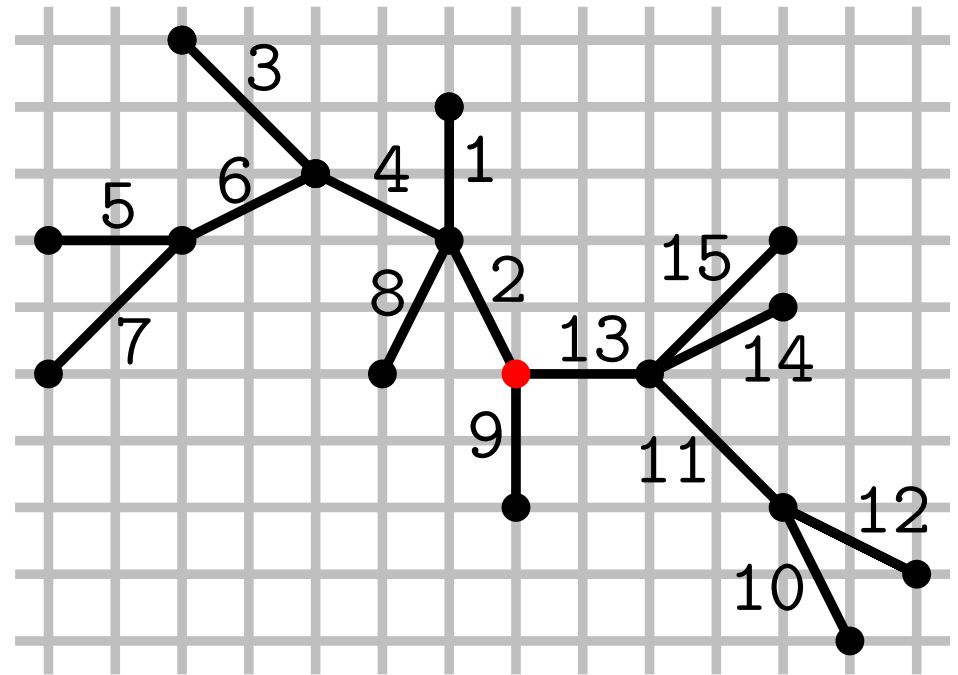
Schritt II: Wähle Vektoren



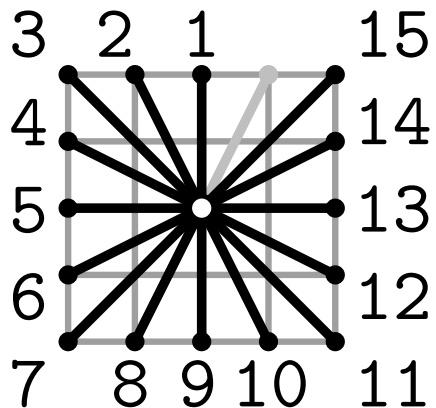
Schritt I: Beschriftete Kanten



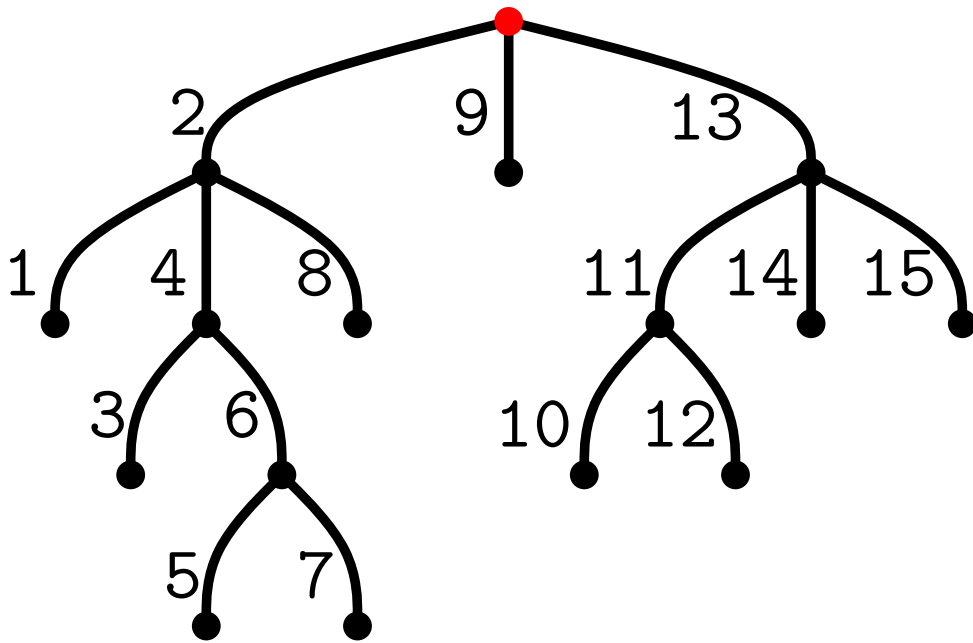
Schritt III: Zeichne Baum



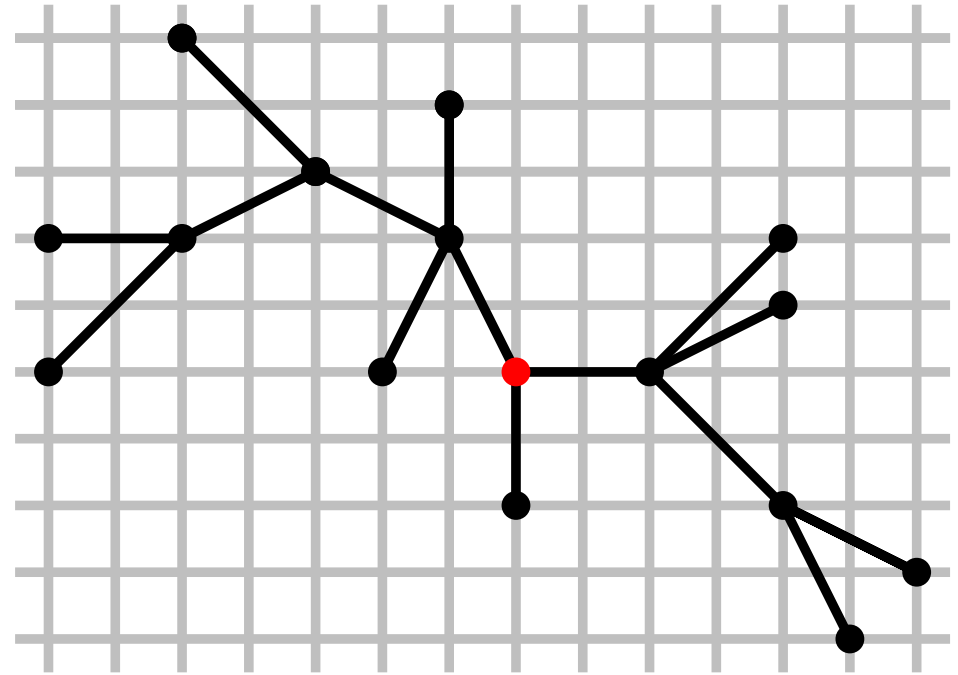
Schritt II: Wähle Vektoren



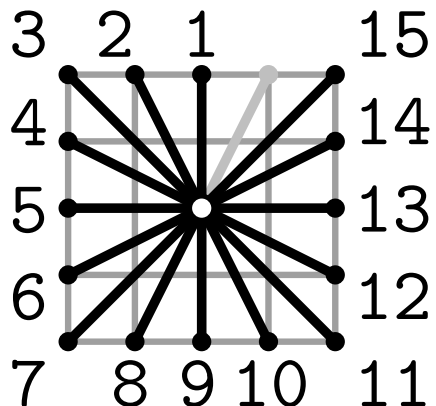
Schritt I: Beschriftete Kanten



Schritt III: Zeichne Baum



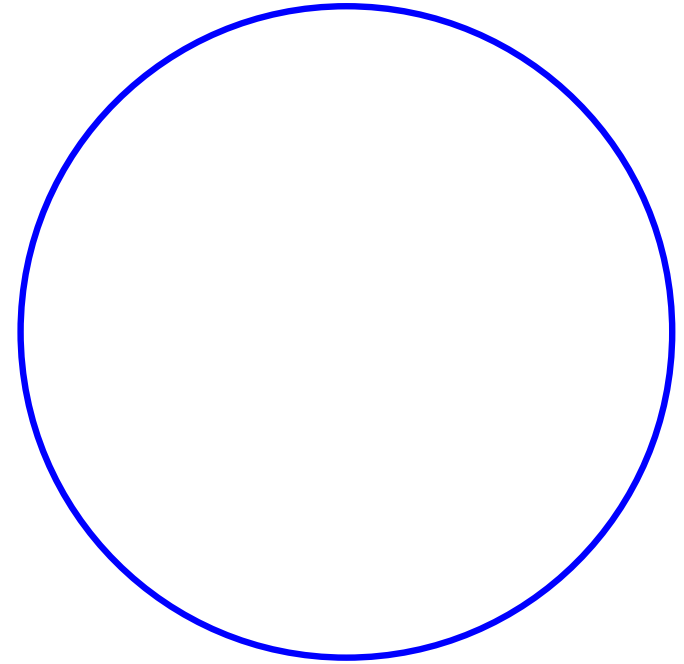
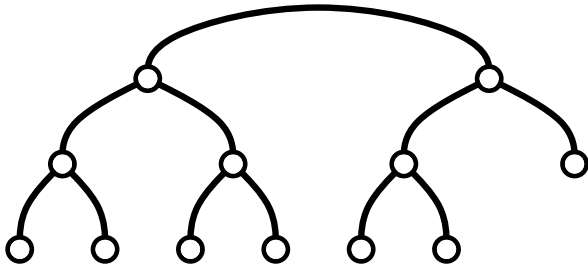
Schritt II: Wähle Vektoren



Baum \Rightarrow
monotone konvexe Zeichnung,
 $O(n^{1.5}) \times O(n^{1.5})$ Gitter

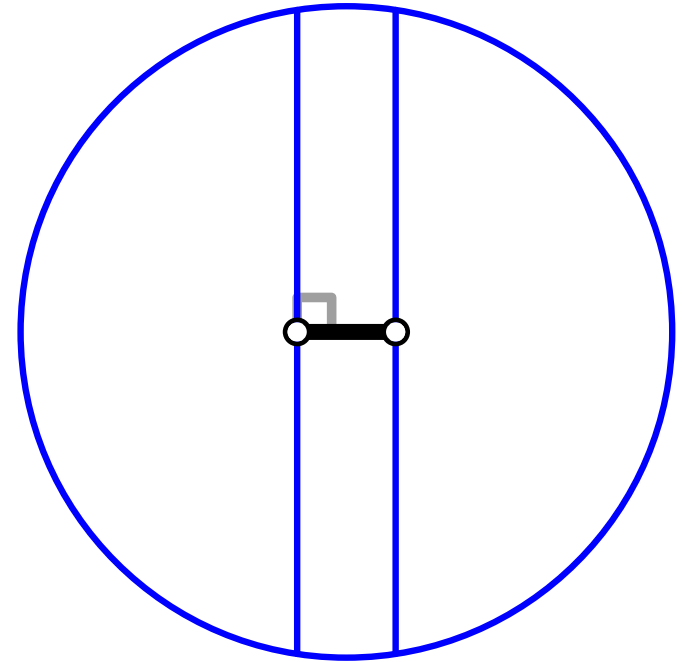
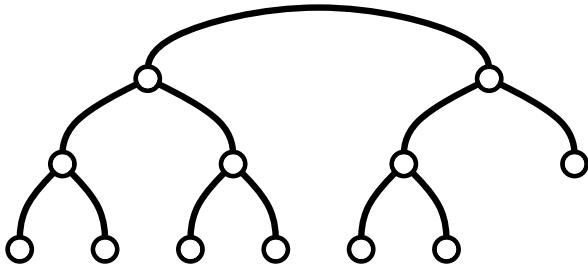
Streng Monotone Zeichnungen

Ordentlicher Binärbaum:
Kein Grad-2 Knoten



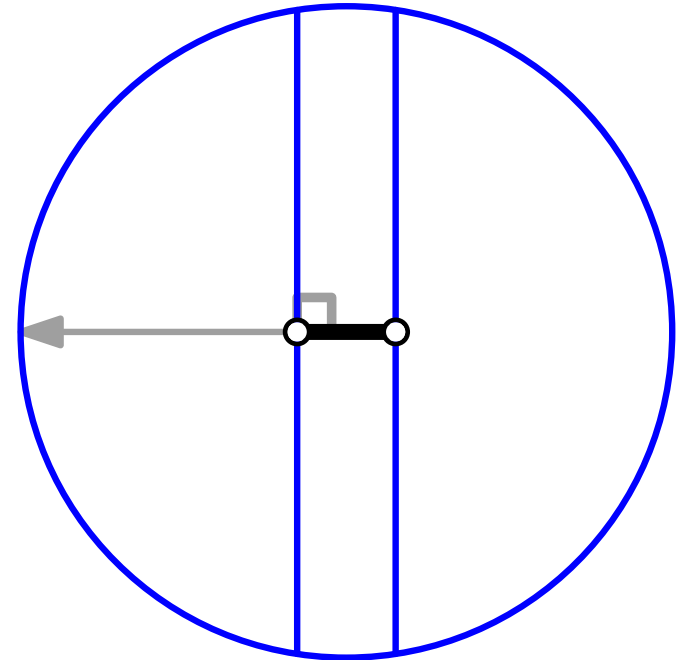
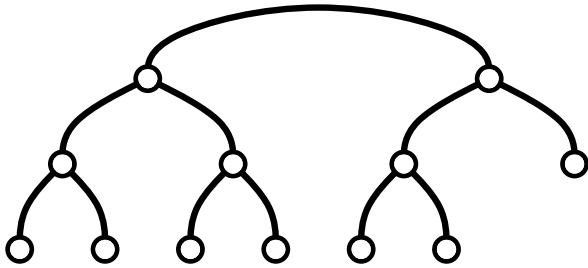
Streng Monotone Zeichnungen

Ordentlicher Binärbaum:
Kein Grad-2 Knoten



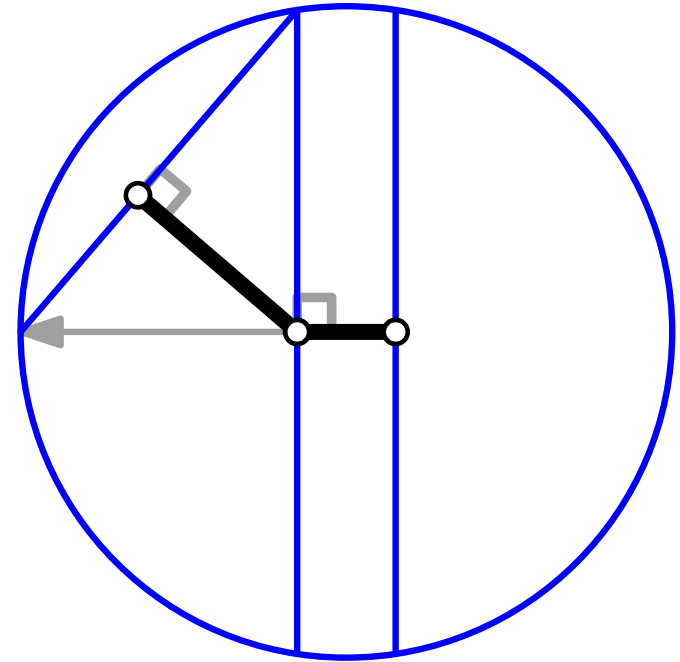
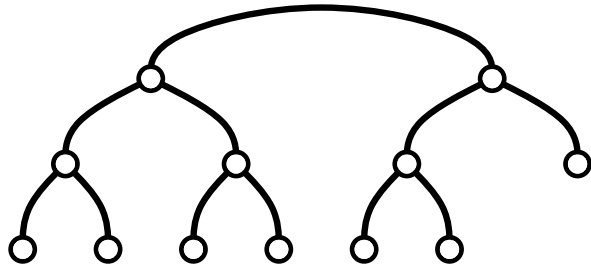
Streng Monotone Zeichnungen

Ordentlicher Binärbaum:
Kein Grad-2 Knoten



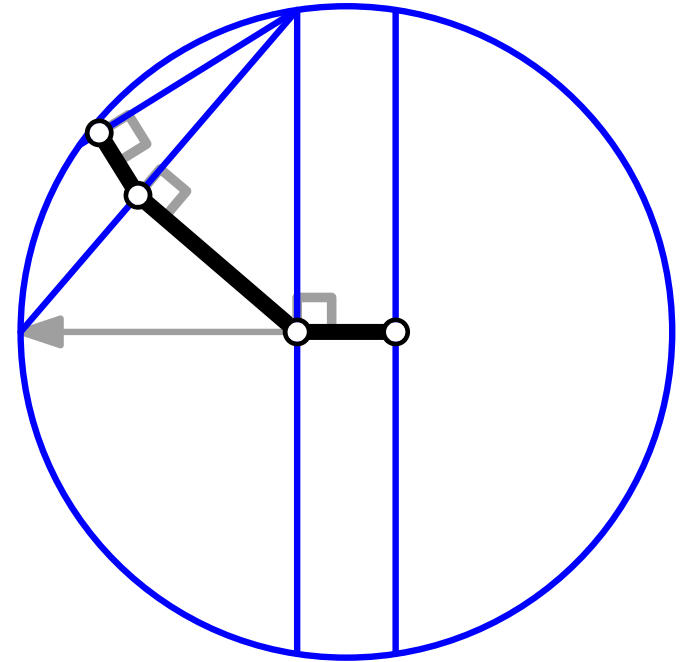
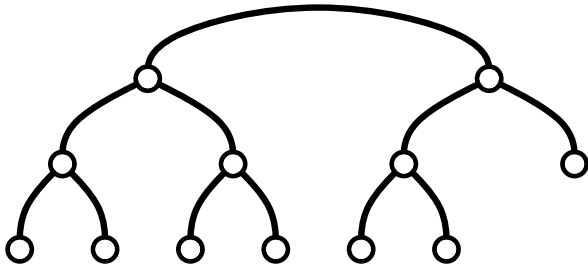
Streng Monotone Zeichnungen

Ordentlicher Binärbaum:
Kein Grad-2 Knoten



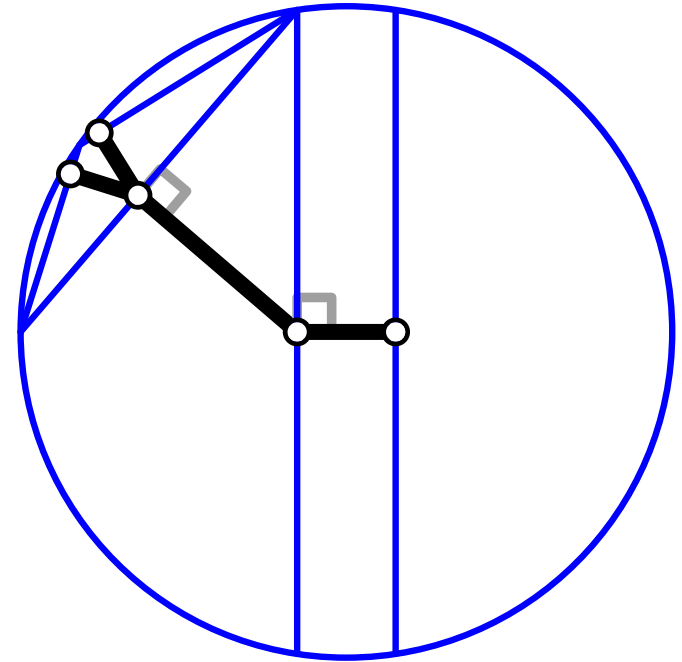
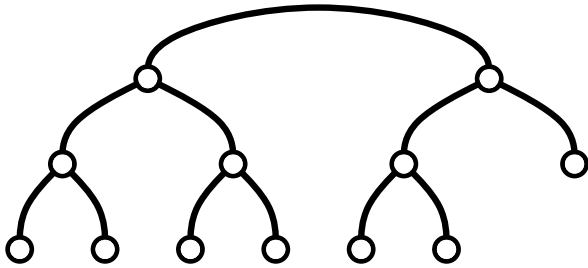
Streng Monotone Zeichnungen

Ordentlicher Binärbaum:
Kein Grad-2 Knoten



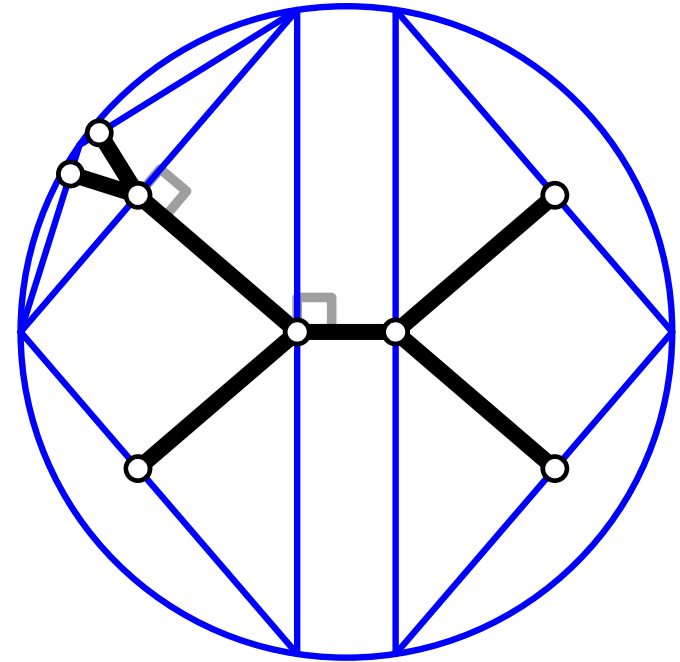
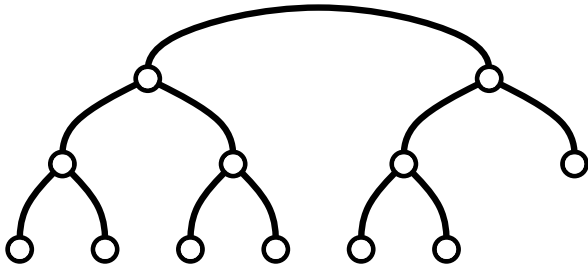
Streng Monotone Zeichnungen

Ordentlicher Binärbaum:
Kein Grad-2 Knoten



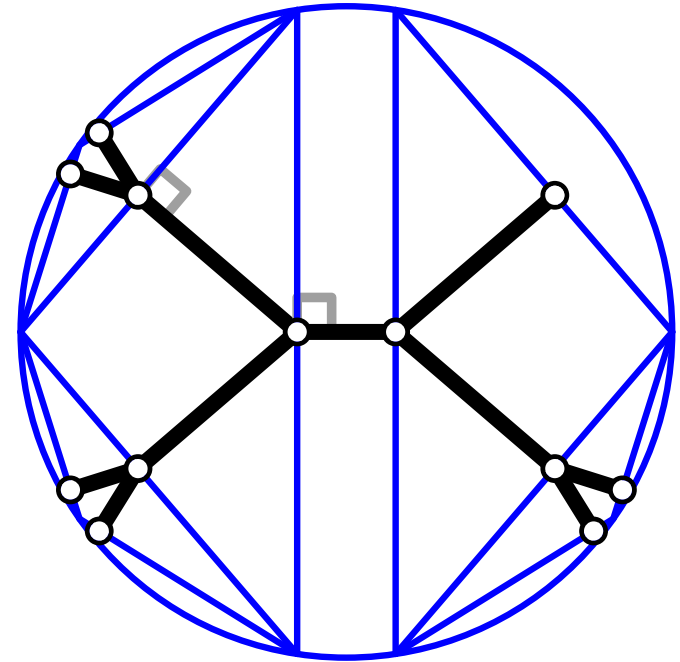
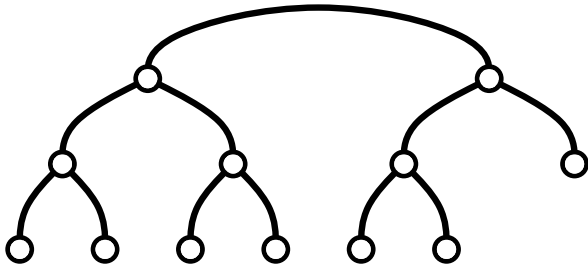
Streng Monotone Zeichnungen

Ordentlicher Binärbaum:
Kein Grad-2 Knoten



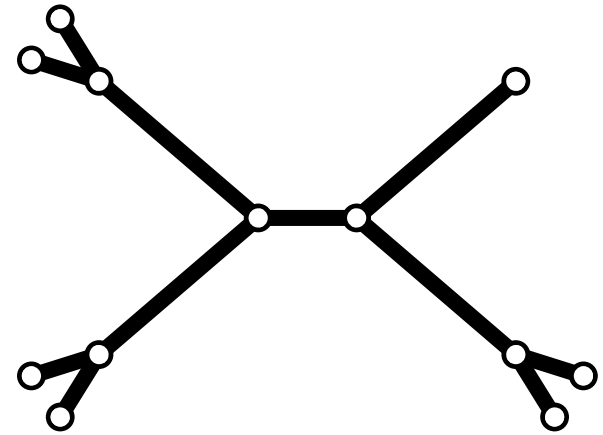
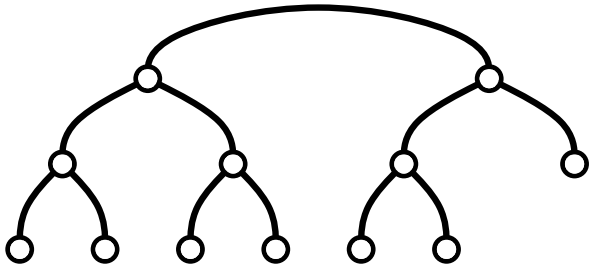
Streng Monotone Zeichnungen

Ordentlicher Binärbaum:
Kein Grad-2 Knoten



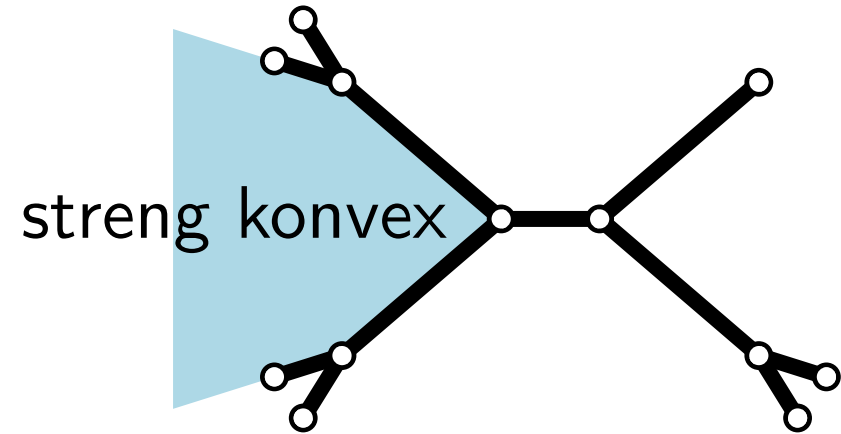
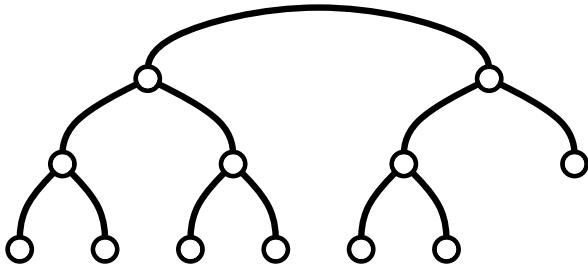
Streng Monotone Zeichnungen

Ordentlicher Binärbaum:
Kein Grad-2 Knoten



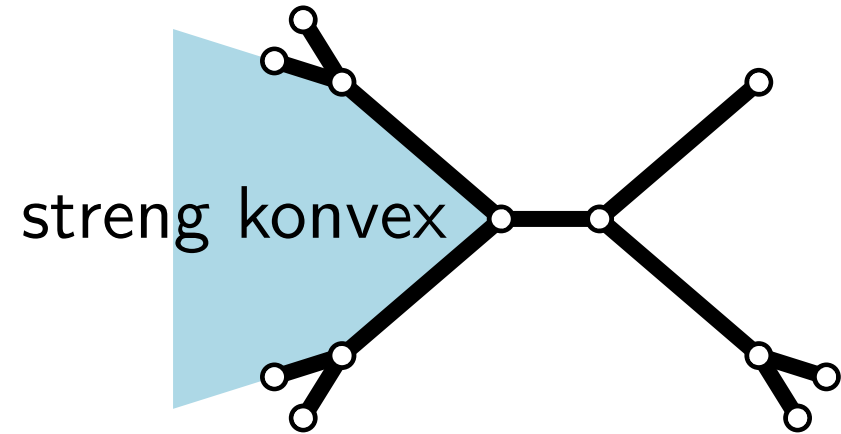
Streng Monotone Zeichnungen

Ordentlicher Binärbaum:
Kein Grad-2 Knoten



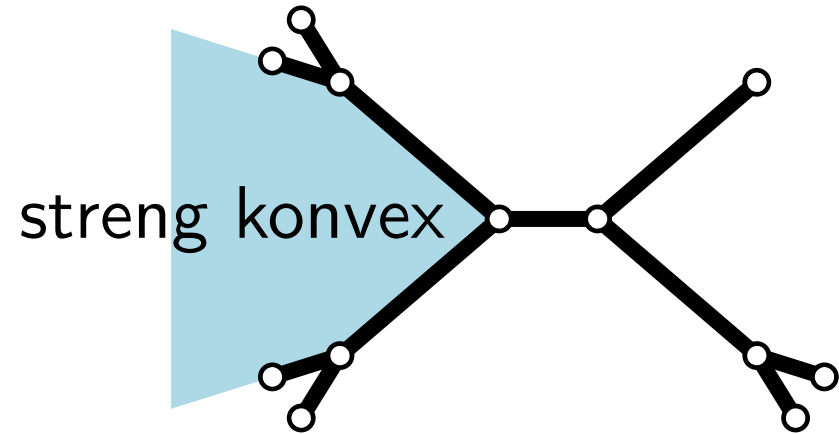
Streng Monotone Zeichnungen

Ordentlicher Binärbaum \Rightarrow
streng monotone,
streng konvexe Zeichnung,
exponentielle Fläche



Streng Monotone Zeichnungen

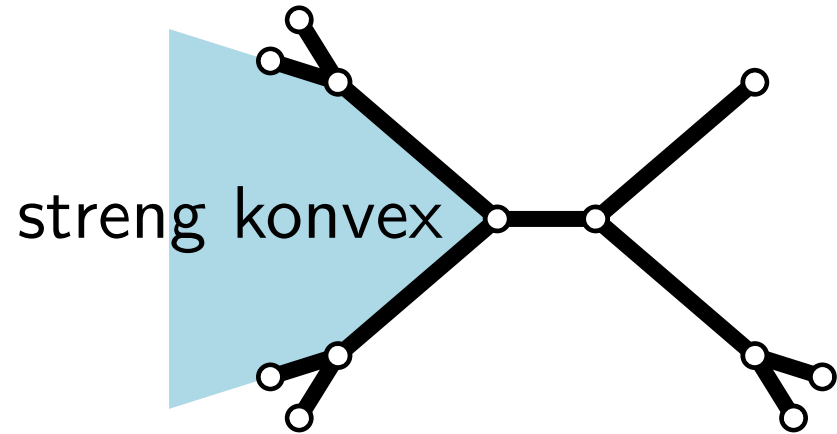
Ordentlicher Binärbaum \Rightarrow
streng monotone,
streng konvexe Zeichnung,
exponentielle Fläche



Baum \Rightarrow streng monotone Zeichnung, exponentielle Fläche

Streng Monotone Zeichnungen

Ordentlicher Binärbaum \Rightarrow
streng monotone,
streng konvexe Zeichnung,
exponentielle Fläche



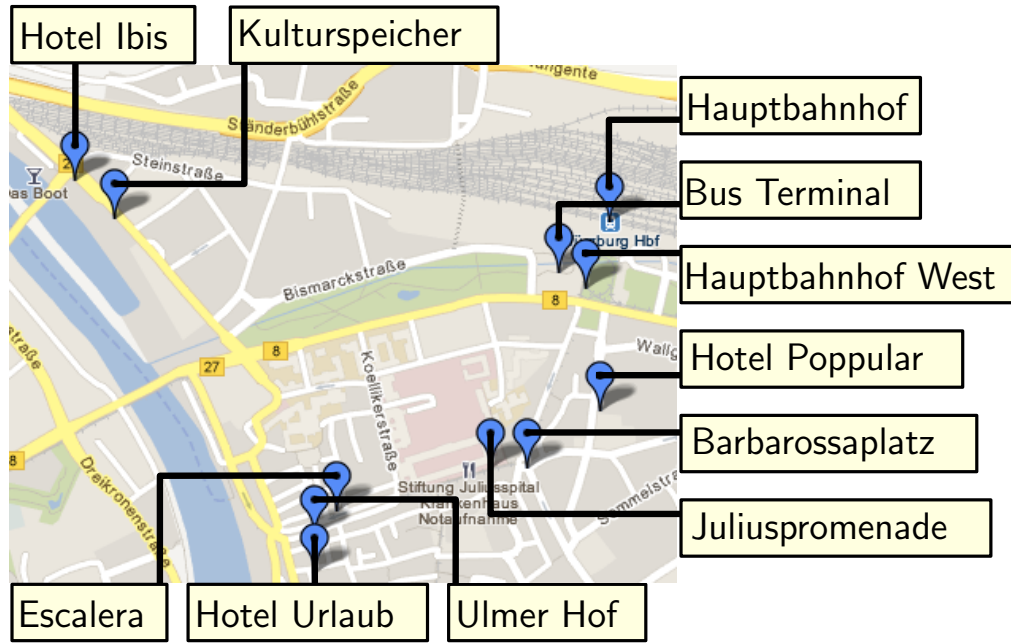
Baum \Rightarrow streng monotone Zeichnung, exponentielle Fläche

Nöllenburg et al.
Exponentielle Fläche wird benötigt.

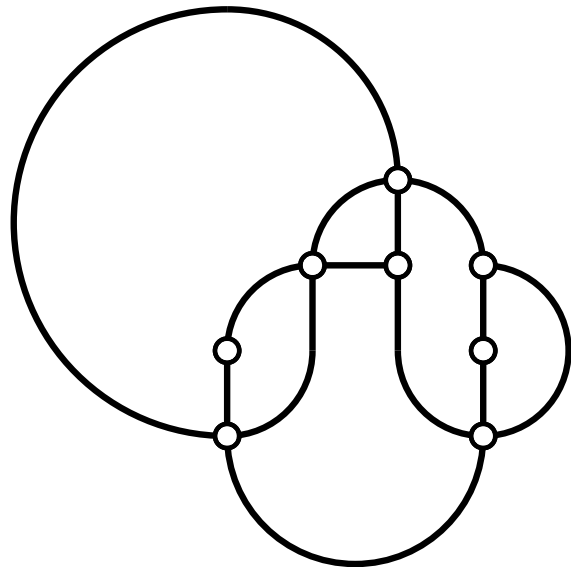
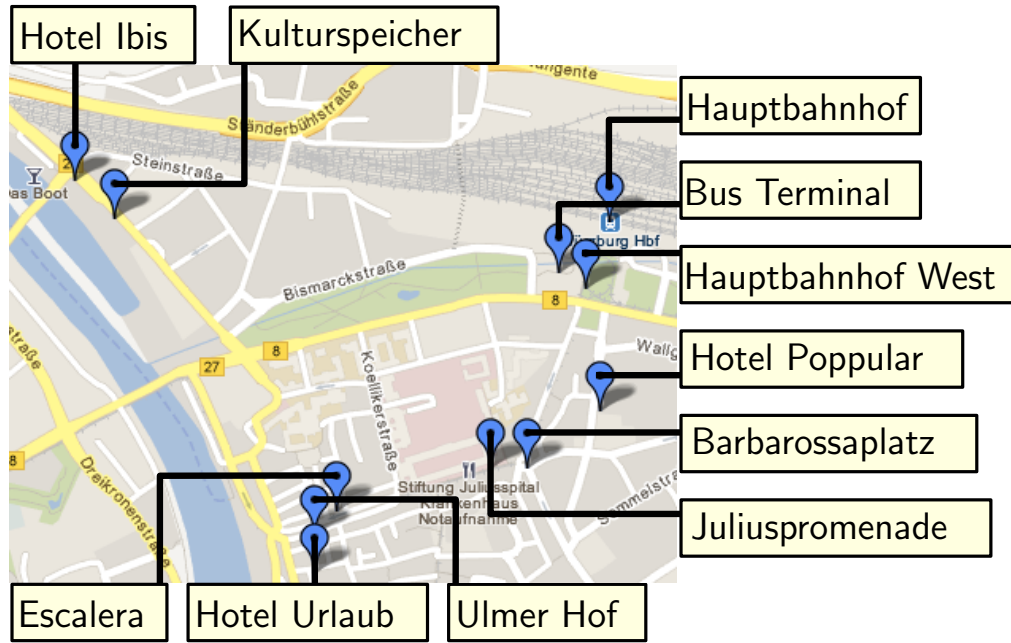
[arXiv'14]

Zusammenfassung

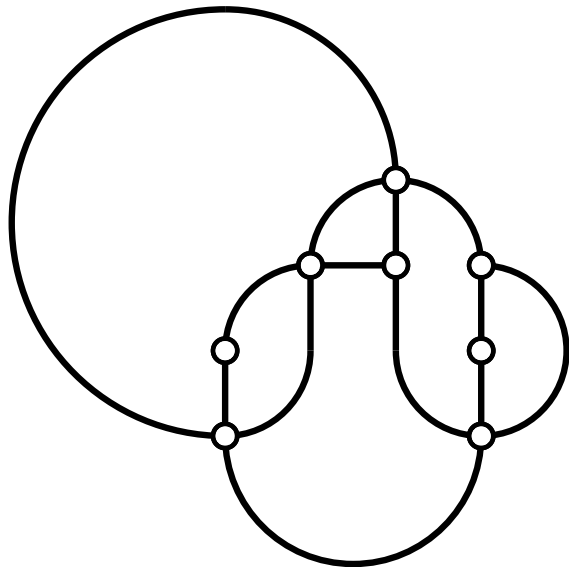
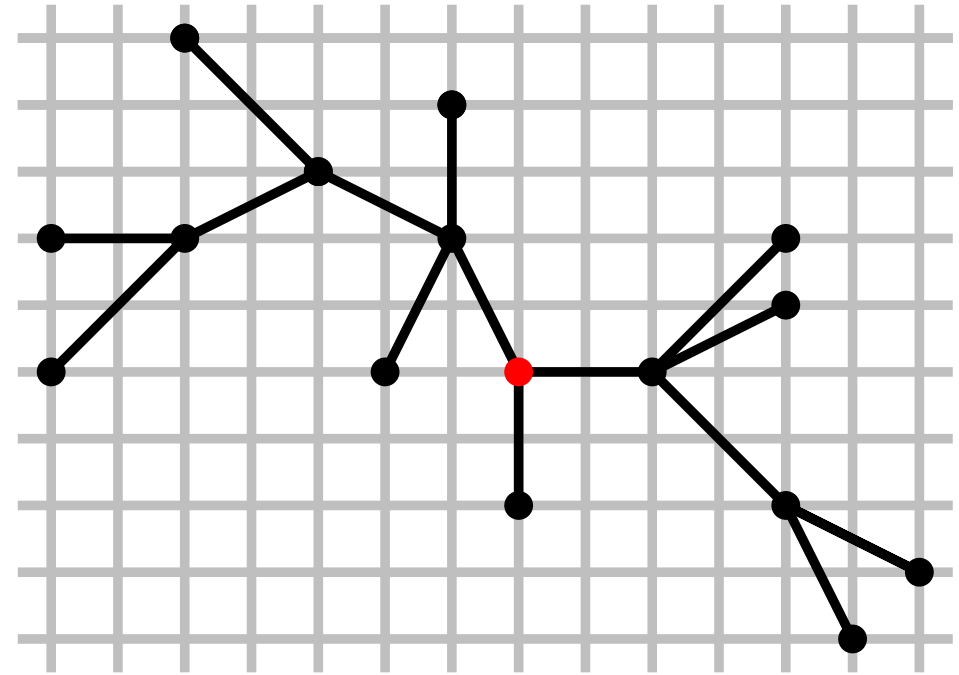
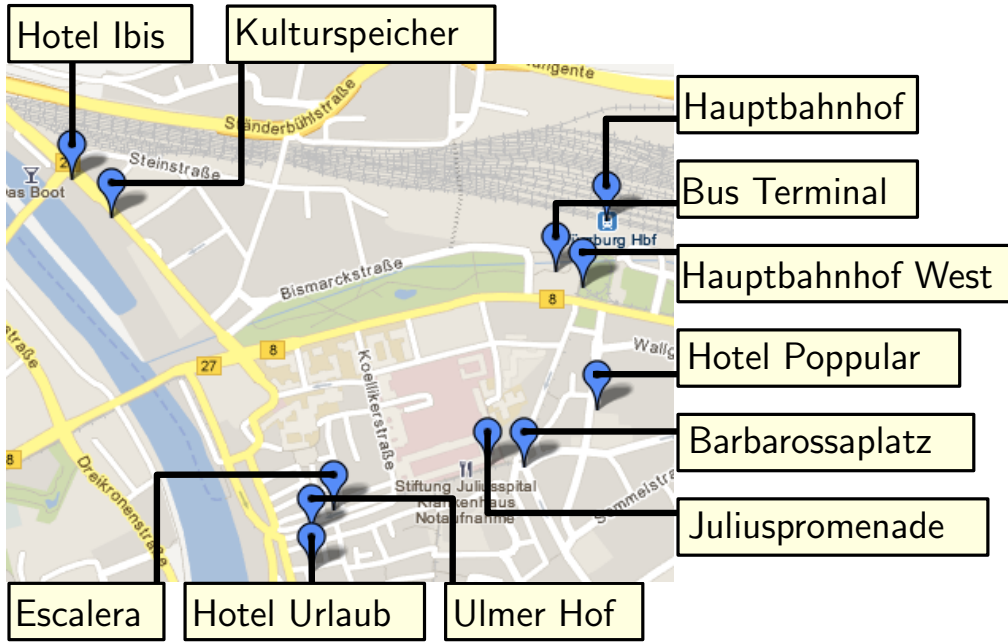
Zusammenfassung



Zusammenfassung



Zusammenfassung



Zusammenfassung

