

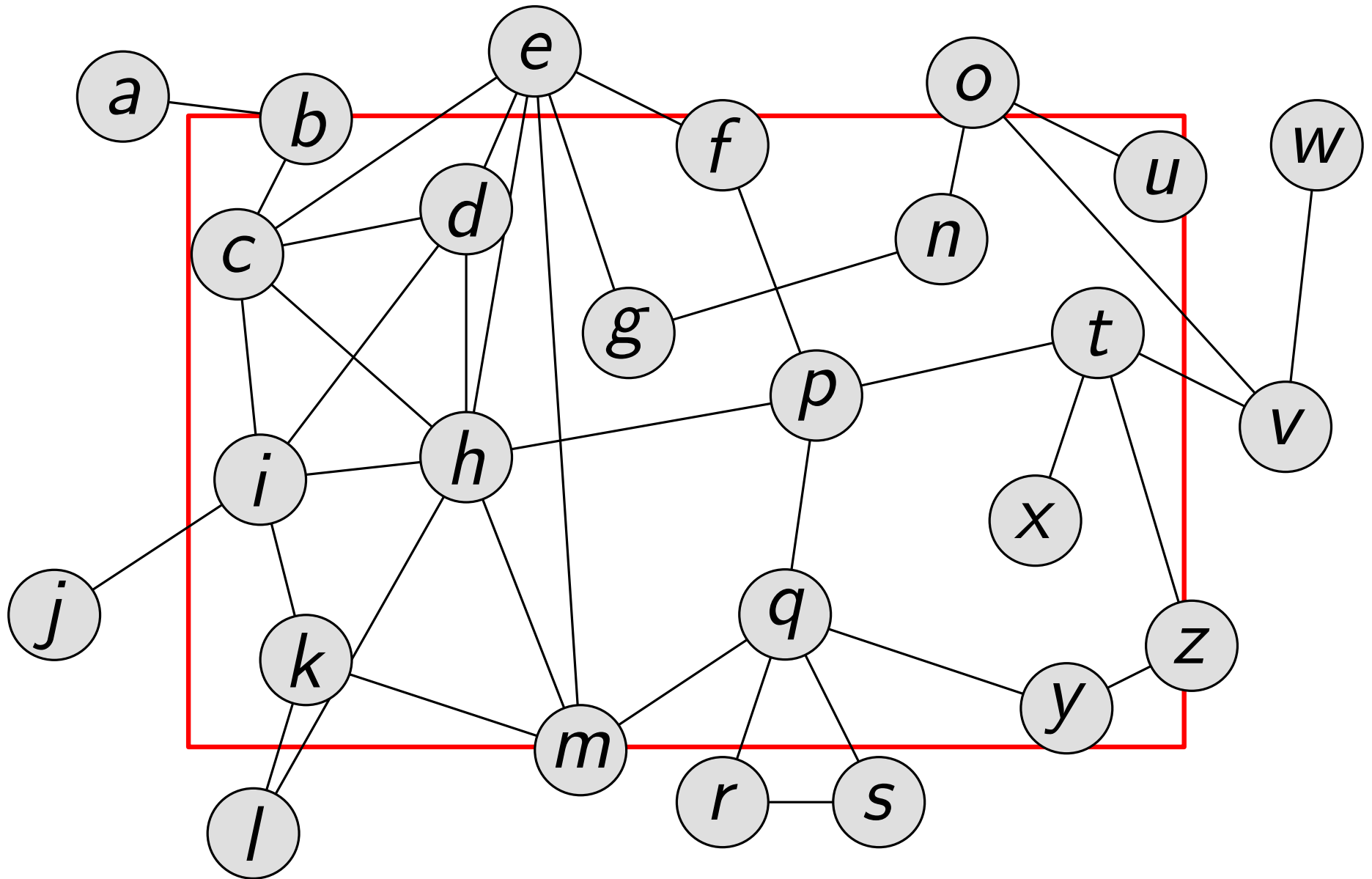
Bachelor-Kolloquium

Visualisierung von gewichteten Graphen unter Platzbeschränkung

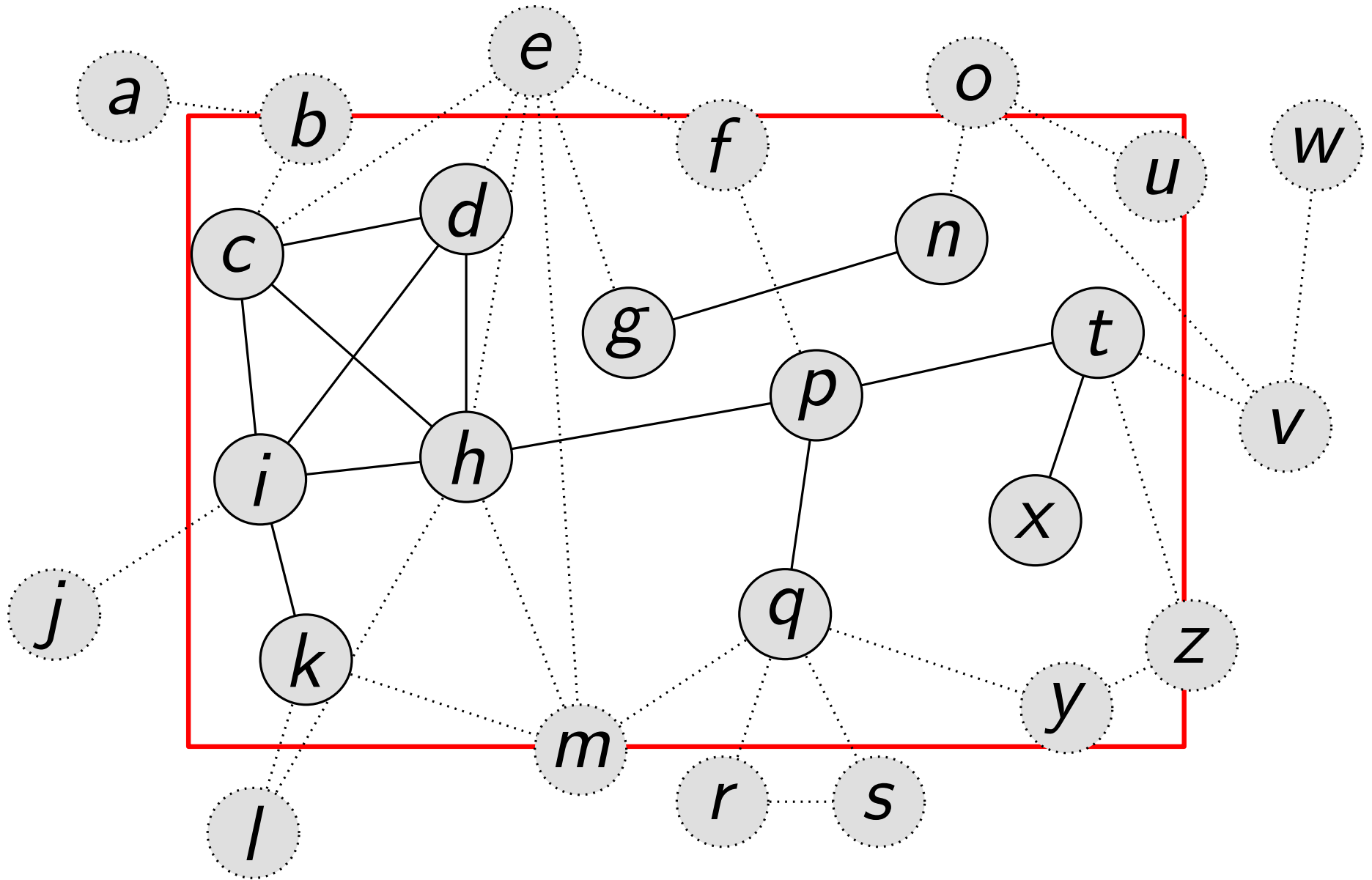
Maximilian Aulbach
20.03.2014

Betreuer:
Prof. Dr. Alexander Wolff
Dipl.-Inf. Martin Fink

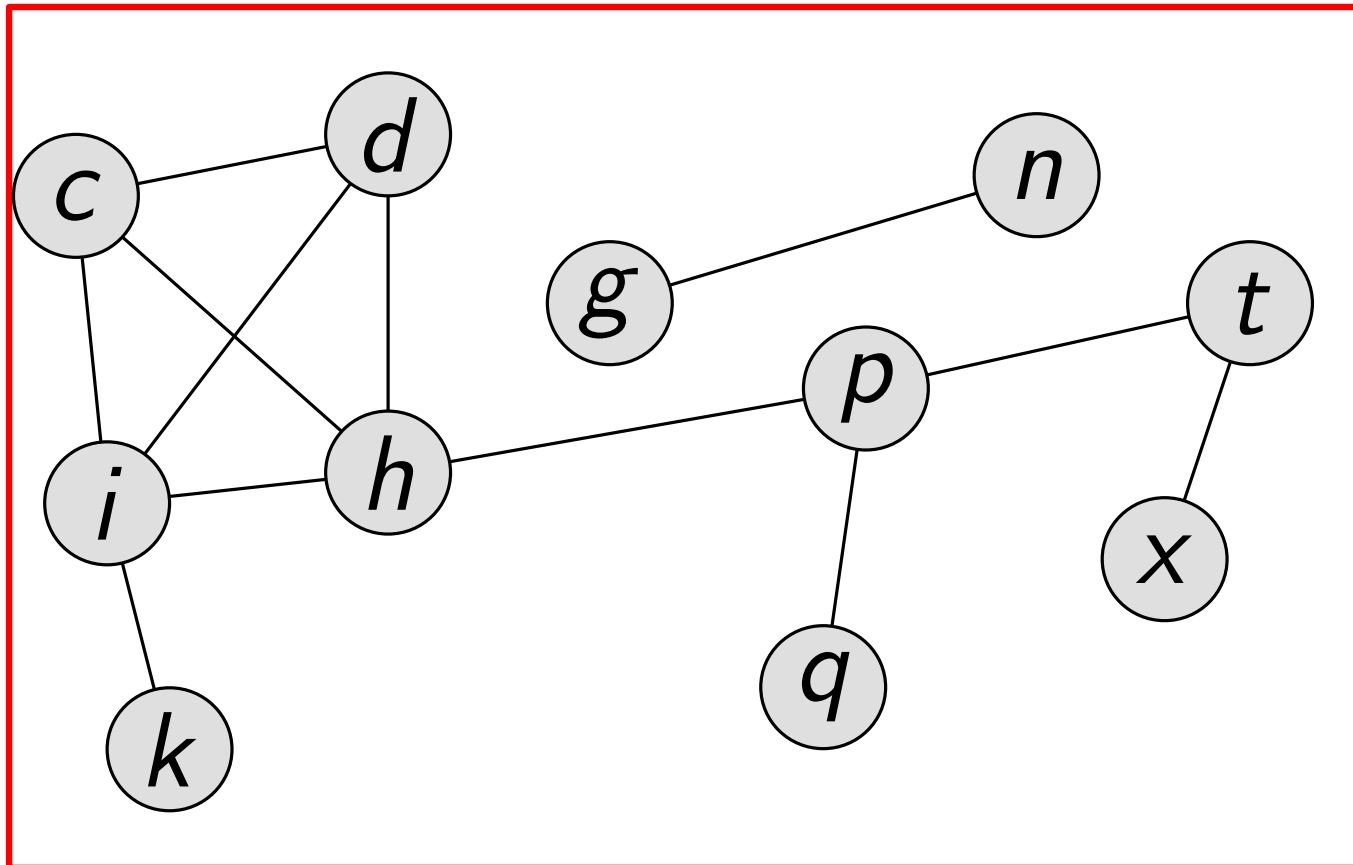
Einleitung



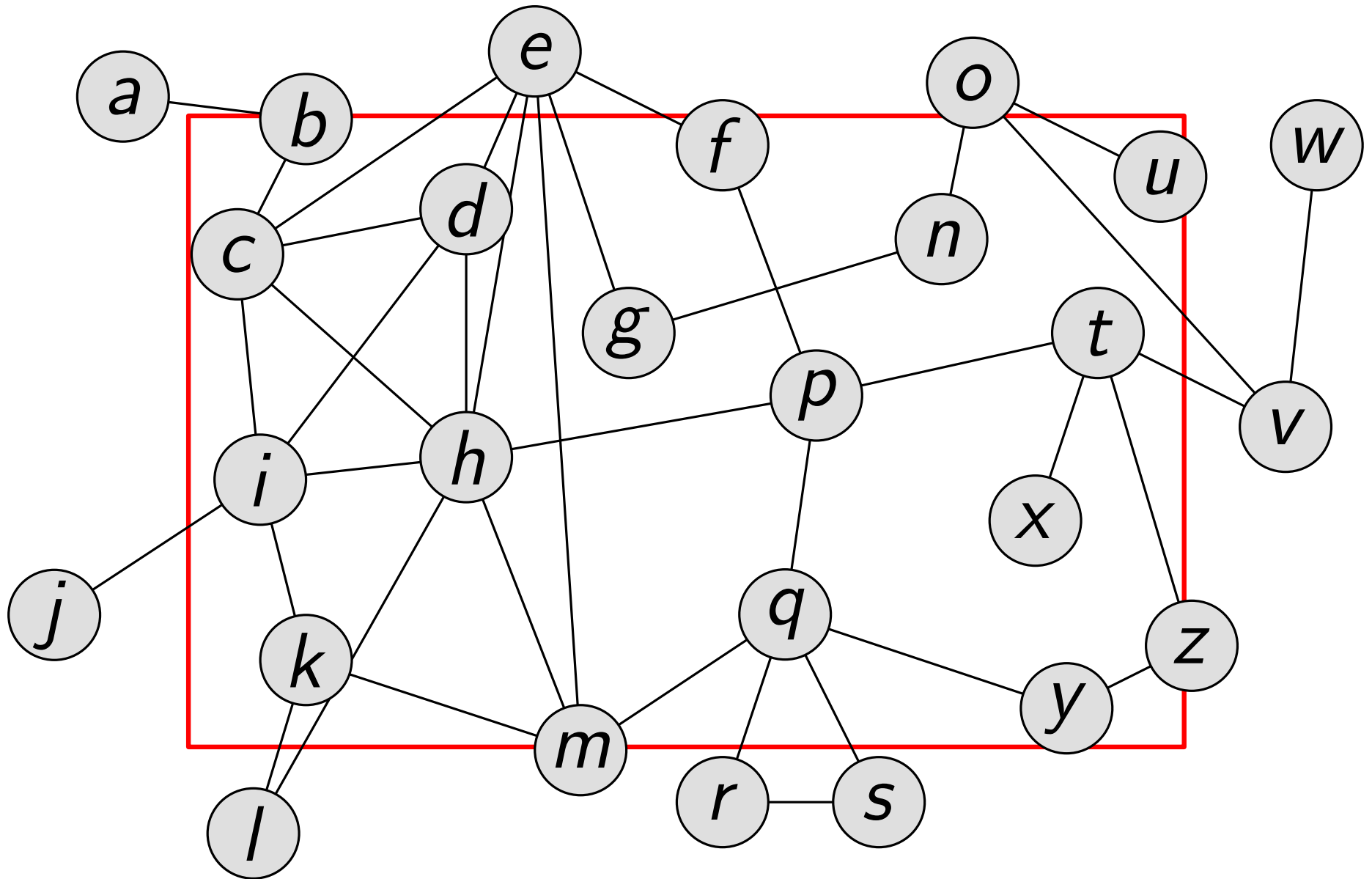
Einleitung



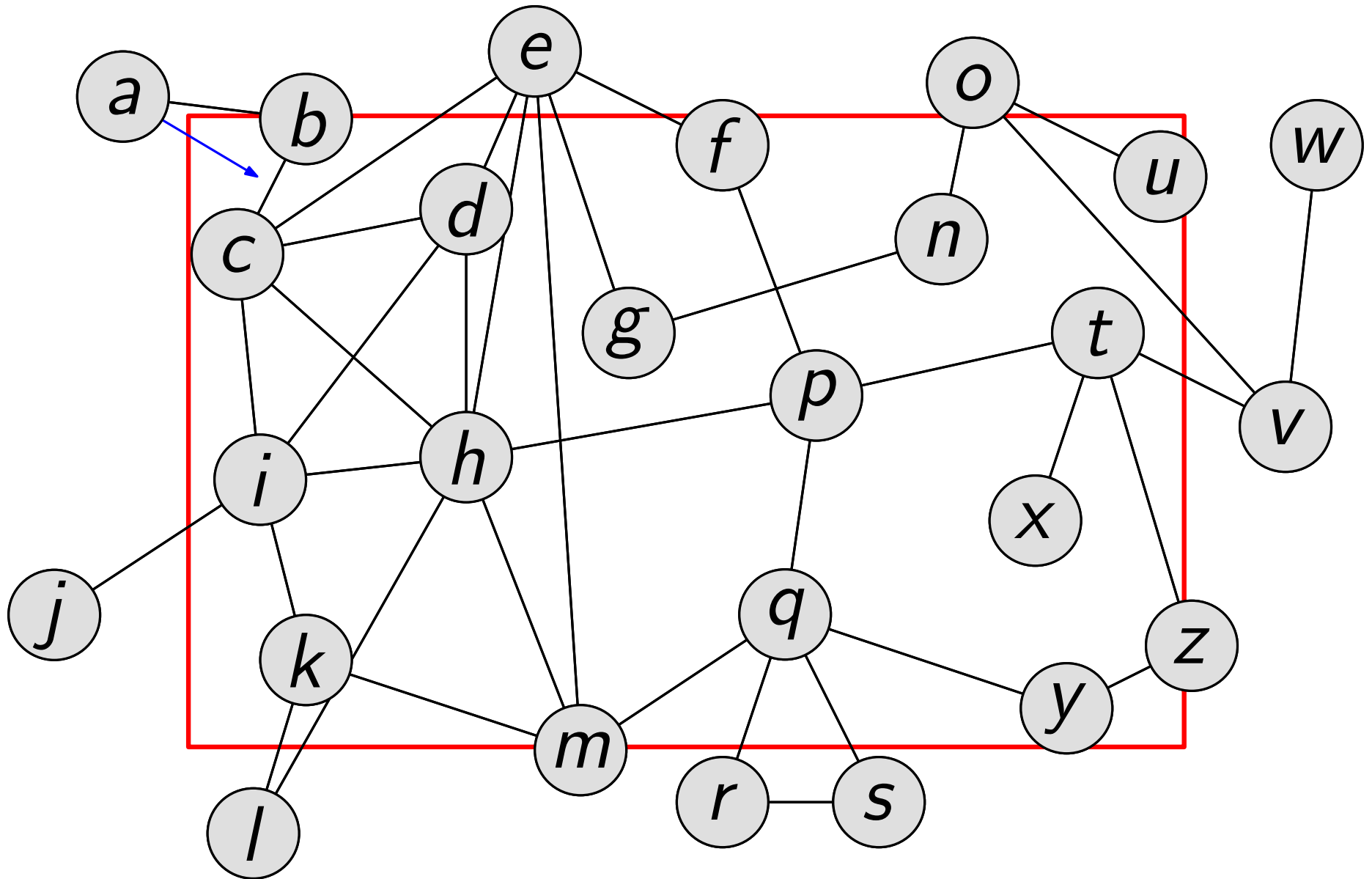
Einleitung



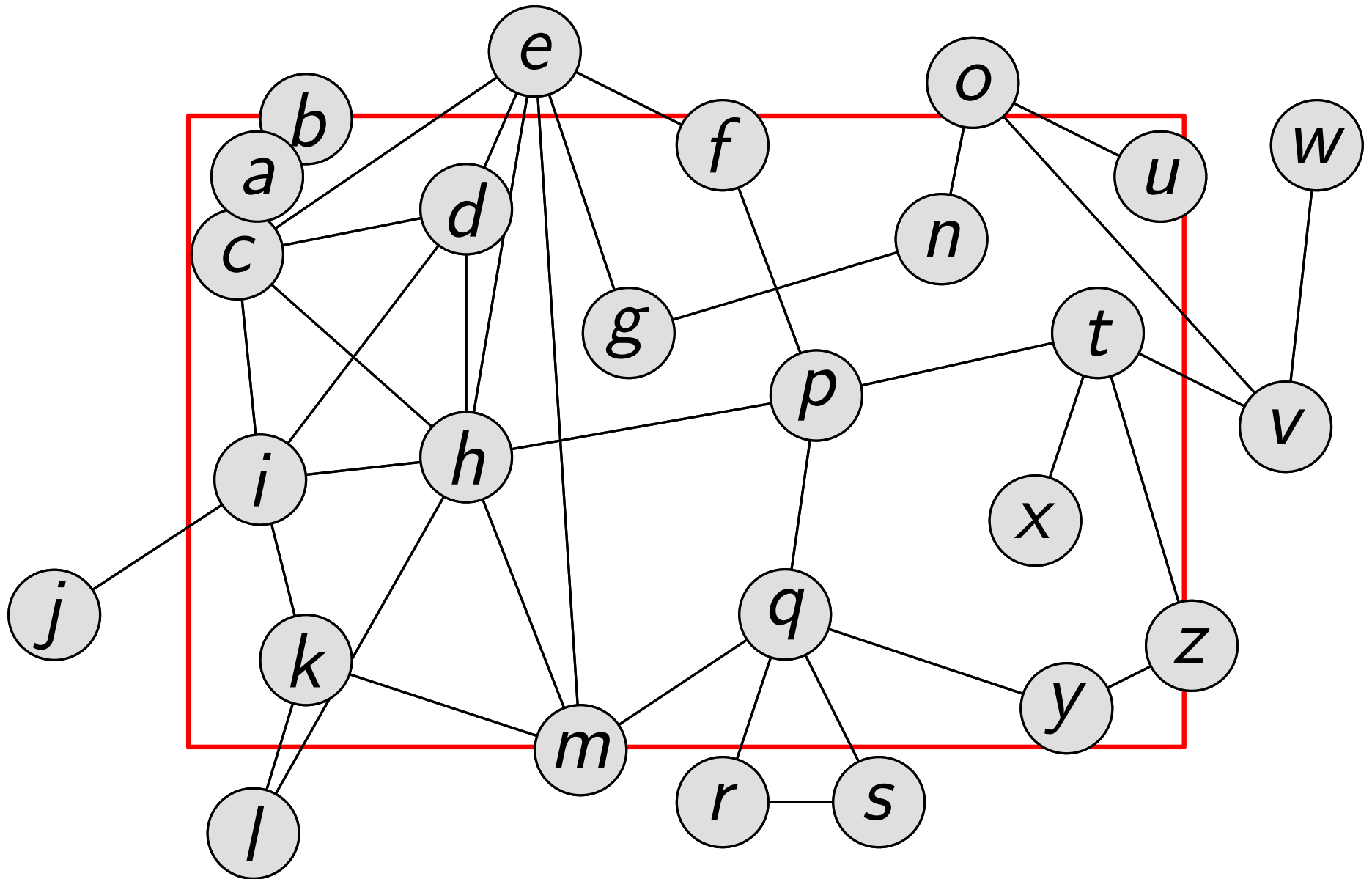
Einleitung



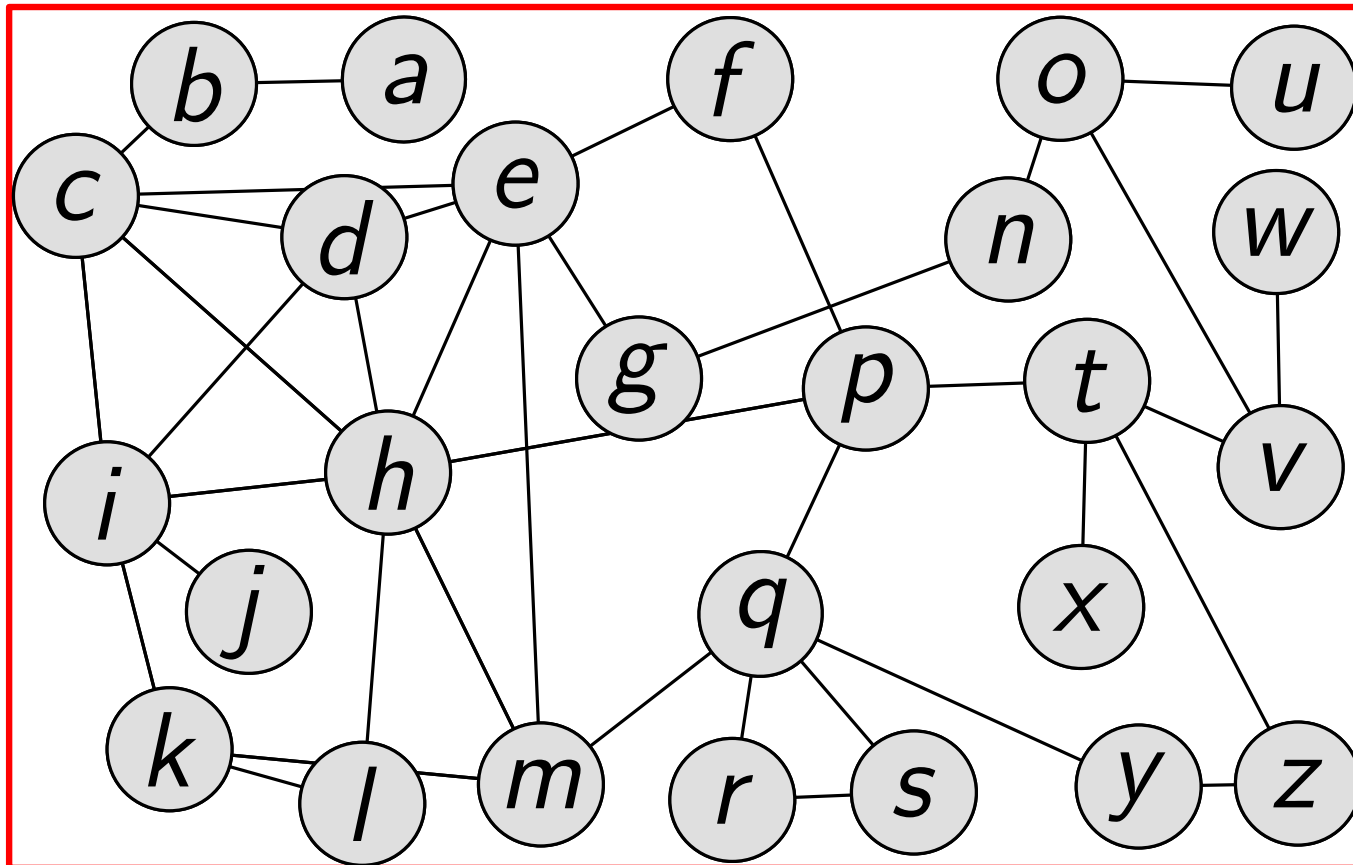
Einleitung



Einleitung



Einleitung



Problemstellung

- Gegeben:
- Graph mit gewichteten Knoten und Kanten
 - vorgegebene Knotenform (Kreis, Rechteck)
 - Höhe und Breite der Zeichenfläche
 - gewünschte Kantenlänge l_{unit}
 - vorgegebene Schriftgröße

Problemstellung

- Gegeben:**
- Graph mit gewichteten Knoten und Kanten
 - vorgegebene Knotenform (Kreis, Rechteck)
 - Höhe und Breite der Zeichenfläche
 - gewünschte Kantenlänge l_{unit}
 - vorgegebene Schriftgröße

- Gesucht:** Zeichnung eines Teilgraphen:
- möglichst hohes Knoten- und Kantengewicht
 - möglichst wenige Kantenkreuzungen
 - keine Kantenüberdeckungen
 - Zeichnung in vorgegebener Zeichenfläche

Problemstellung

- Gegeben:**
- Graph mit gewichteten Knoten und Kanten
 - vorgegebene Knotenform (Kreis, Rechteck)
 - Höhe und Breite der Zeichenfläche
 - gewünschte Kantenlänge l_{unit}
 - vorgegebene Schriftgröße

- Gesucht:** Zeichnung eines Teilgraphen:
- möglichst hohes Knoten- und Kantengewicht
 - möglichst wenige Kantenkreuzungen
 - keine Kantenüberdeckungen
 - Zeichnung in vorgegebener Zeichenfläche

- Lösung:** modifiziertes kräftebasiertes Verfahren
- es existieren keine Verfahren für Problemstellung

Kräftebasierte Verfahren

Ziel: übersichtliche Zeichnung des Graphen

Kräftebasierte Verfahren

Ziel: übersichtliche Zeichnung des Graphen

- Idee:**
- Berechnung von Kräften, die auf Zeichnung einwirken
 - Verschiebung der Knoten nach ihrem Gesamtvektor
 - Kriterium der gewünschten Kantenlänge
 - lokale Verbesserung wird erreicht
 - nach vielen Iterationen entsteht Kräftegleichgewicht

Kräftebasierte Verfahren

Ziel: übersichtliche Zeichnung des Graphen

- Idee:**
- Berechnung von Kräften, die auf Zeichnung einwirken
 - Verschiebung der Knoten nach ihrem Gesamtvektor
 - Kriterium der gewünschten Kantenlänge
 - lokale Verbesserung wird erreicht
 - nach vielen Iterationen entsteht Kräftegleichgewicht

Ablauf:

1. berechne die wirkenden Kräfte für alle Knoten

Kräftebasierte Verfahren

Ziel: übersichtliche Zeichnung des Graphen

- Idee:**
- Berechnung von Kräften, die auf Zeichnung einwirken
 - Verschiebung der Knoten nach ihrem Gesamtvektor
 - Kriterium der gewünschten Kantenlänge
 - lokale Verbesserung wird erreicht
 - nach vielen Iterationen entsteht Kräftegleichgewicht

Ablauf:

1. berechne die wirkenden Kräfte für alle Knoten
2. verschiebe Knoten entsprechend ihrer Kräfte

Kräftebasierte Verfahren

Ziel: übersichtliche Zeichnung des Graphen

- Idee:**
- Berechnung von Kräften, die auf Zeichnung einwirken
 - Verschiebung der Knoten nach ihrem Gesamtvektor
 - Kriterium der gewünschten Kantenlänge
 - lokale Verbesserung wird erreicht
 - nach vielen Iterationen entsteht Kräftegleichgewicht

Ablauf:

1. berechne die wirkenden Kräfte für alle Knoten
2. verschiebe Knoten entsprechend ihrer Kräfte
3. Gleichgewicht erreicht?

Kräftebasierte Verfahren

Ziel: übersichtliche Zeichnung des Graphen

- Idee:**
- Berechnung von Kräften, die auf Zeichnung einwirken
 - Verschiebung der Knoten nach ihrem Gesamtvektor
 - Kriterium der gewünschten Kantenlänge
 - lokale Verbesserung wird erreicht
 - nach vielen Iterationen entsteht Kräftegleichgewicht

Ablauf:

1. berechne die wirkenden Kräfte für alle Knoten
2. verschiebe Knoten entsprechend ihrer Kräfte
3. Gleichgewicht erreicht?

nein



Kräftebasierte Verfahren

Ziel: übersichtliche Zeichnung des Graphen

- Idee:**
- Berechnung von Kräften, die auf Zeichnung einwirken
 - Verschiebung der Knoten nach ihrem Gesamtvektor
 - Kriterium der gewünschten Kantenlänge
 - lokale Verbesserung wird erreicht
 - nach vielen Iterationen entsteht Kräftegleichgewicht

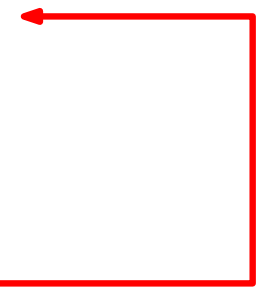
Ablauf:

1. berechne die wirkenden Kräfte für alle Knoten
2. verschiebe Knoten entsprechend ihrer Kräfte
3. Gleichgewicht erreicht?

ja

nein

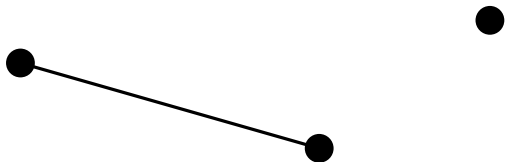
4. Kräftebasiertes Verfahren terminiert



Kräftebasierte Verfahren - Bisherige Arbeiten

Eades (1984): Spring Embedder

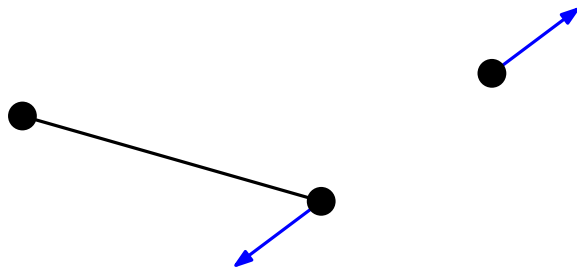
- Abstoßung zwischen nicht adj. Knoten
- Federkraft zwischen adj. Knoten



Kräftebasierte Verfahren - Bisherige Arbeiten

Eades (1984): Spring Embedder

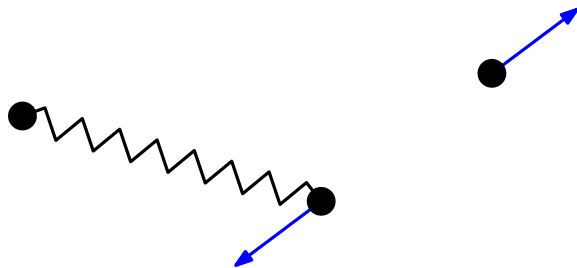
- Abstoßung zwischen nicht adj. Knoten
- Federkraft zwischen adj. Knoten



Kräftebasierte Verfahren - Bisherige Arbeiten

Eades (1984): Spring Embedder

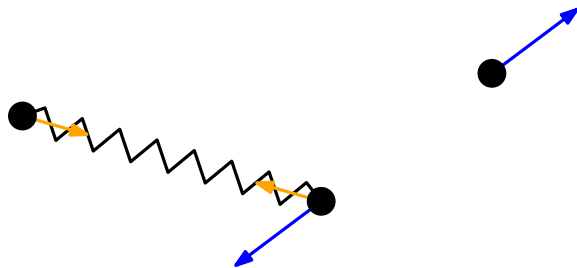
- Abstoßung zwischen nicht adj. Knoten
- Federkraft zwischen adj. Knoten



Kräftebasierte Verfahren - Bisherige Arbeiten

Eades (1984): Spring Embedder

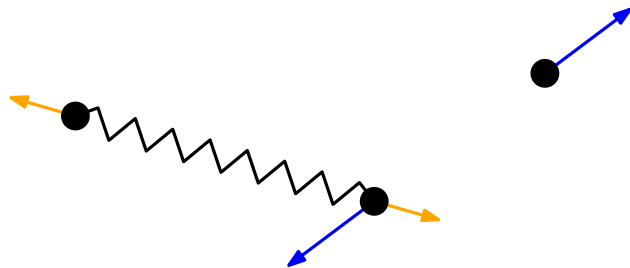
- Abstoßung zwischen nicht adj. Knoten
- Federkraft zwischen adj. Knoten



Kräftebasierte Verfahren - Bisherige Arbeiten

Eades (1984): Spring Embedder

- Abstoßung zwischen nicht adj. Knoten
- Federkraft zwischen adj. Knoten



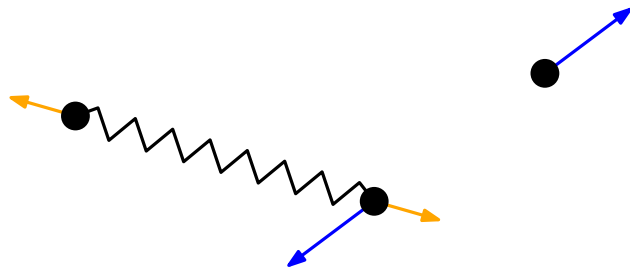
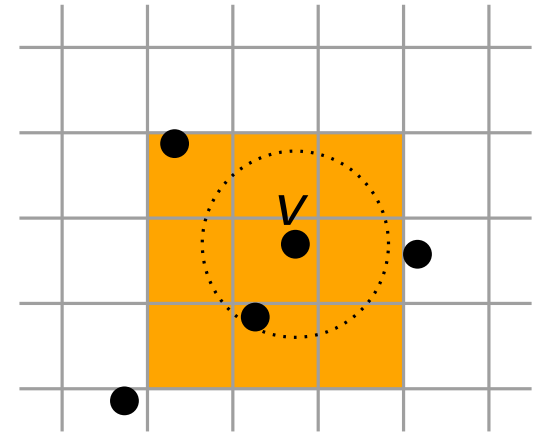
Kräftebasierte Verfahren - Bisherige Arbeiten

Eades (1984): Spring Embedder

- Abstoßung zwischen nicht adj. Knoten
- Federkraft zwischen adj. Knoten

Fruchterman und Reingold (1991):

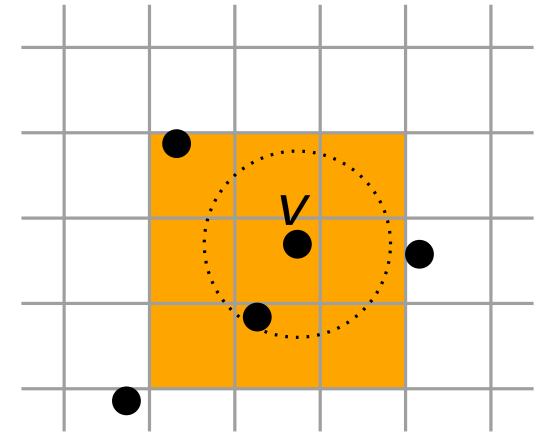
- alle Knoten stoßen sich gegenseitig ab
- Vernachlässigung schwacher abstoßender Kräfte
- zeitabhängige Verschiebungslänge (Simulated Annealing)



Kräftebasierte Verfahren - Bisherige Arbeiten

Eades (1984): Spring Embedder

- Abstoßung zwischen nicht adj. Knoten
- Federkraft zwischen adj. Knoten

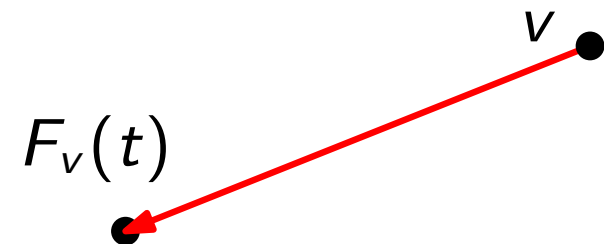
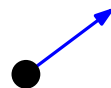
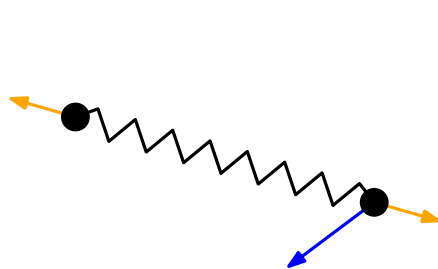


Fruchterman und Reingold (1991):

- alle Knoten stoßen sich gegenseitig ab
- Vernachlässigung schwacher abstoßender Kräfte
- zeitabhängige Verschiebungslänge (Simulated Annealing)

Bertault (2000): PrEd (preserve edge crossing properties)

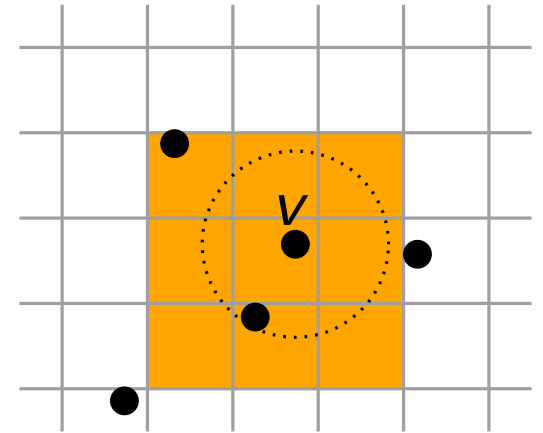
- Verhinderung von neuen Kantenüberschneidungen
- Beibehaltung existierender Überschneidungen



Kräftebasierte Verfahren - Bisherige Arbeiten

Eades (1984): Spring Embedder

- Abstoßung zwischen nicht adj. Knoten
- Federkraft zwischen adj. Knoten

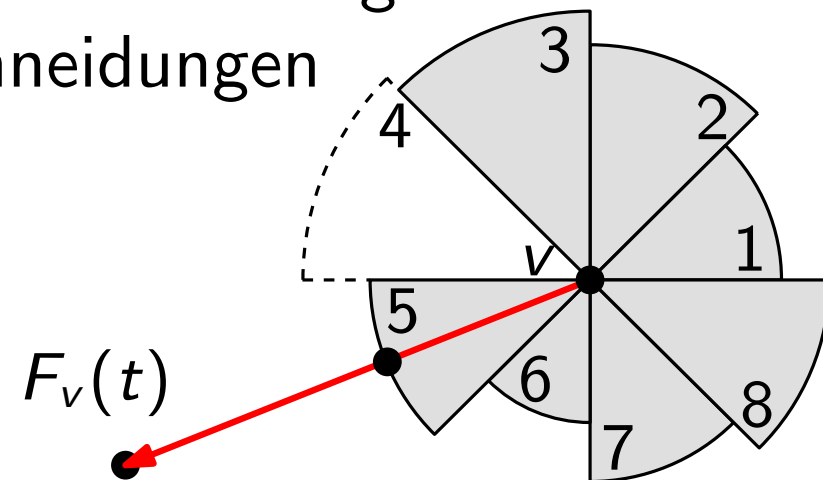
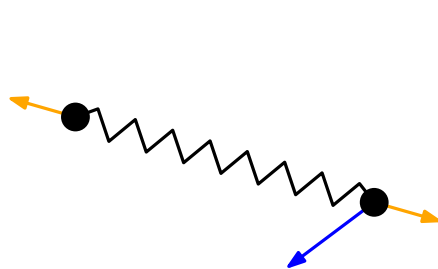


Fruchterman und Reingold (1991):

- alle Knoten stoßen sich gegenseitig ab
- Vernachlässigung schwacher abstoßender Kräfte
- zeitabhängige Verschiebungslänge (Simulated Annealing)

Bertault (2000): PrEd (preserve edge crossing properties)

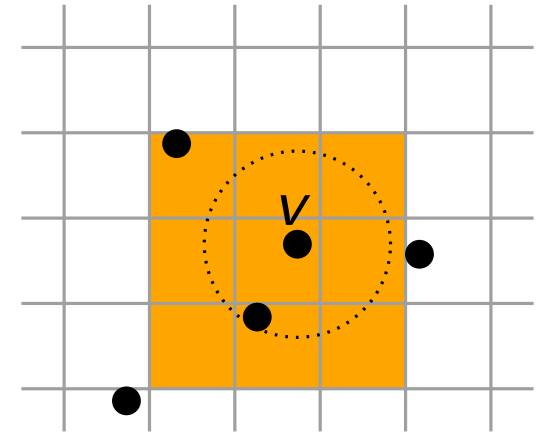
- Verhinderung von neuen Kantenüberschneidungen
- Beibehaltung existierender Überschneidungen



Kräftebasierte Verfahren - Bisherige Arbeiten

Eades (1984): Spring Embedder

- Abstoßung zwischen nicht adj. Knoten
- Federkraft zwischen adj. Knoten

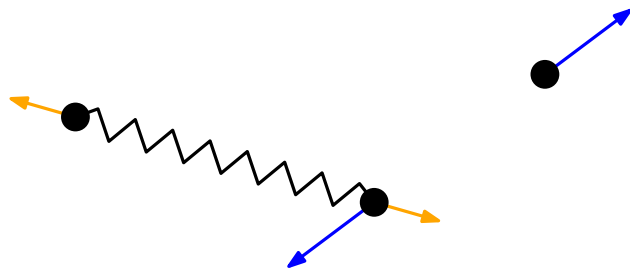


Fruchterman und Reingold (1991):

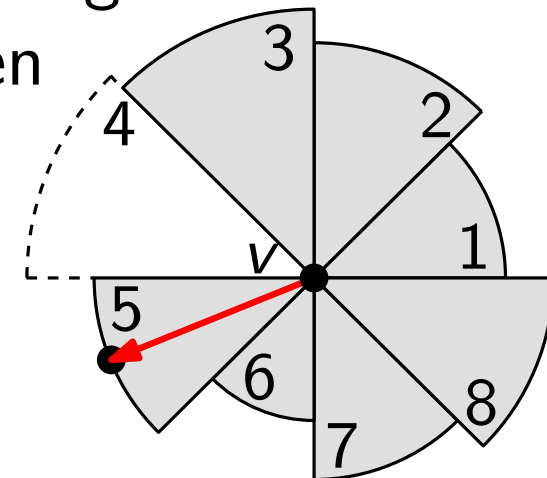
- alle Knoten stoßen sich gegenseitig ab
- Vernachlässigung schwacher abstoßender Kräfte
- zeitabhängige Verschiebungslänge (Simulated Annealing)

Bertault (2000): PrEd (preserve edge crossing properties)

- Verhinderung von neuen Kantenüberschneidungen
- Beibehaltung existierender Überschneidungen



$$F_v(t)$$



Zeichen-Algorithmus

Ablauf:

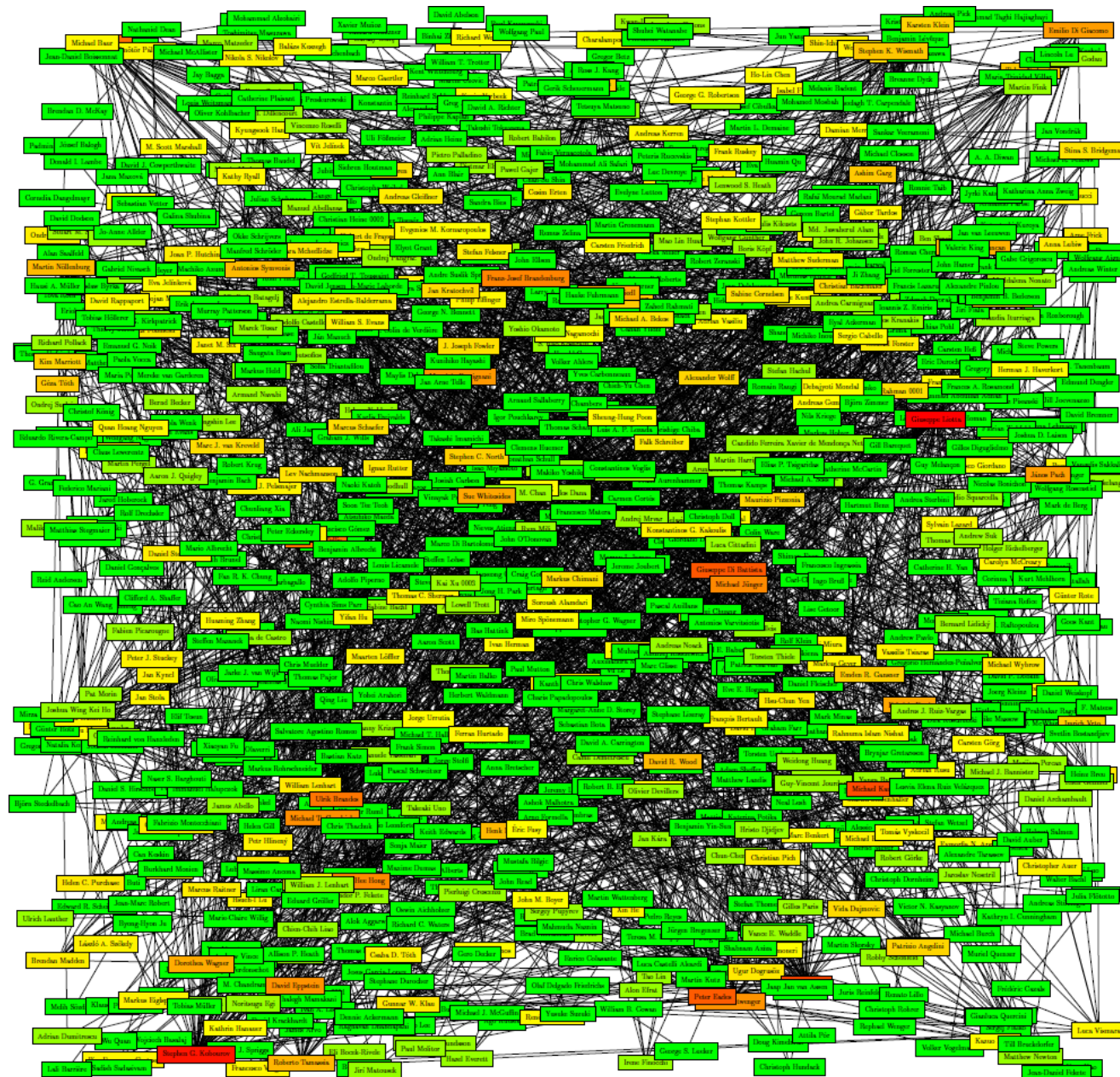
1. lese Graph G ein

Zeichen-Algorithmus

Ablauf:

1. lese Graph G ein
2. erstelle zufällige Startzeichnung Z

Zeichen-Algorithmus



Zeichen-Algorithmus

Ablauf:

1. lese Graph G ein
2. erstelle zufällige Startzeichnung Z

Zeichen-Algorithmus

Ablauf:

1. lese Graph G ein
2. erstelle zufällige Startzeichnung Z
3. berechne einen Gleichgewichtszustand

Berechnung des Kräftegleichgewichts

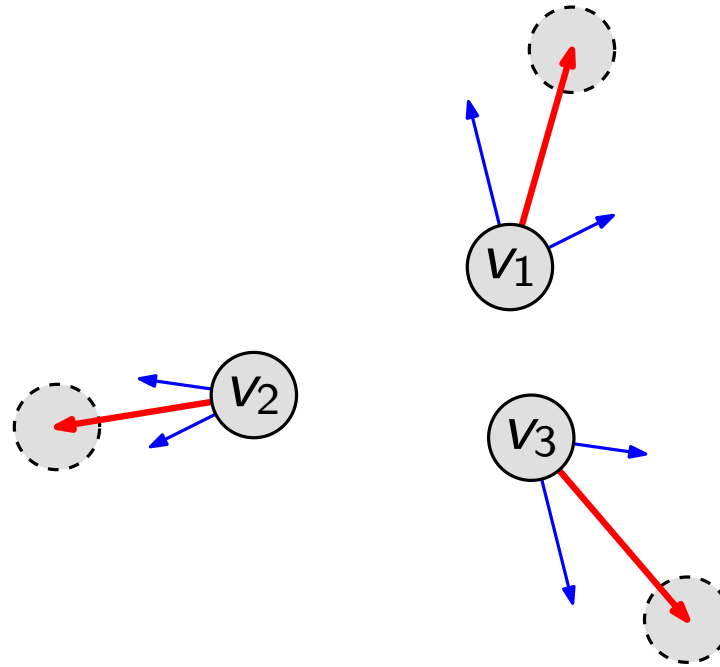
Ablauf:

1. berechne alle Kräfte für alle Knoten

Abstoßende Kraft zwischen Knotenpaaren

Ziel: Knoten verteilen sich gleichmäßig in der Zeichenfläche

- jedes Paar von Knoten stößt sich gegenseitig ab
- je kleiner der Abstand, desto größer die Kraftwirkung



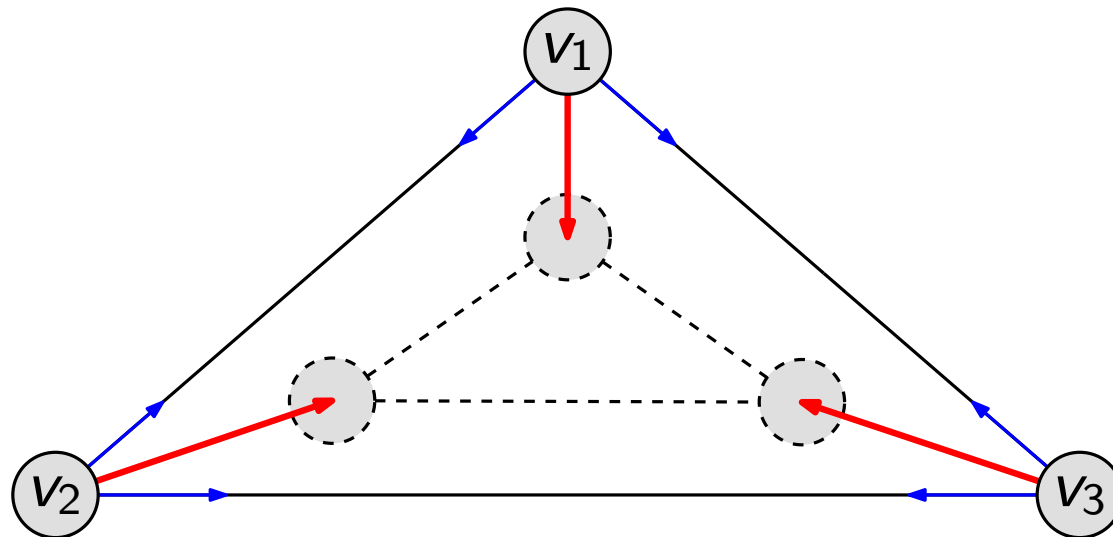
$$F_r(u, v) = \frac{l_{\text{unit}}^2}{d(u, v)} \cdot \vec{uv}$$

$$\mathcal{O}(|V|^2)$$

Anziehende Kraft für benachbarte Knoten

Ziel: benachbarte Knoten sollen nahe beieinander liegen

- benachbarte Knoten ziehen sich gegenseitig an
- je größer der Abstand, desto größer die Kraftwirkung



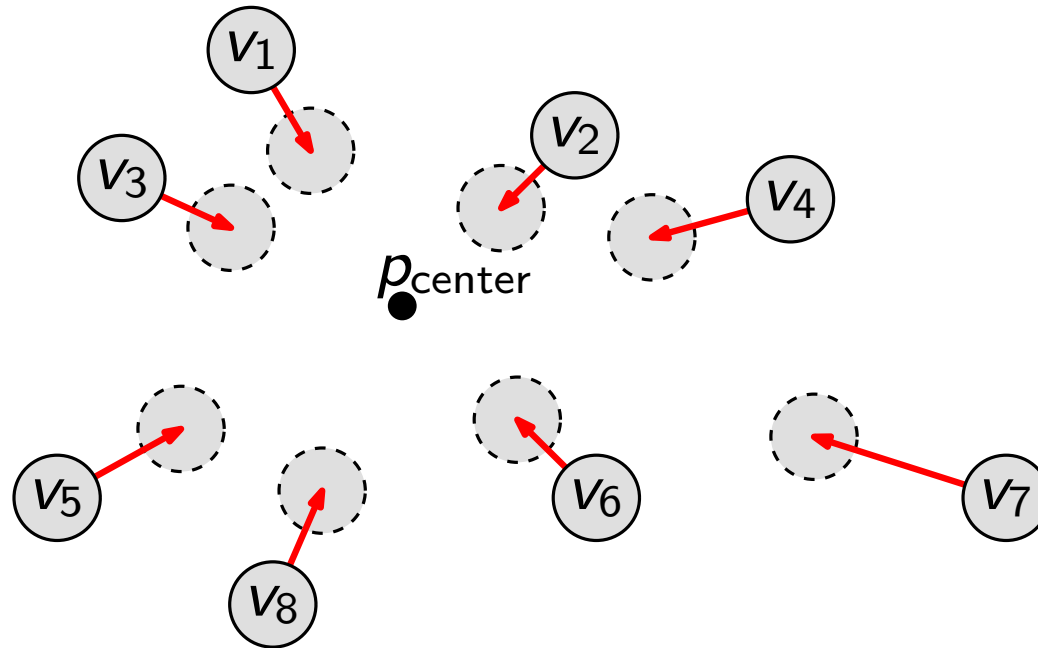
$$F_a(u, v) = \frac{d(u, v)^2}{l_{\text{unit}}} \cdot \vec{vu}$$

$\mathcal{O}(|E|)$

Anziehende Kraft zum Zeichenflächenzentrum

Ziel: verhindert beliebige Ausbreitung der Knoten in der Fläche

- jeder Knoten wird zum Mittelpunkt hingezogen
- je größer der Abstand zum Mittelpunkt, desto größer die Kraftwirkung



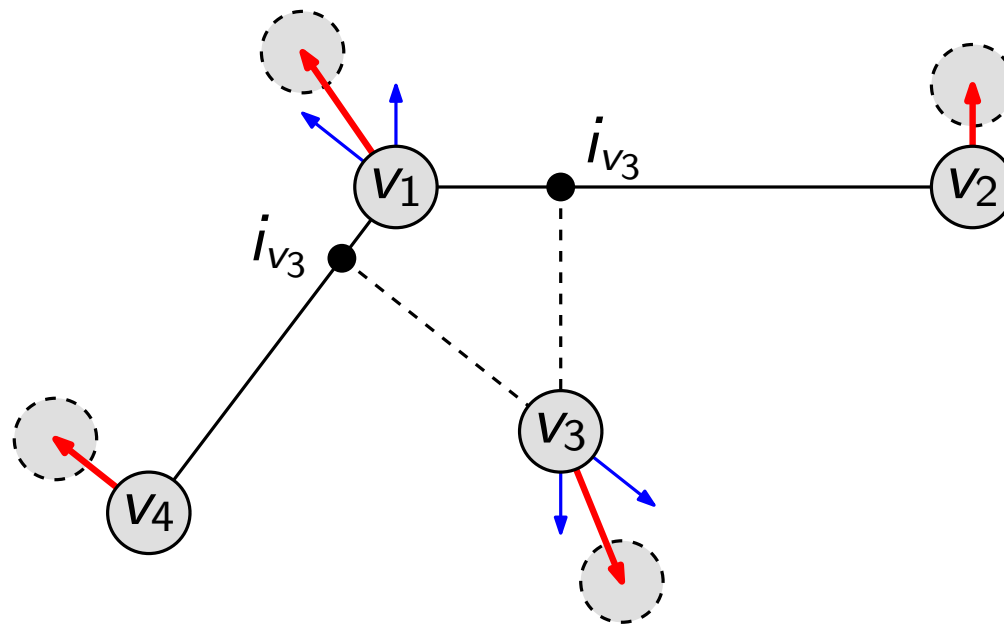
$$F_g(v) = d(v, p_{\text{center}}) \cdot \overrightarrow{vp_{\text{center}}}$$

$$O(|V|)$$

Abstoßungskraft zwischen Kanten und Knoten

Ziel: Kanten sollen nicht durch oder nahe an Knoten verlaufen

- der Knoten und die Endpunkte der Kante stoßen sich gegenseitig ab
- je kleiner der Abstand, desto größer die Kraftwirkung



$$F_e(v, (a, b)) = (l_{\text{unit}} - d(v, i_v))^2 \cdot \vec{i}_v v$$

$$\mathcal{O}(|V| \cdot |E|)$$

Berechnung des Kräftegleichgewichts

Ablauf:

1. berechne alle Kräfte für alle Knoten

Berechnung des Kräftegleichgewichts

Ablauf:

1. berechne alle Kräfte für alle Knoten

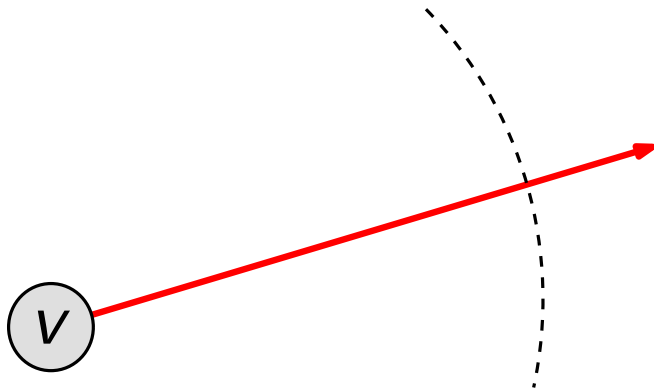
$$\mathcal{O}(|V| \cdot (|V| + |E|))$$

Berechnung des Kräftegleichgewichts

Ablauf:

$$\mathcal{O}(|V| \cdot (|V| + |E|))$$

1. berechne alle Kräfte für alle Knoten
2. wenn nötig, verkleinere Gesamtkraftvektoren

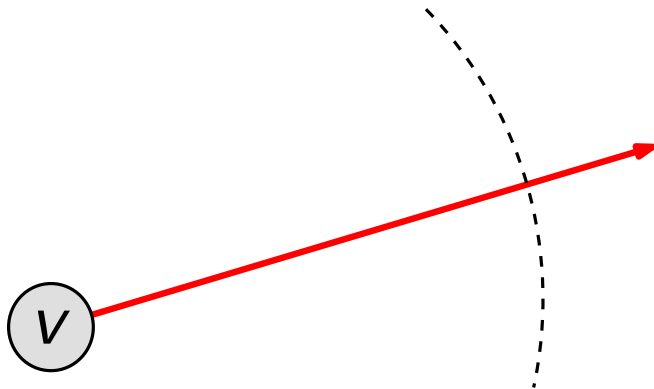


Berechnung des Kräftegleichgewichts

Ablauf:

$$\mathcal{O}(|V| \cdot (|V| + |E|))$$

1. berechne alle Kräfte für alle Knoten
2. wenn nötig, verkleinere Gesamtkraftvektoren
3. verschiebe die Knoten entsprechend ihrer Vektoren

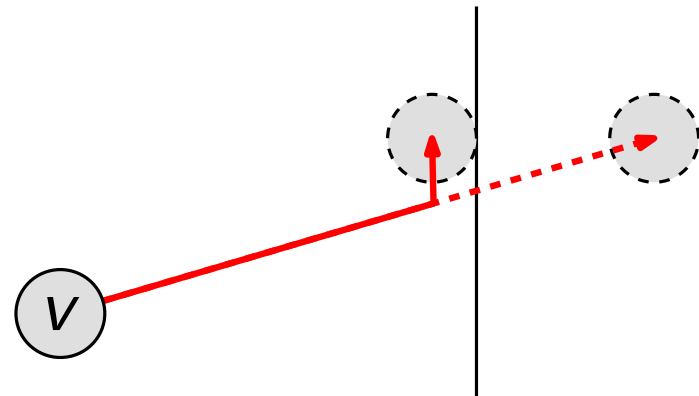
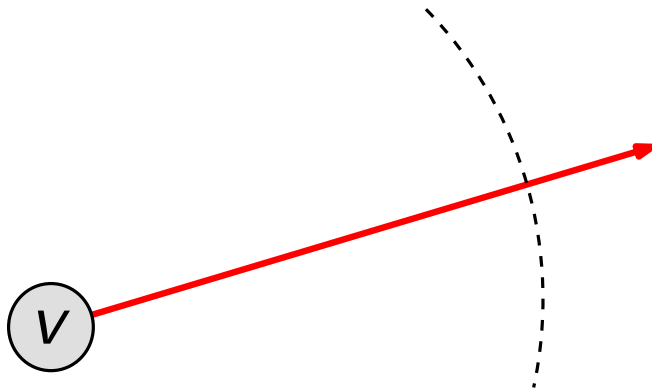


Berechnung des Kräftegleichgewichts

Ablauf:

$$\mathcal{O}(|V| \cdot (|V| + |E|))$$

1. berechne alle Kräfte für alle Knoten
2. wenn nötig, verkleinere Gesamtkraftvektoren
3. verschiebe die Knoten entsprechend ihrer Vektoren
4. falls nötig, stutze die Koordinaten der Vektoren

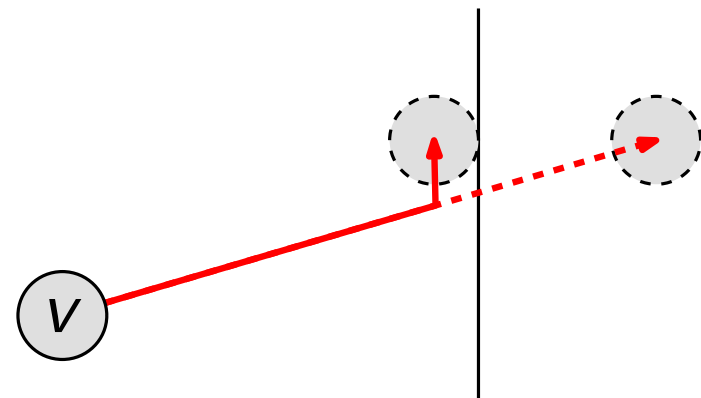
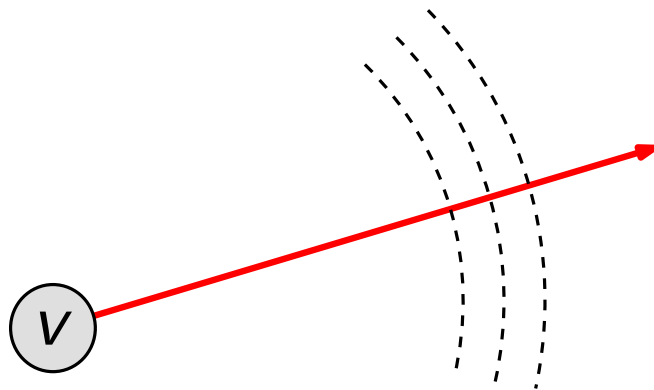


Berechnung des Kräftegleichgewichts

Ablauf:

$$\mathcal{O}(|V| \cdot (|V| + |E|))$$

1. berechne alle Kräfte für alle Knoten
2. wenn nötig, verkleinere Gesamtkraftvektoren
3. verschiebe die Knoten entsprechend ihrer Vektoren
4. falls nötig, stutze die Koordinaten der Vektoren
5. verkleinere die maximal zulässige Vektorlänge (SA)

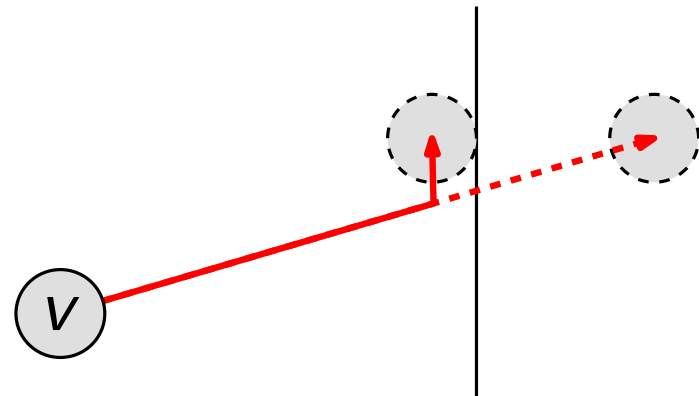
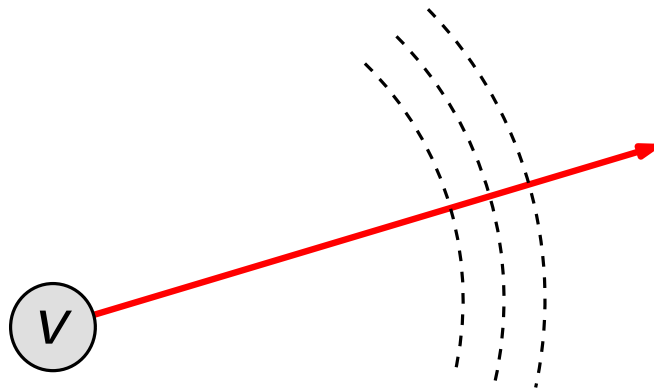


Berechnung des Kräftegleichgewichts

Ablauf:

$$\mathcal{O}(|V| \cdot (|V| + |E|))$$

1. berechne alle Kräfte für alle Knoten
2. wenn nötig, verkleinere Gesamtkraftvektoren
3. verschiebe die Knoten entsprechend ihrer Vektoren
4. falls nötig, stutze die Koordinaten der Vektoren
5. verkleinere die maximal zulässige Vektorlänge (SA)
6. Gleichgewicht erreicht?



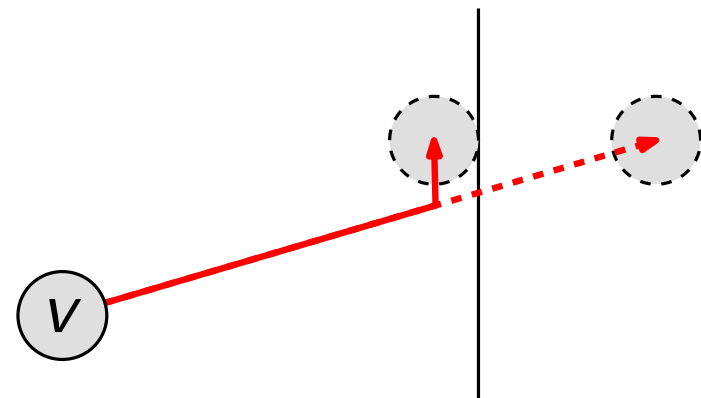
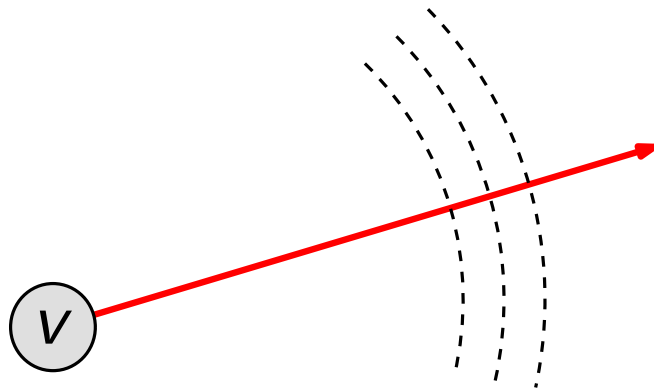
Berechnung des Kräftegleichgewichts

Ablauf:

1. berechne alle Kräfte für alle Knoten
2. wenn nötig, verkleinere Gesamtkraftvektoren
3. verschiebe die Knoten entsprechend ihrer Vektoren
4. falls nötig, stutze die Koordinaten der Vektoren
5. verkleinere die maximal zulässige Vektorlänge (SA)
6. Gleichgewicht erreicht?

$$\mathcal{O}(|V| \cdot (|V| + |E|))$$

nein



Zeichen-Algorithmus

Ablauf:

1. lese Graph G ein
2. erstelle zufällige Startzeichnung Z
3. berechne einen Gleichgewichtszustand

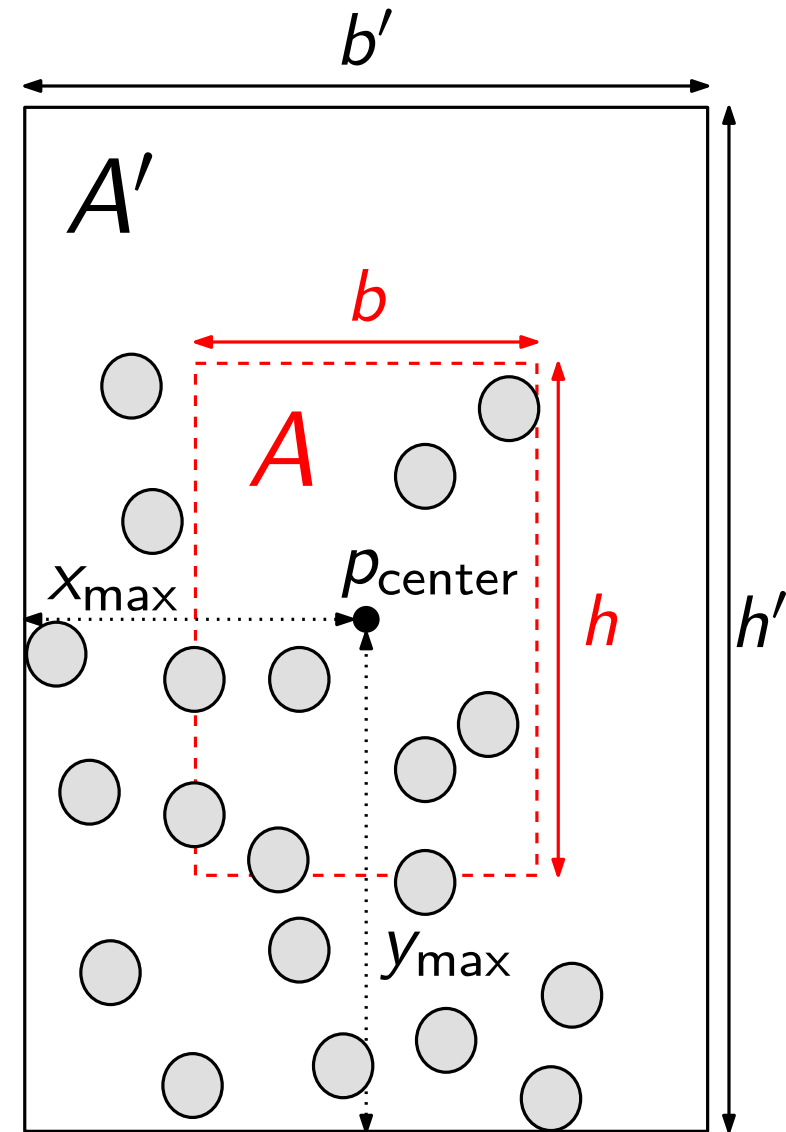
Zeichen-Algorithmus

Ablauf:

1. lese Graph G ein
2. erstelle zufällige Startzeichnung Z
3. berechne einen Gleichgewichtszustand
4. lege eine Begrenzung A' um Z

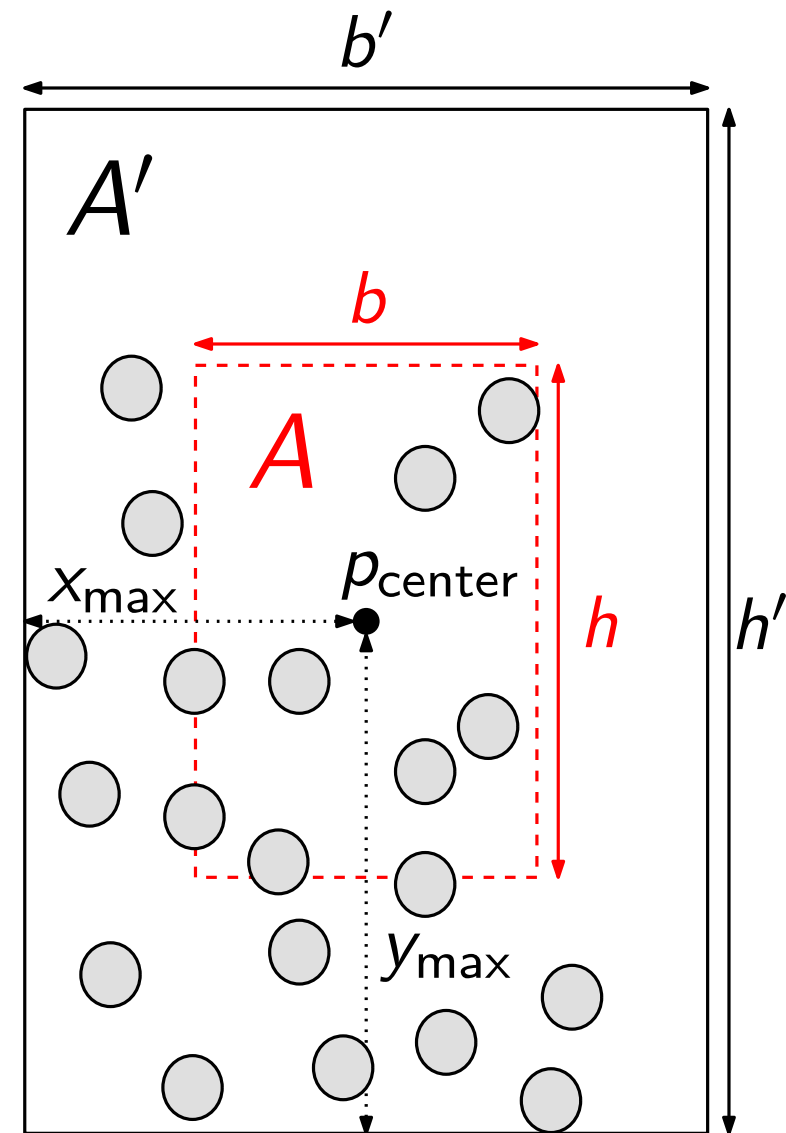
Begrenzung der Zeichenfläche

- Berechnung von ρ_{center} aus der Startzeichnung



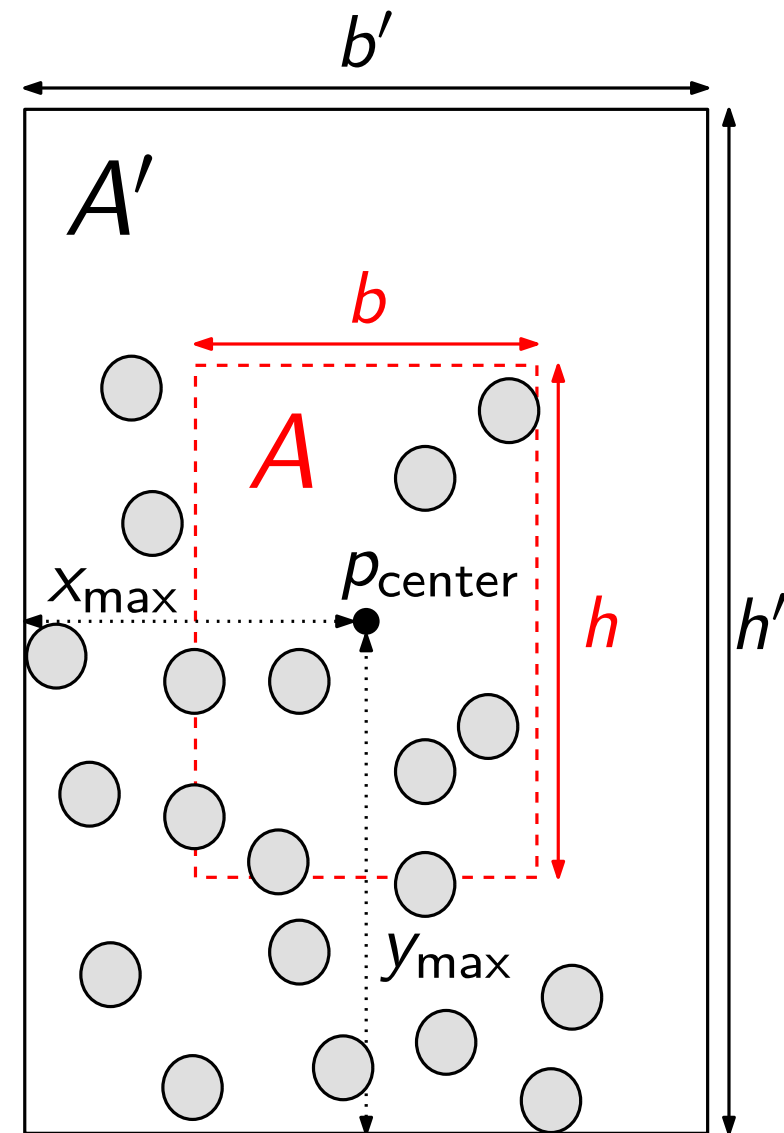
Begrenzung der Zeichenfläche

- Berechnung von p_{center} aus der Startzeichnung
- Berechnung der Abweichungen x_{max} und y_{max}



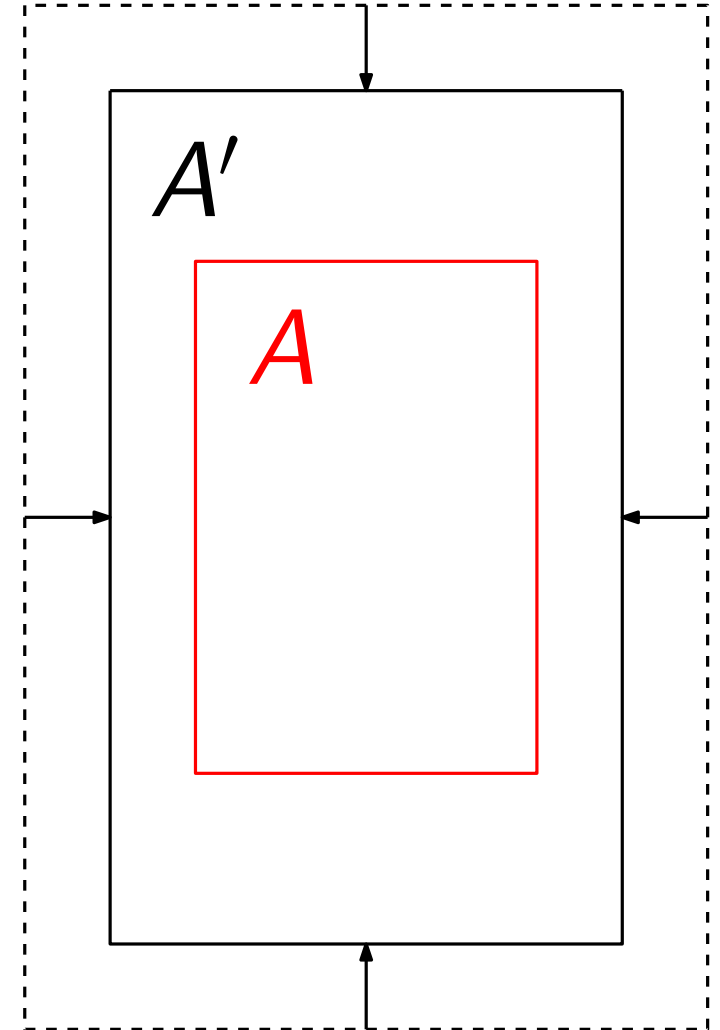
Begrenzung der Zeichenfläche

- Berechnung von p_{center} aus der Startzeichnung
- Berechnung der Abweichungen x_{max} und y_{max}
- Startbegrenzung A' wird erstellt



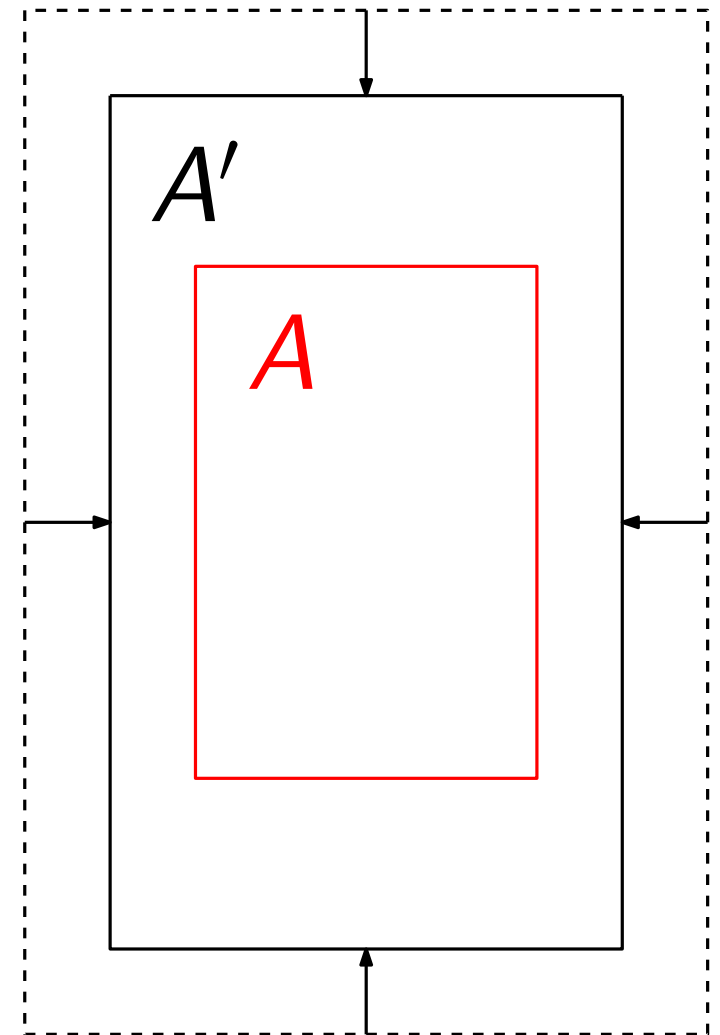
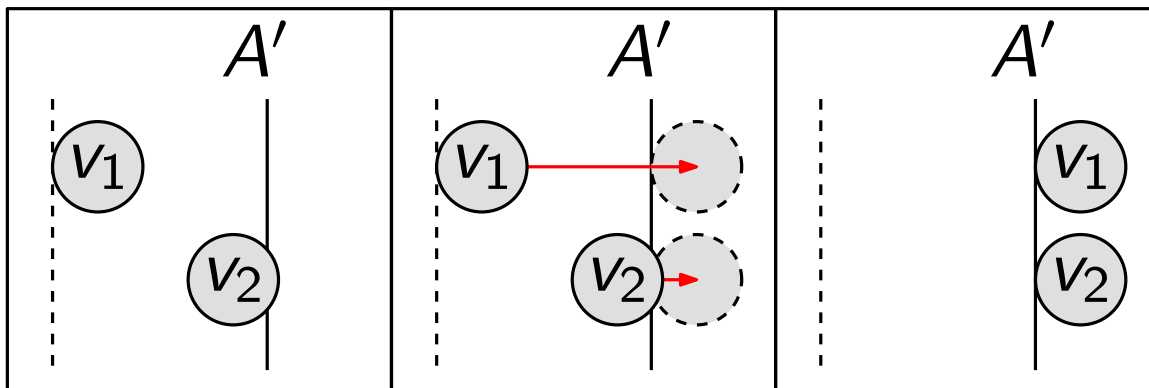
Begrenzung der Zeichenfläche

- Berechnung von p_{center} aus der Startzeichnung
- Berechnung der Abweichungen x_{max} und y_{max}
- Startbegrenzung A' wird erstellt
- iterative Verkleinerung von h' und b' um einen konstanten Wert



Begrenzung der Zeichenfläche

- Berechnung von p_{center} aus der Startzeichnung
- Berechnung der Abweichungen x_{max} und y_{max}
- Startbegrenzung A' wird erstellt
- iterative Verkleinerung von h' und b' um einen konstanten Wert
- Knoten werden falls nötig in die Flächenbegrenzung hineingedrückt



Zeichen-Algorithmus

Ablauf:

1. lese Graph G ein
2. erstelle zufällige Startzeichnung Z
3. berechne einen Gleichgewichtszustand
4. lege eine Begrenzung A' um Z

Zeichen-Algorithmus

Ablauf:

1. lese Graph G ein
2. erstelle zufällige Startzeichnung Z
3. berechne einen Gleichgewichtszustand
4. lege eine Begrenzung A' um Z
5. berechne einen Gleichgewichtszustand

Zeichen-Algorithmus

Ablauf:

1. lese Graph G ein
2. erstelle zufällige Startzeichnung Z
3. berechne einen Gleichgewichtszustand
4. lege eine Begrenzung A' um Z
5. berechne einen Gleichgewichtszustand
6. verkleinere A'

Zeichen-Algorithmus

Ablauf:

1. lese Graph G ein
2. erstelle zufällige Startzeichnung Z
3. berechne einen Gleichgewichtszustand
4. lege eine Begrenzung A' um Z
5. berechne einen Gleichgewichtszustand
6. verkleinere A'
7. berechne einen Gleichgewichtszustand

Zeichen-Algorithmus

Ablauf:

1. lese Graph G ein
2. erstelle zufällige Startzeichnung Z
3. berechne einen Gleichgewichtszustand
4. lege eine Begrenzung A' um Z
5. berechne einen Gleichgewichtszustand
6. verkleinere A'
7. berechne einen Gleichgewichtszustand
8. prüfe ob Graphenelemente gelöscht werden müssen

Löschen von Graphenelementen

Ablauf:

4. ist Zeichnung zu sehr zusammengedrückt?

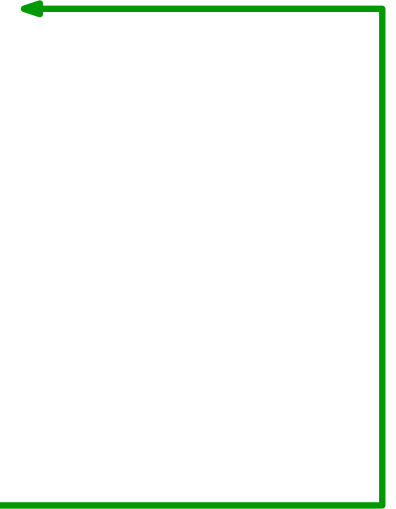
Löschen von Graphemelementen

Ablauf:

1. ist die durchschnittliche Kantenlänge zu klein?

4. ist Zeichnung zu sehr zusammengedrückt?

ja



Löschen von Graphenelementen

Ablauf:

1. ist die durchschnittliche Kantenlänge zu klein?

ja

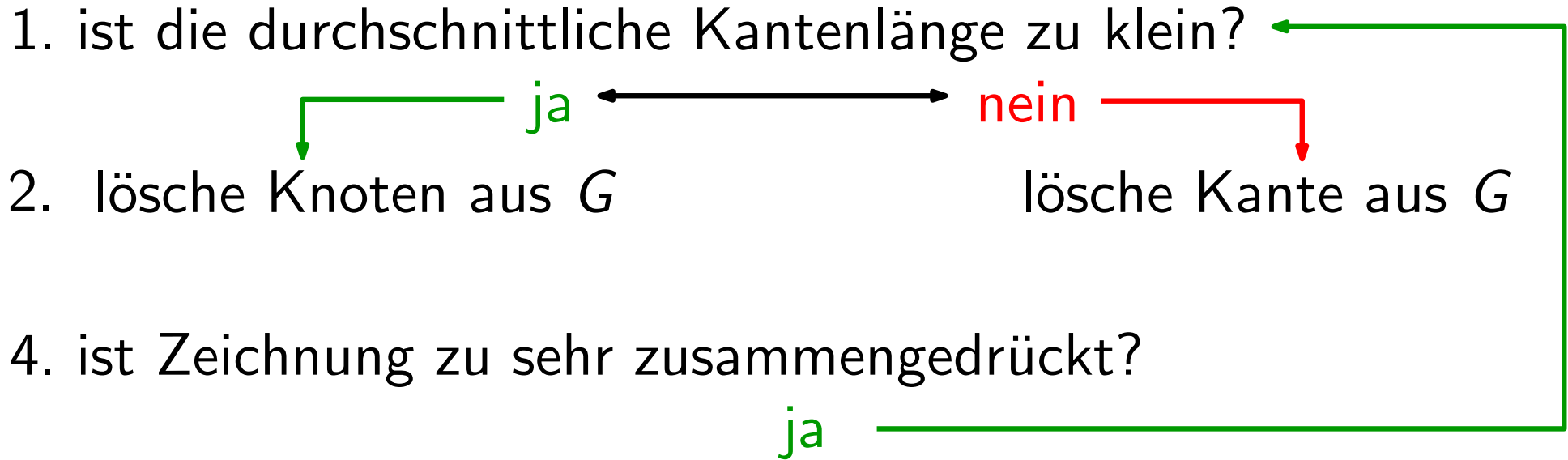
2. lösche Knoten aus G

4. ist Zeichnung zu sehr zusammengedrückt?

ja

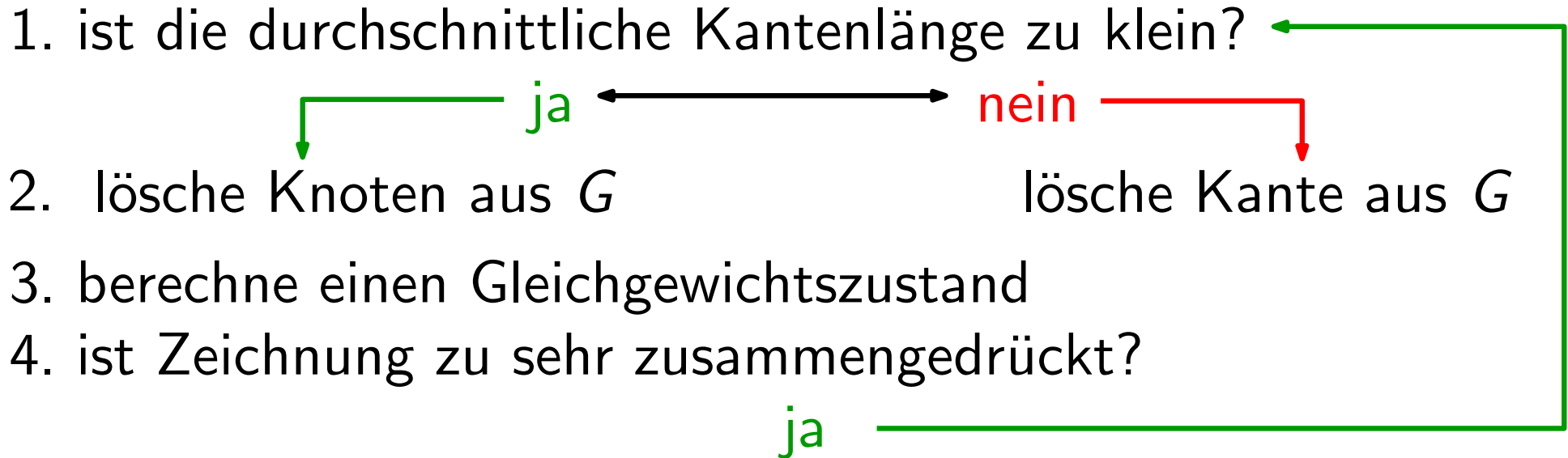
Löschen von Graphenelementen

Ablauf:



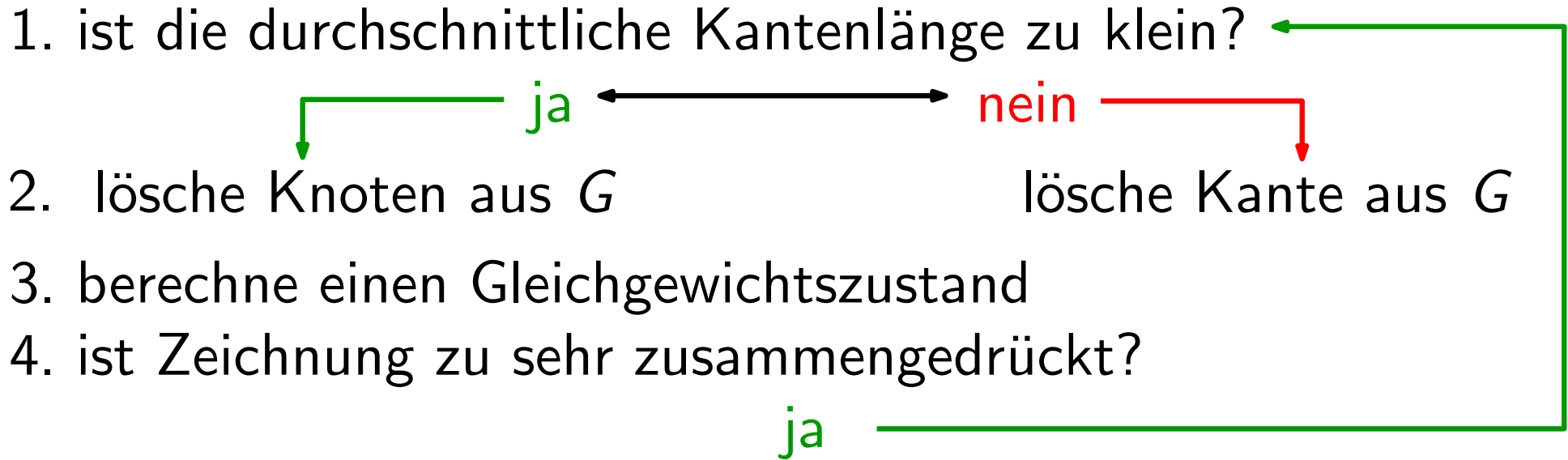
Löschen von Graphenelementen

Ablauf:



Löschen von Graphenelementen

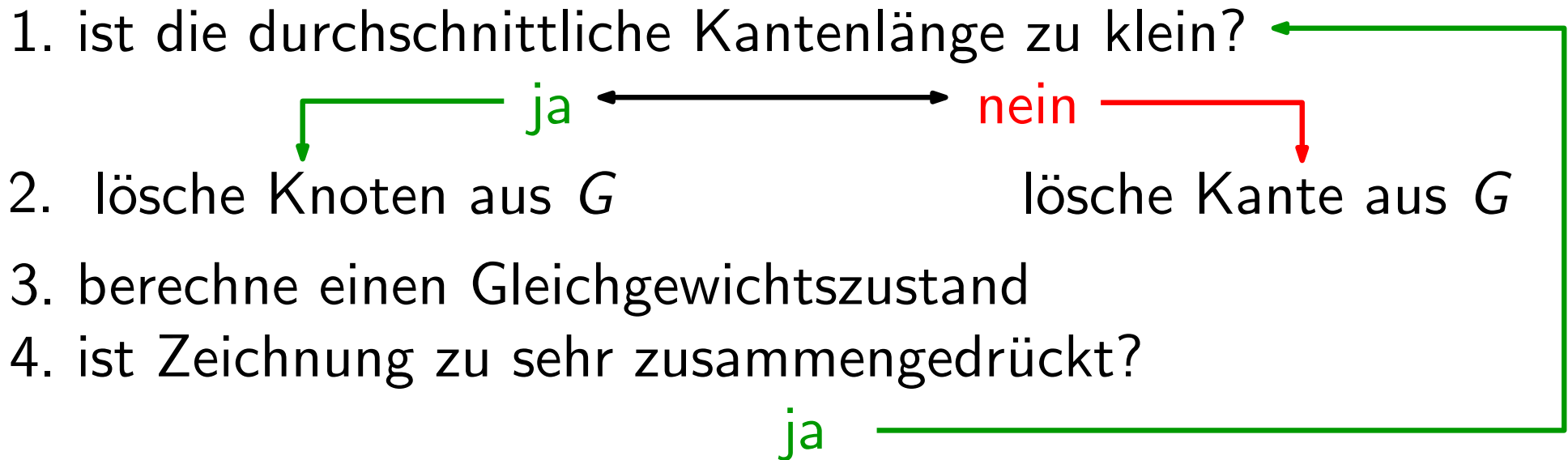
Ablauf:



Wie entscheidet man nun welcher Knoten entfernt werden soll?

Löschen von Graphenelementen

Ablauf:



Wie entscheidet man nun welcher Knoten entfernt werden soll?

- Knoten mit größter „Unruhe“ bzw. Bewegungsdrang
- Gesamtkraftvektor kann dieses Kriterium nicht ausreichend abdecken

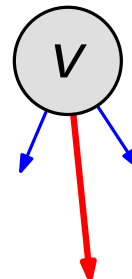
Löschen von Graphenelementen

Ablauf:

1. ist die durchschnittliche Kantenlänge zu klein?
ja → 2. lösche Knoten aus G
nein → lösche Kante aus G
3. berechne einen Gleichgewichtszustand
4. ist Zeichnung zu sehr zusammengedrückt?
ja → 1.

Wie entscheidet man nun welcher Knoten entfernt werden soll?

- Knoten mit größter „Unruhe“ bzw. Bewegungsdrang
- Gesamtkraftvektor kann dieses Kriterium nicht ausreichend abdecken



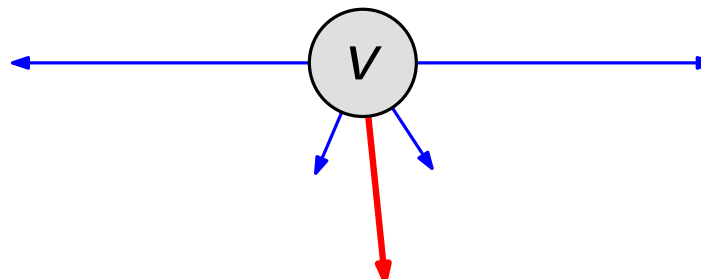
Löschen von Graphenelementen

Ablauf:

1. ist die durchschnittliche Kantenlänge zu klein?
ja → 2. lösche Knoten aus G
nein → lösche Kante aus G
3. berechne einen Gleichgewichtszustand
4. ist Zeichnung zu sehr zusammengedrückt?
ja → 1.

Wie entscheidet man nun welcher Knoten entfernt werden soll?

- Knoten mit größter „Unruhe“ bzw. Bewegungsdrang
- Gesamtkraftvektor kann dieses Kriterium nicht ausreichend abdecken



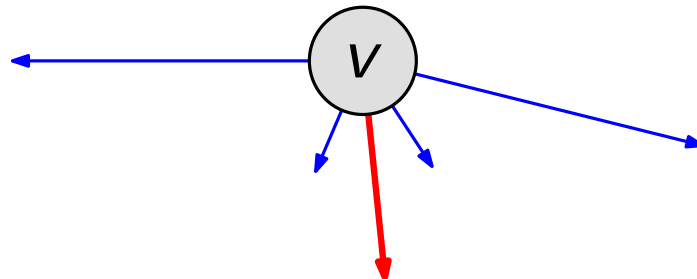
Löschen von Graphenelementen

Ablauf:

1. ist die durchschnittliche Kantenlänge zu klein?
ja → 2. lösche Knoten aus G
nein → lösche Kante aus G
3. berechne einen Gleichgewichtszustand
4. ist Zeichnung zu sehr zusammengedrückt?
ja → 1.

Wie entscheidet man nun welcher Knoten entfernt werden soll?

- Knoten mit größter „Unruhe“ bzw. Bewegungsdrang
- Gesamtkraftvektor kann dieses Kriterium nicht ausreichend abdecken



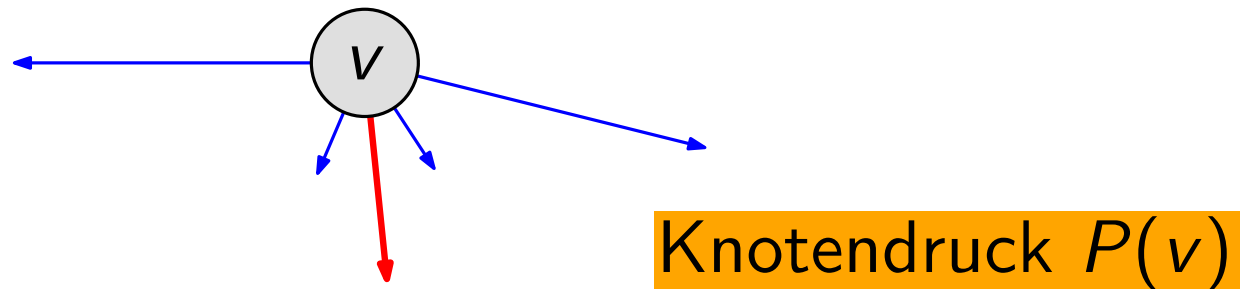
Löschen von Graphenelementen

Ablauf:

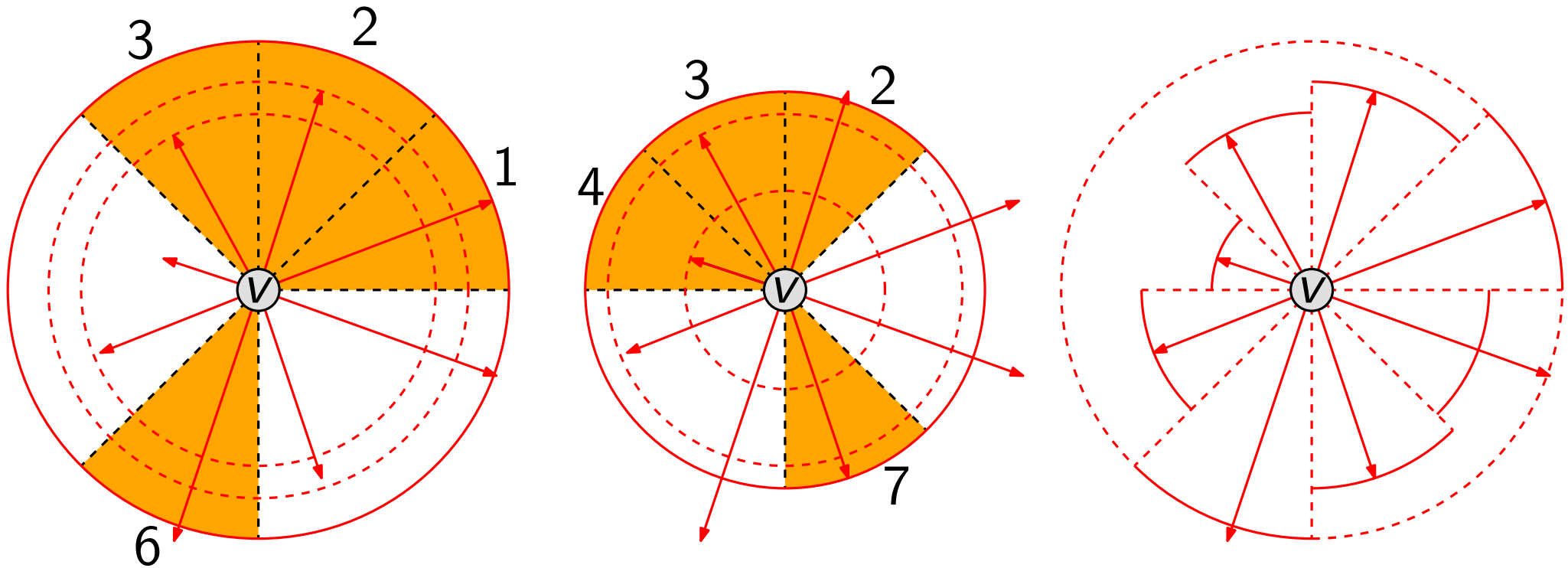
1. ist die durchschnittliche Kantenlänge zu klein?
ja → lösche Knoten aus G
nein → lösche Kante aus G
2. lösche Knoten aus G
3. berechne einen Gleichgewichtszustand
4. ist Zeichnung zu sehr zusammengedrückt?
ja → (loop back to step 1)

Wie entscheidet man nun welcher Knoten entfernt werden soll?

- Knoten mit größter „Unruhe“ bzw. Bewegungsdrang
- Gesamtkraftvektor kann dieses Kriterium nicht ausreichend abdecken

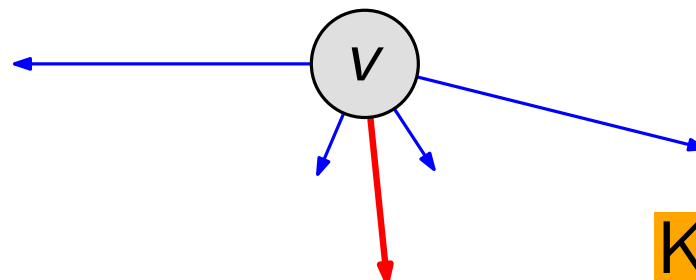


Löschen von Graphenelementen



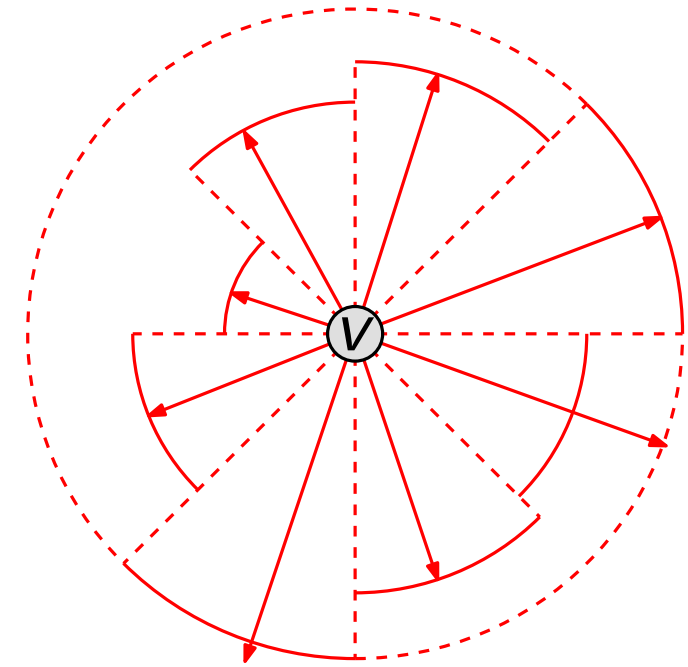
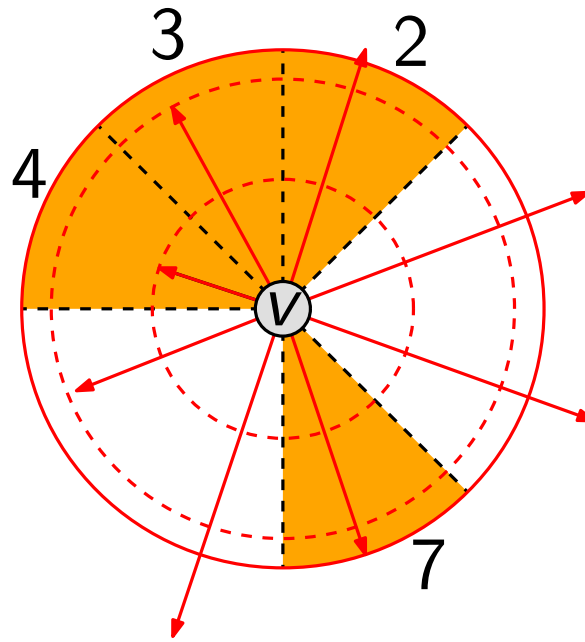
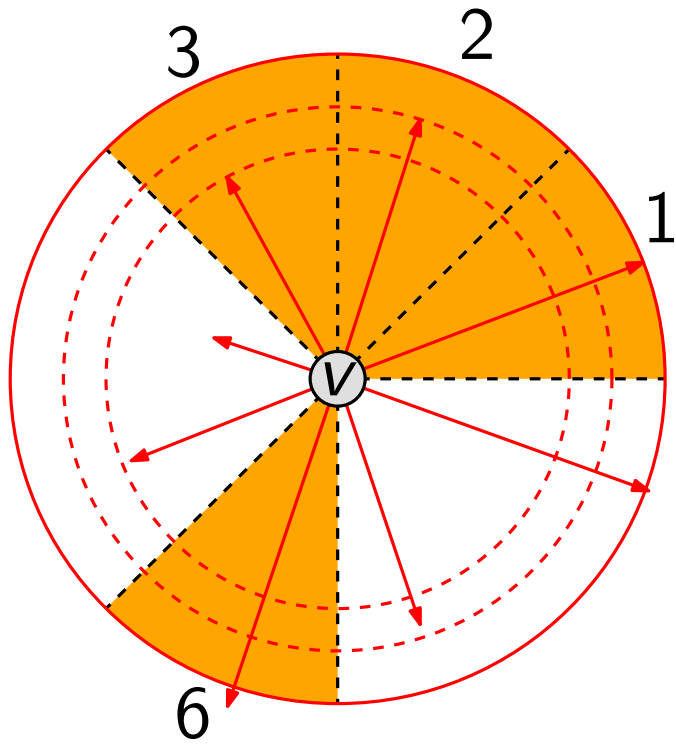
Wie entscheidet man nun welcher Knoten entfernt werden soll?

- Knoten mit größter „Unruhe“ bzw. Bewegungsdrang
- Gesamtkraftvektor kann dieses Kriterium nicht ausreichend abdecken



Knotendruck $P(v)$

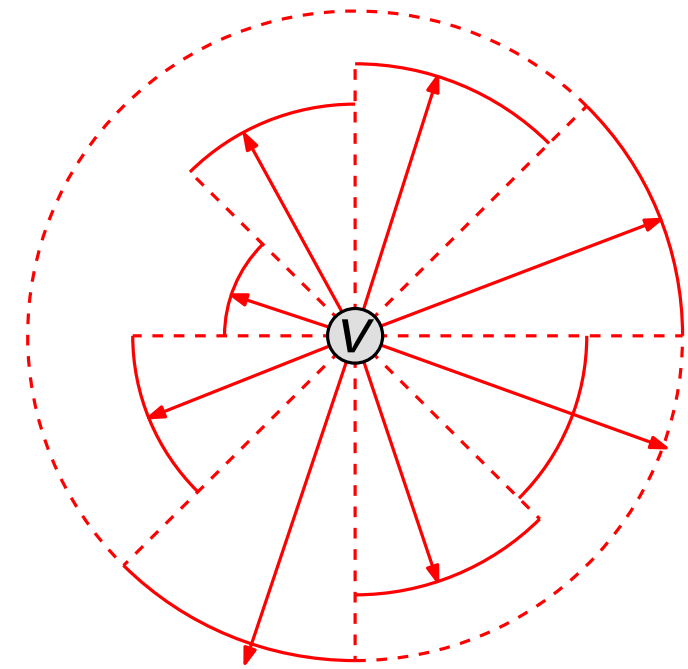
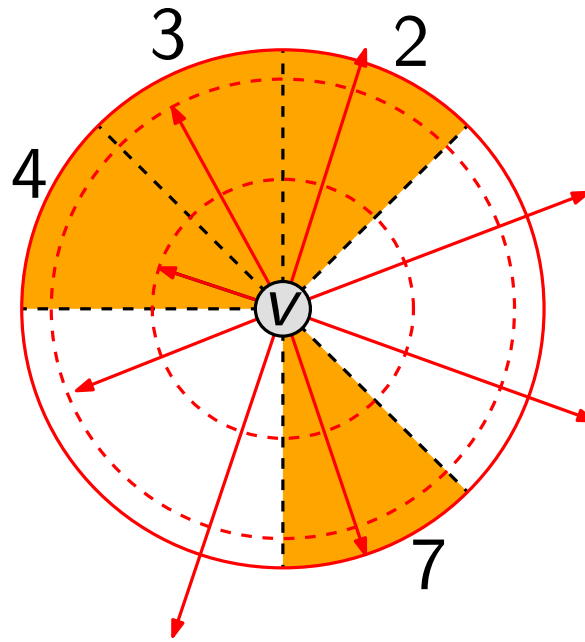
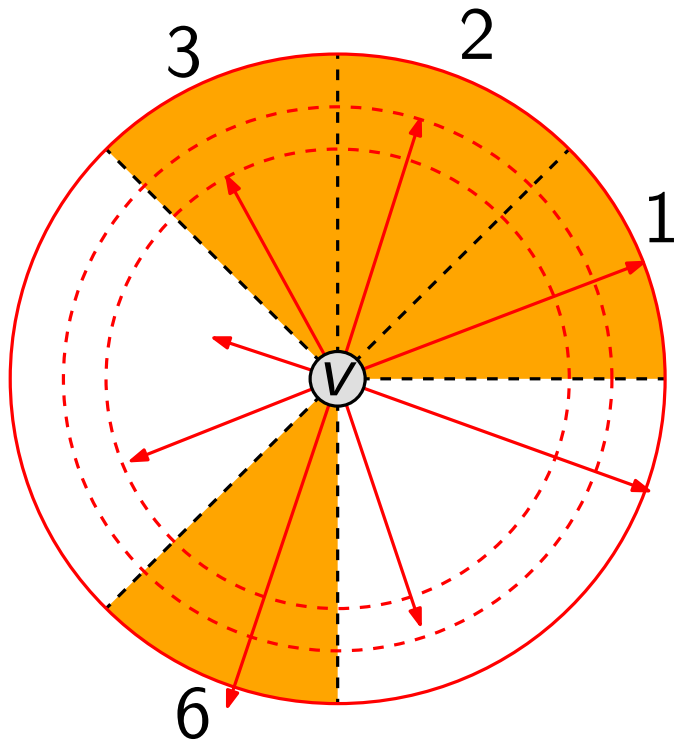
Löschen von Graphemetern



Knotenstress:

$$S(v) = \frac{P(v)}{w(v) \cdot (d(v) + 0.001)}$$

Löschen von Graphemetern



Knotenstress:

$$S(v) = \frac{P(v)}{w(v) \cdot (d(v) + 0.001)}$$

Kantenstress:

$$S(e) = \frac{|E_i|}{w(e)} \cdot \sum_{f \in E_i} w(f)$$

Berechnung des Kräftegleichgewichts

Ablauf:

1. berechne alle Kräfte für alle Knoten
2. wenn nötig, verkleinere Gesamtkraftvektoren
3. verschiebe die Knoten entsprechend ihrer Vektoren
4. wenn nötig, verschiebe Knoten in den Zeichenbereich
5. verkleinere die maximal zulässige Vektorlänge
6. Gleichgewicht erreicht?

nein



Berechnung des Kräftegleichgewichts

Ablauf:

1. berechne alle Kräfte für alle Knoten
2. wenn nötig, verkleinere Gesamtkraftvektoren
3. verschiebe die Knoten entsprechend ihrer Vektoren
4. wenn nötig, verschiebe Knoten in den Zeichenbereich
5. verkleinere die maximal zulässige Vektorlänge
6. Gleichgewicht erreicht?

ja

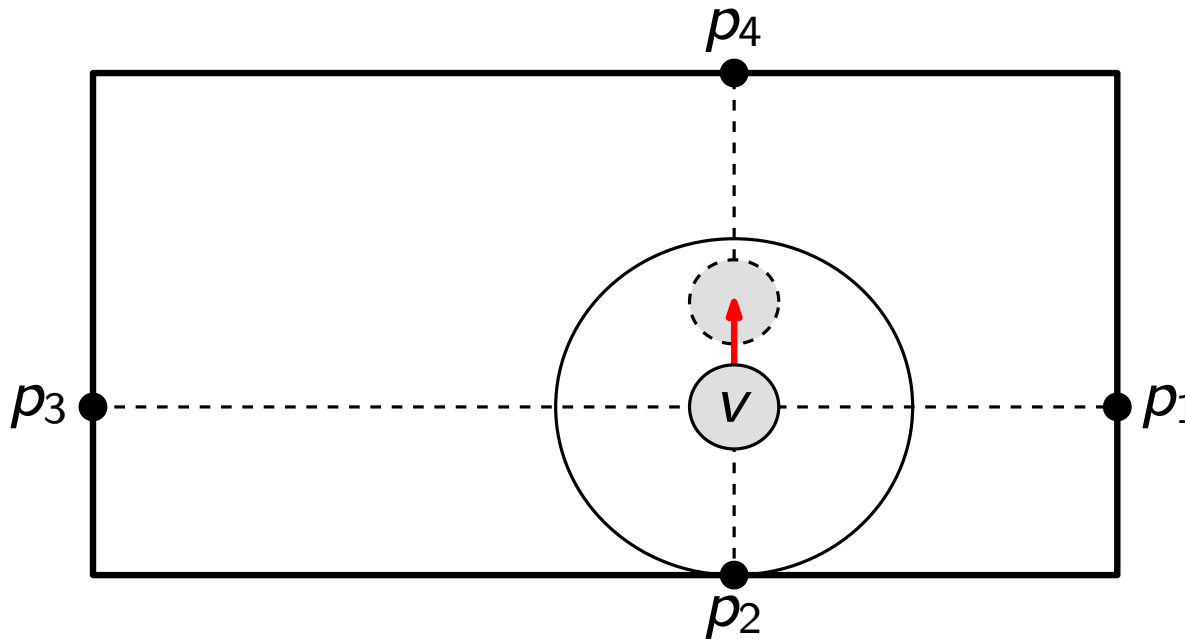
nein

7. berechne den Knoten- und Kantenstress

Abstoßende Kraft der Flächenbegrenzung

Ziel: Abstoßende Wirkung für Randknoten (Druckberechnung)

- je kleiner der Abstand, desto größer die Kraftwirkung



$$p_{\text{frame}} = \arg \min_{p_i \in \{p_1, p_2, p_3, p_4\}} d(v, p_i)$$

$$F_f(v) = \frac{l_{\text{unit}}^2}{d(v, p_{\text{frame}})} \cdot \overrightarrow{p_{\text{frame}}v}$$

$$\mathcal{O}(|V|)$$

Zeichen-Algorithmus

Ablauf:

1. lese Graph G ein
2. erstelle zufällige Startzeichnung Z
3. berechne einen Gleichgewichtszustand
4. lege eine Begrenzung A' um Z
5. berechne einen Gleichgewichtszustand
6. verkleinere A'
7. berechne einen Gleichgewichtszustand
8. prüfe ob Graphenelemente gelöscht werden müssen

Zeichen-Algorithmus

Ablauf:

1. lese Graph G ein
2. erstelle zufällige Startzeichnung Z
3. berechne einen Gleichgewichtszustand
4. lege eine Begrenzung A' um Z
5. berechne einen Gleichgewichtszustand
6. verkleinere A'
7. berechne einen Gleichgewichtszustand
8. prüfe ob Graphenelemente gelöscht werden müssen
9. sind A' und A gleich?

Zeichen-Algorithmus

Ablauf:

1. lese Graph G ein
2. erstelle zufällige Startzeichnung Z
3. berechne einen Gleichgewichtszustand
4. lege eine Begrenzung A' um Z
5. berechne einen Gleichgewichtszustand
6. verkleinere A'
7. berechne einen Gleichgewichtszustand
8. prüfe ob Graphenelemente gelöscht werden müssen
9. sind A' und A gleich?

nein



Zeichen-Algorithmus

Ablauf:

1. lese Graph G ein
2. erstelle zufällige Startzeichnung Z
3. berechne einen Gleichgewichtszustand
4. lege eine Begrenzung A' um Z
5. berechne einen Gleichgewichtszustand
6. verkleinere A'
7. berechne einen Gleichgewichtszustand
8. prüfe ob Graphenelemente gelöscht werden müssen
9. sind A' und A gleich?

ja

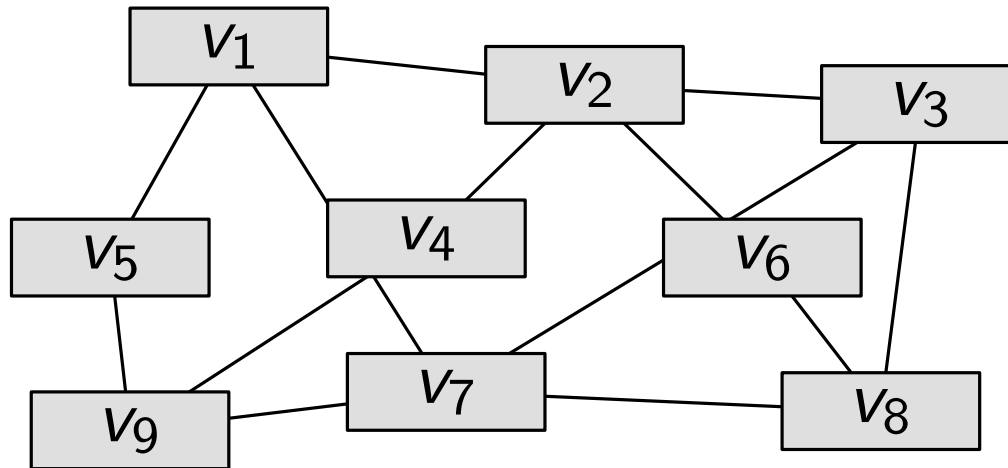
nein

10. wandle Kanten in Bézierkurven um

Nachbearbeitung

Problem: rechteckige Knotenform

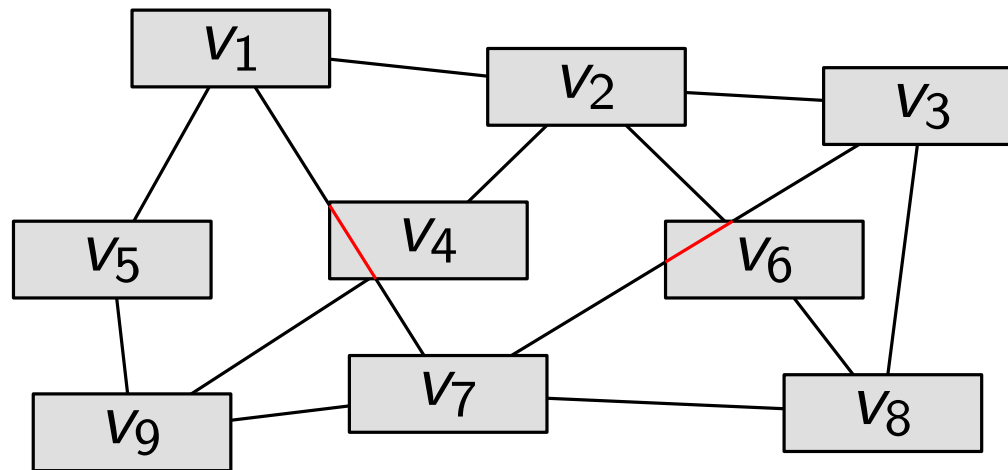
- es müssen viele Kanten entfernt werden
- Zeichenbereich wird nicht optimal genutzt



Nachbearbeitung

Problem: rechteckige Knotenform

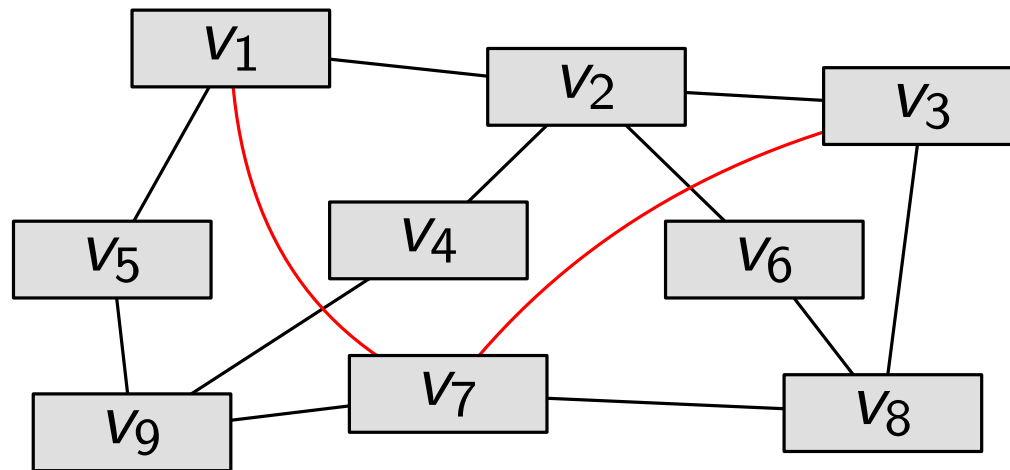
- es müssen viele Kanten entfernt werden
- Zeichenbereich wird nicht optimal genutzt



Nachbearbeitung

Problem: rechteckige Knotenform

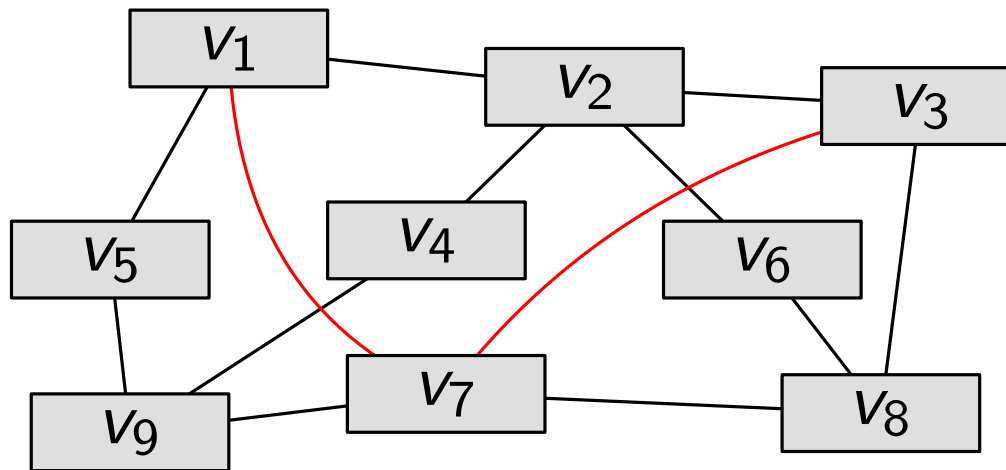
- es müssen viele Kanten entfernt werden
- Zeichenbereich wird nicht optimal genutzt



Nachbearbeitung

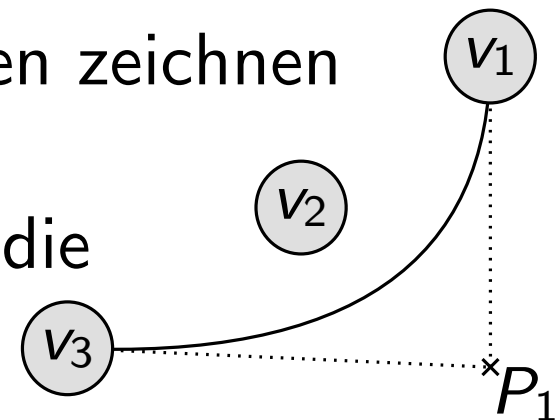
Problem: rechteckige Knotenform

- es müssen viele Kanten entfernt werden
- Zeichenbereich wird nicht optimal genutzt



Lösung: problematische Kanten als Bézierkurven zeichnen

- quadratische Bézierkurven werden benutzt
- Berechnung eines Kräftegleichgewichts für die Kontrollpunkte der Kurven

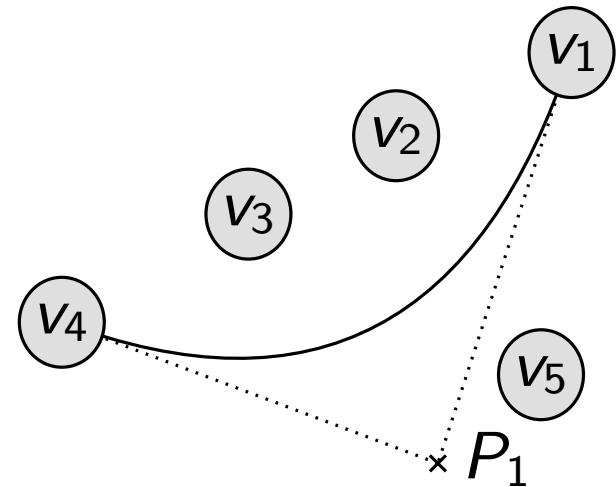
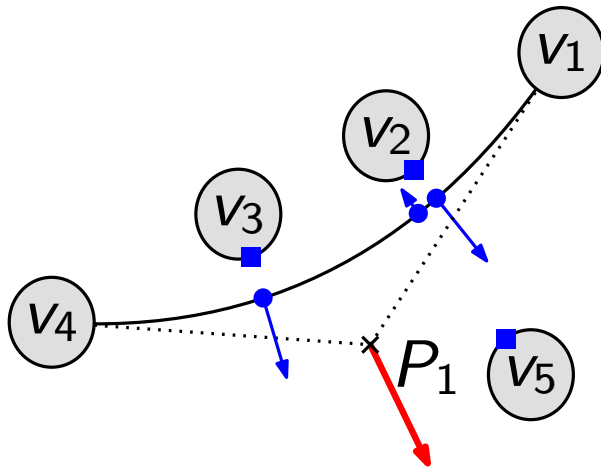


$$B_2(t) = (P_0 - 2P_1 + P_2) \cdot t^2 + (-2P_0 + 2P_1) \cdot t + P_0$$

Abstoßende Kraft für Kontrollpunkte

Ziel: Bézierkurven sollen nicht zu nahe an Knoten liegen

- nicht-inzidente Knoten stoßen den Kontrollpunkt der Kurve ab
- je kleiner der Abstand, desto größer die Kraftwirkung



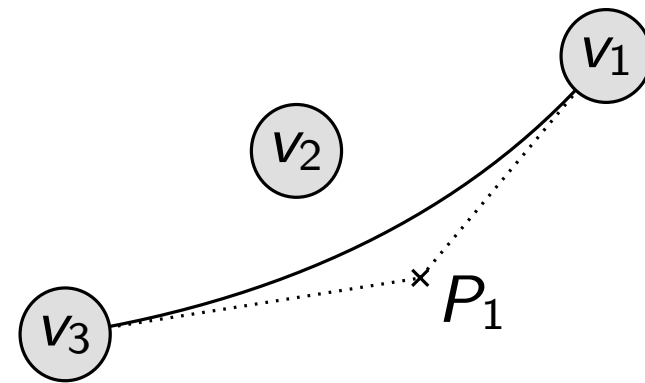
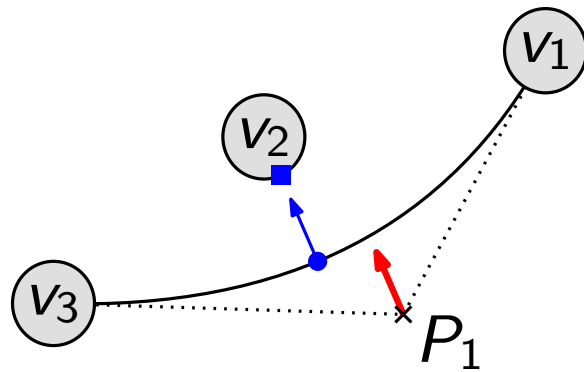
$$F_{rc}(v, (a, b)) = \frac{b_v^2 + h_v^2}{d(p_v, p_{(a,b)})} \cdot \overrightarrow{p_v p_{(a,b)}}$$

$$\mathcal{O}(|V| \cdot |E|)$$

Anziehende Kraft für Kontrollpunkte

Ziel: Bézierkurven sollen möglichst mittig verlaufen

- nicht-inzidente Knoten **ziehen** den Kontrollpunkt der Kurve **an**
- je **größer** der Abstand, desto größer die Kraftwirkung



$$F_{ac}(v, (a, b)) = \frac{d(p_v, p_{(a,b)})^2}{\sqrt{b_v^2 + h_v^2}} \cdot \overrightarrow{p_{(a,b)} p_v}$$

$$\mathcal{O}(|V| \cdot |E|)$$

Zeichen-Algorithmus

Ablauf:

1. lese Graph G ein
2. erstelle zufällige Startzeichnung Z
3. berechne einen Gleichgewichtszustand
4. lege eine Begrenzung A' um Z
5. berechne einen Gleichgewichtszustand
6. verkleinere A'
7. berechne einen Gleichgewichtszustand
8. prüfe ob Graphenelemente gelöscht werden müssen
9. sind A' und A gleich?

ja

nein

10. wandle Kanten in Bézierkurven um

Zeichen-Algorithmus

Ablauf:

1. lese Graph G ein
2. erstelle zufällige Startzeichnung Z
3. berechne einen Gleichgewichtszustand
4. lege eine Begrenzung A' um Z
5. berechne einen Gleichgewichtszustand
6. verkleinere A'
7. berechne einen Gleichgewichtszustand
8. prüfe ob Graphenelemente gelöscht werden müssen
9. sind A' und A gleich?

ja

nein

10. wandle Kanten in Bézierkurven um

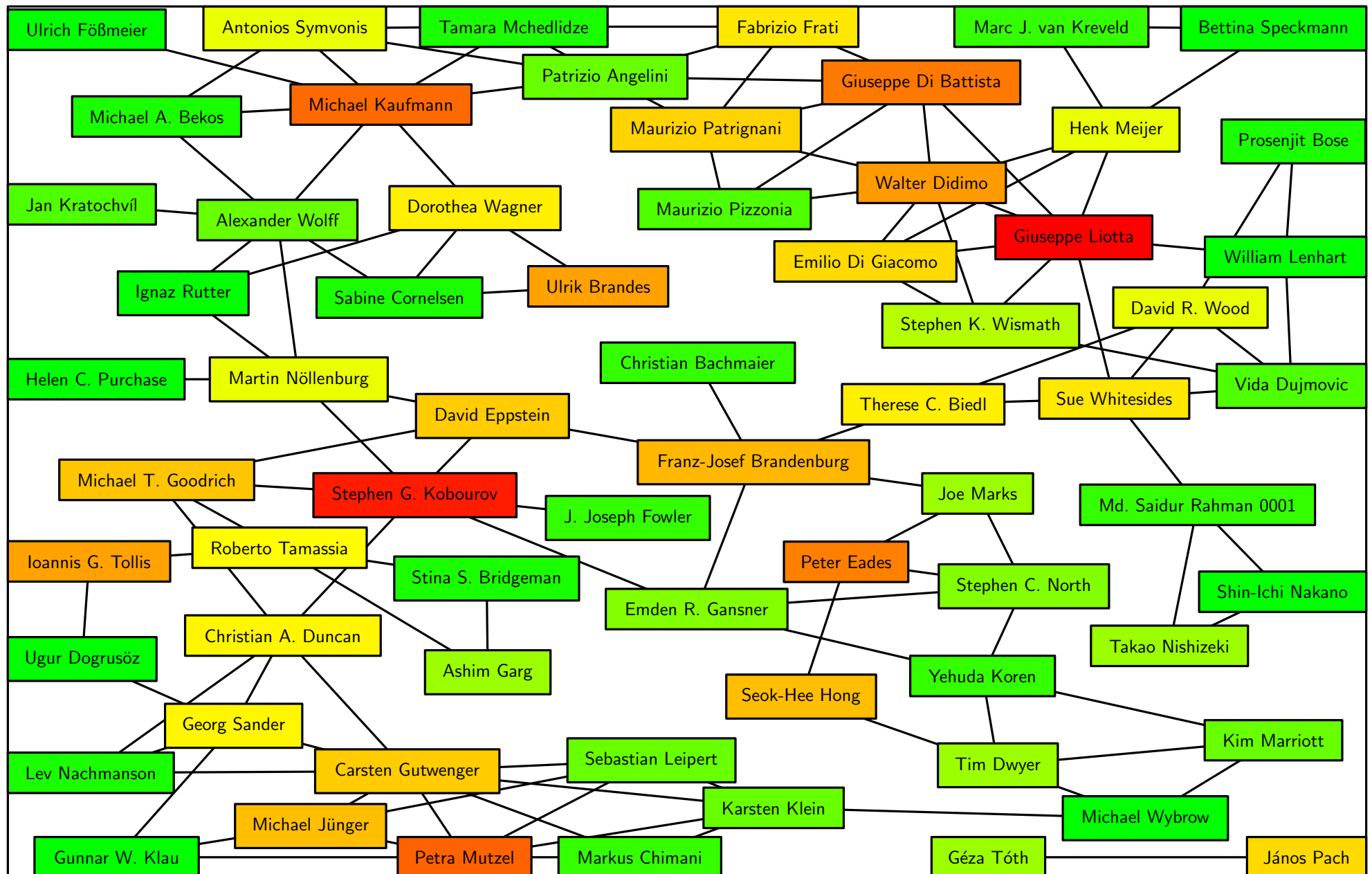
11. **erstelle Ausgabe-Formate der Zeichnung**

Beispielausgaben

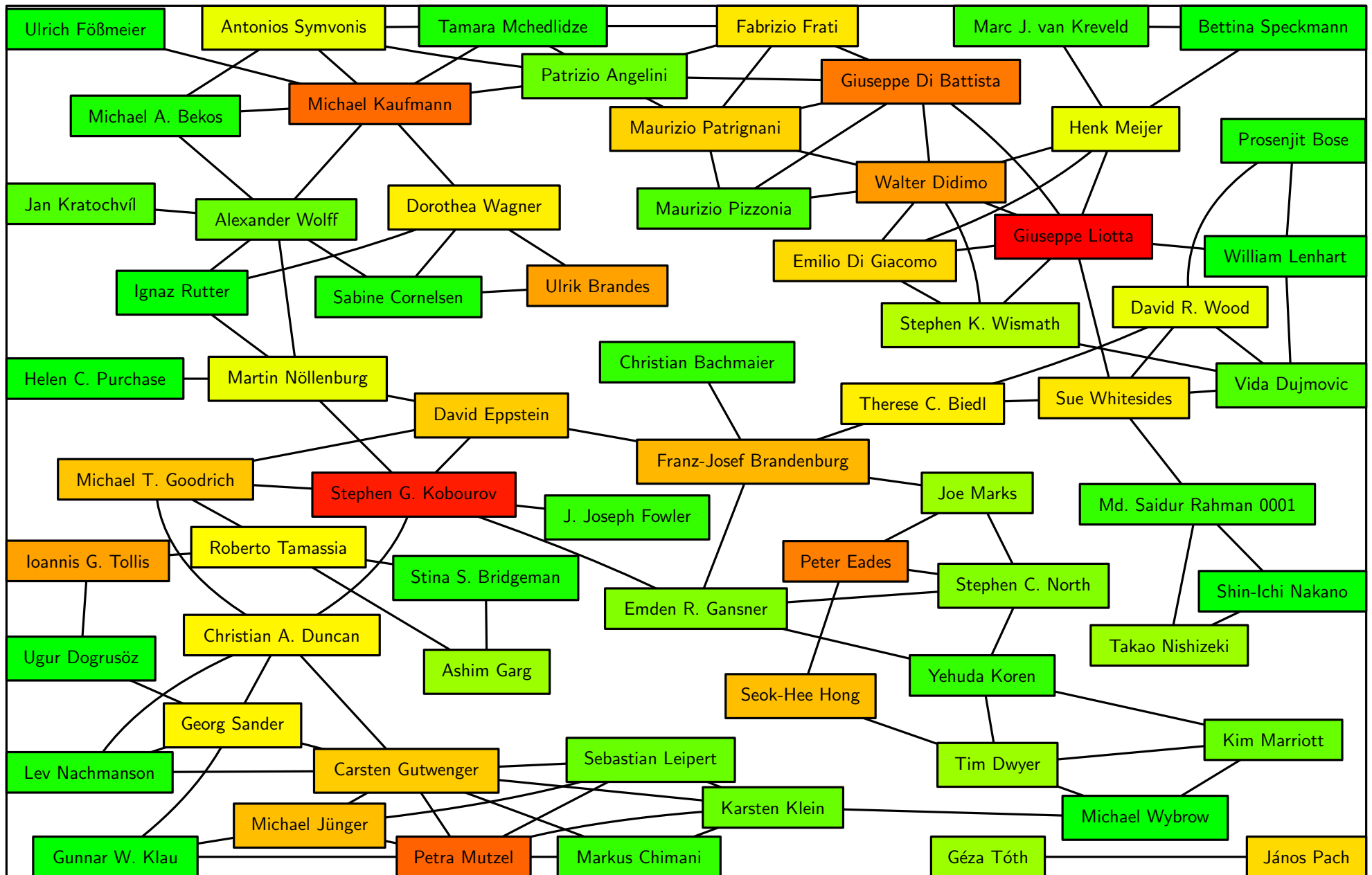
Feste Größen:

- Zeichenbereich: 736pt x 472pt (27.6cm x 17.7cm)
- Zeichenflächenanpassungen: 25
- Schriftgröße: Ipe „Normal“ (\LaTeX „normalsize“, 10pt)
- Eingabegraph mit 951 Knoten und 2334 Kanten
- Daten über Mehrautorenschaft beim *International Symposium on Graph Drawing* (1994-2012)

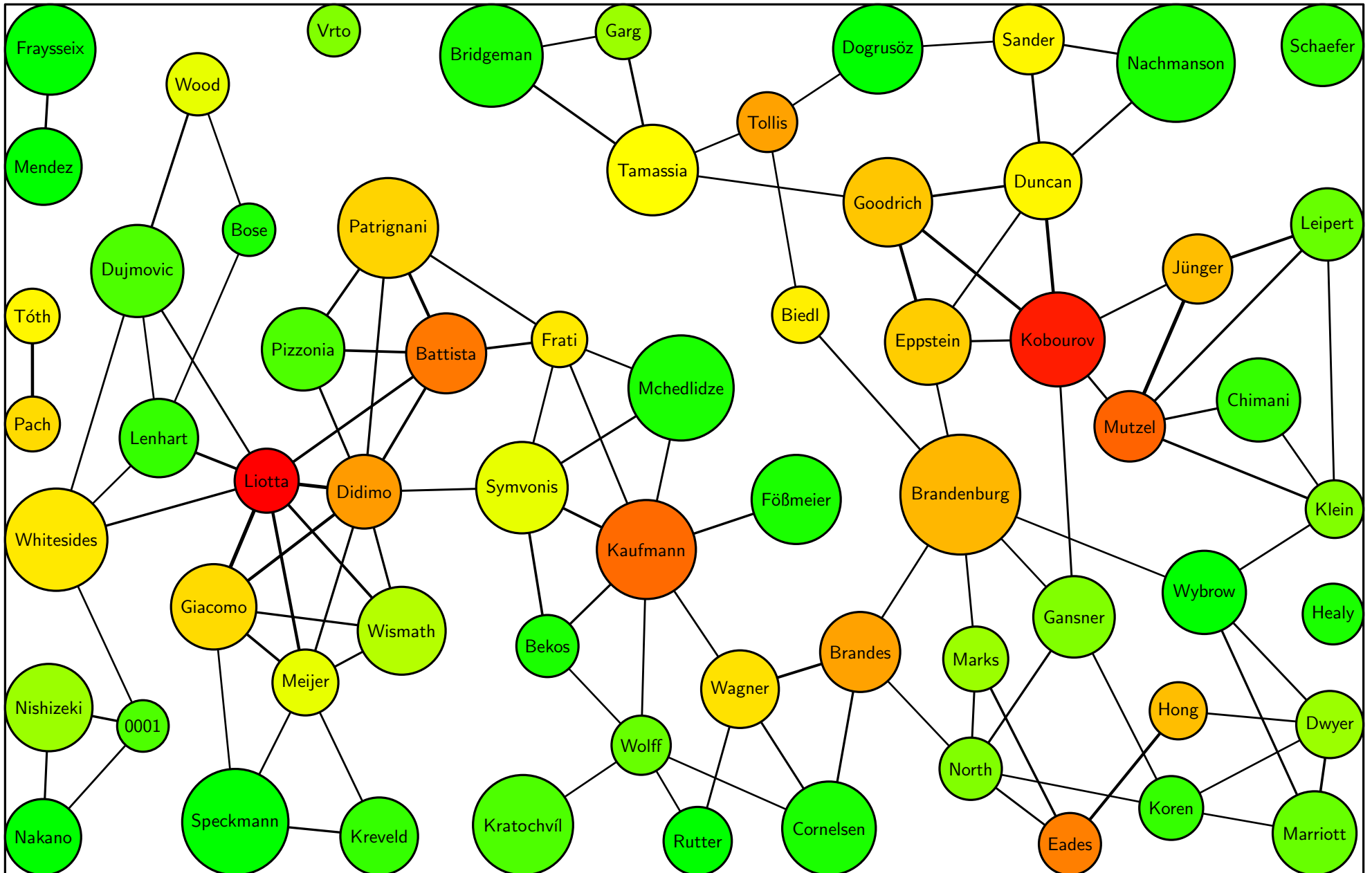
Beispielausgaben



Beispielausgaben



Beispielausgaben



Beispielausgaben

Feste Größen:

- Zeichenbereich: 736pt x 472pt (27.6cm x 17.7cm)
- Zeichenflächenanpassungen: 25
- Schriftgröße: lpe „Normal“ (\LaTeX „normalsize“, 10pt)
- Eingabegraph mit 951 Knoten und 2334 Kanten
- Daten über Mehrautorenschaft beim *International Symposium on Graph Drawing* (1994-2012)

Vergleich:

l_{unit}	Knotenform	$V\%$	$w(V)\%$	$E\%$	$w(E)\%$	Zeit
2.0cm	Rechteck	6.9	43.3	5.1	18.1	89.3s
2.5cm	Rechteck	5.9	40.5	4.2	15.9	67.0s
2.0cm	Kreis	7.0	42.2	4.6	15.7	36.8s

Beispielausgaben

Feste Größen:

- Zeichenbereich: 736pt x 472pt (27.6cm x 17.7cm)
- Zeichenflächenanpassungen: 25
- Schriftgröße: lpe „Normal“ (\LaTeX „normalsize“, 10pt)
- Eingabegraph mit 951 Knoten und 2334 Kanten
- Daten über Mehrautorenschaft beim *International Symposium on Graph Drawing* (1994-2012)

Vergleich:

l_{unit}	Knotenform	$V\%$	$w(V)\%$	$E\%$	$w(E)\%$	Zeit
2.0cm	Rechteck	6.9	43.3	5.1	18.1	89.3s
2.5cm	Rechteck	5.9	40.5	4.2	15.9	67.0s
2.0cm	Kreis	7.0	42.2	4.6	15.7	36.8s

Vorverarbeitung des Eingabegraphen

Fazit und Ausblick

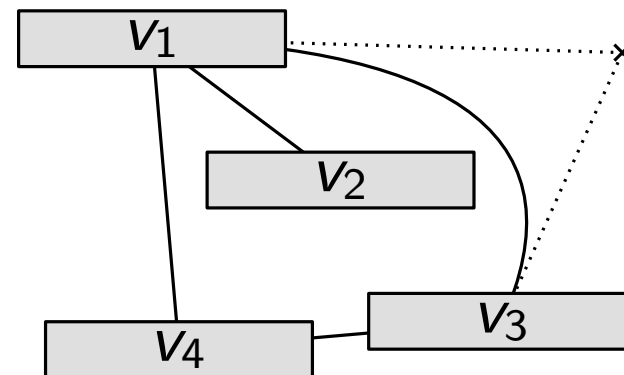
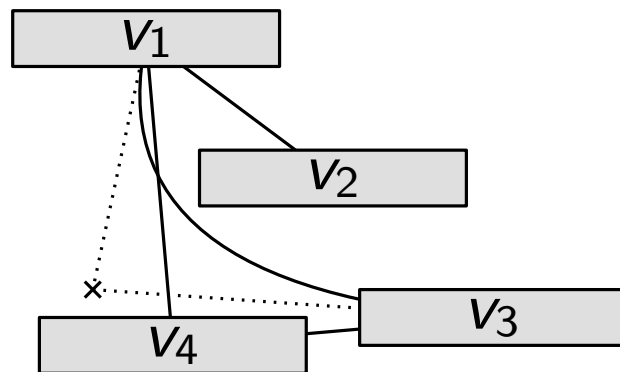
- keine vergleichbaren Verfahren
 - Qualität der Ergebnisse nur schwer abschätzbar
 - Laufzeit ein kritischer Faktor

Fazit und Ausblick

- keine vergleichbaren Verfahren
 - Qualität der Ergebnisse nur schwer abschätzbar
 - Laufzeit ein kritischer Faktor
- Zeichnungen enthalten wenige Knoten und Kanten aber ein Großteil des Gewichts

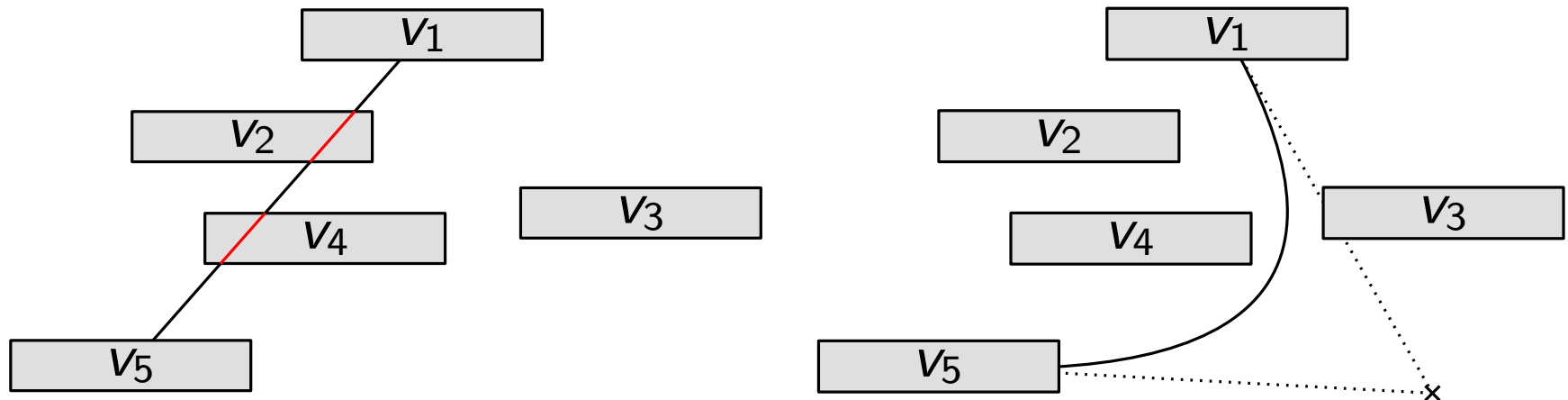
Fazit und Ausblick

- keine vergleichbaren Verfahren
 - Qualität der Ergebnisse nur schwer abschätzbar
 - Laufzeit ein kritischer Faktor
- Zeichnungen enthalten wenige Knoten und Kanten aber ein Großteil des Gewichts
- mögliche Verbesserungen
 - Verhindern von unschönen Kantenkreuzungen



Fazit und Ausblick

- keine vergleichbaren Verfahren
 - Qualität der Ergebnisse nur schwer abschätzbar
 - Laufzeit ein kritischer Faktor
- Zeichnungen enthalten wenige Knoten und Kanten aber ein Großteil des Gewichts
- mögliche Verbesserungen
 - Verhindern von unschönen Kantenkreuzungen
 - Herumleiten der Kanten um mehrere Knoten



Fazit und Ausblick

- keine vergleichbaren Verfahren
 - Qualität der Ergebnisse nur schwer abschätzbar
 - Laufzeit ein kritischer Faktor
- Zeichnungen enthalten wenige Knoten und Kanten aber ein Großteil des Gewichts
- mögliche Verbesserungen
 - Verhindern von unschönen Kantenkreuzungen
 - Herumleiten der Kanten um mehrere Knoten

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!
Fragen?