

Bachelor-Kolloquium

Automatisches Zeichnen von U-Bahn-Linienplänen unter Verwendung von Bézierkurven

Julian Schuhmann

13.09.2011

Betreuer:

Prof. Dr. Alexander Wolff

Dipl.-Inf. Martin Fink

Einführung

Anforderungen an U-Bahn-Linienpläne:

Einführung

Anforderungen an U-Bahn-Linienpläne:

- übersichtlich

Einführung

Anforderungen an U-Bahn-Linienpläne:

- übersichtlich
- kompakt

Einführung

Anforderungen an U-Bahn-Linienpläne:

- übersichtlich
- kompakt
- effizienter Einsatz bei der Routenplanung:

Einführung

Anforderungen an U-Bahn-Linienpläne:

- übersichtlich
- kompakt
- effizienter Einsatz bei der Routenplanung:
 - „Welche Linie(n) muss ich nehmen, um möglichst schnell von Station A zu Station B zu kommen?“

Einführung

Anforderungen an U-Bahn-Linienpläne:

- übersichtlich
- kompakt
- effizienter Einsatz bei der Routenplanung:
 - „Welche Linie(n) muss ich nehmen, um möglichst schnell von Station A zu Station B zu kommen?“
 - „Wo muss ich auf welche Linie umsteigen?“

Einführung

Anforderungen an U-Bahn-Linienpläne:

- übersichtlich
 - kompakt
 - effizienter Einsatz bei der Routenplanung:
 - „Welche Linie(n) muss ich nehmen, um möglichst schnell von Station A zu Station B zu kommen?“
 - „Wo muss ich auf welche Linie umsteigen?“
- ⇒ Henry Beck (1933): Pläne in **oktilinearem** Layout

Einführung

Anforderungen an U-Bahn-Linienpläne:

- übersichtlich
 - kompakt
 - effizienter Einsatz bei der Routenplanung:
 - „Welche Linie(n) muss ich nehmen, um möglichst schnell von Station A zu Station B zu kommen?“
 - „Wo muss ich auf welche Linie umsteigen?“
- ⇒ Henry Beck (1933): Pläne in **oktilinearem** Layout
- Linien werden senkrecht, waagrecht oder diagonal gezeichnet

Einführung

Anforderungen an U-Bahn-Linienpläne:

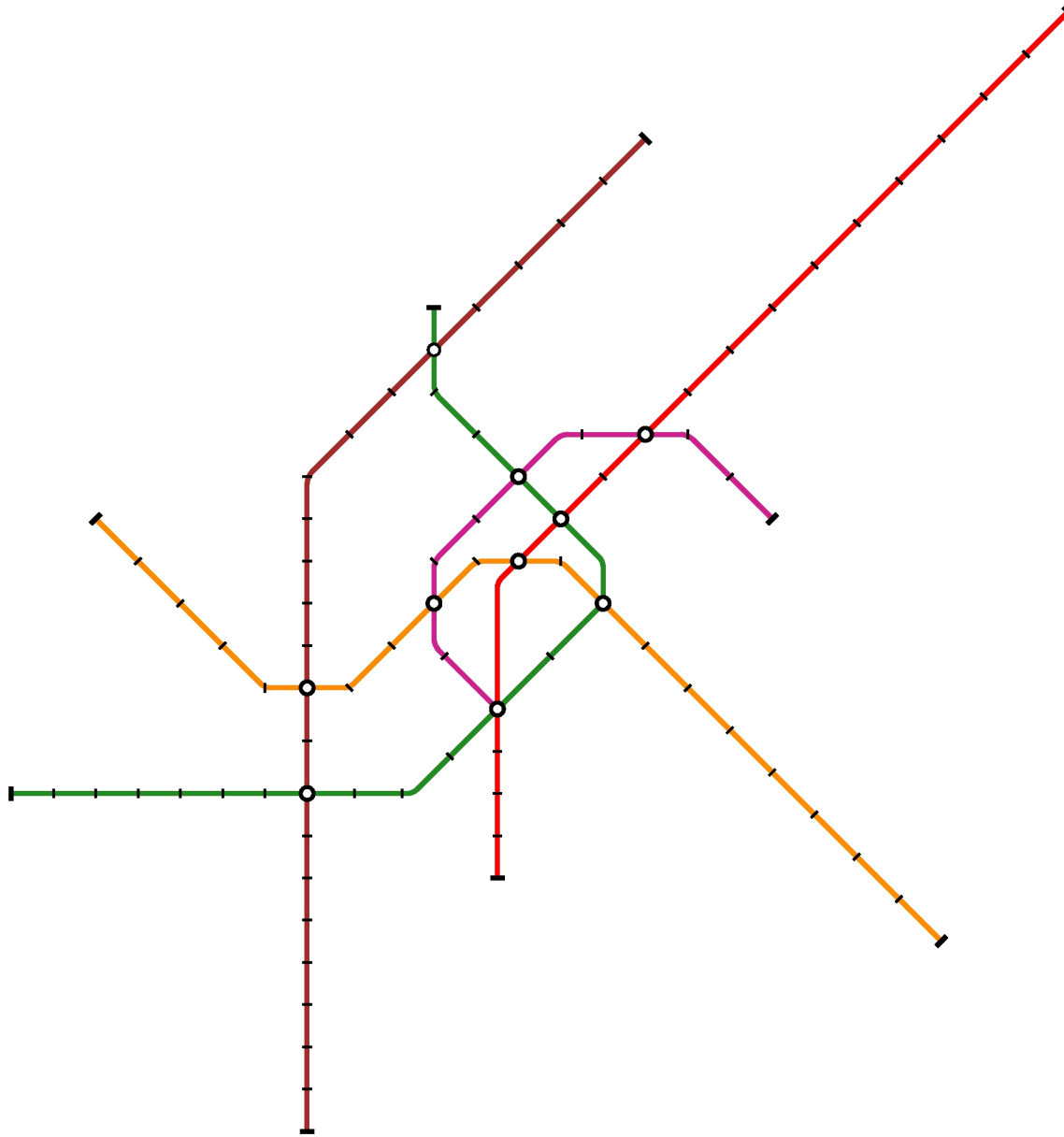
- übersichtlich
 - kompakt
 - effizienter Einsatz bei der Routenplanung:
 - „Welche Linie(n) muss ich nehmen, um möglichst schnell von Station A zu Station B zu kommen?“
 - „Wo muss ich auf welche Linie umsteigen?“
- ⇒ Henry Beck (1933): Pläne in **oktilinearem** Layout
- Linien werden senkrecht, waagrecht oder diagonal gezeichnet
 - ⇒ übersichtliche Pläne

Einführung

Anforderungen an U-Bahn-Linienpläne:

- übersichtlich
 - kompakt
 - effizienter Einsatz bei der Routenplanung:
 - „Welche Linie(n) muss ich nehmen, um möglichst schnell von Station A zu Station B zu kommen?“
 - „Wo muss ich auf welche Linie umsteigen?“
- ⇒ Henry Beck (1933): Pläne in **oktilinearem** Layout
- Linien werden senkrecht, waagrecht oder diagonal gezeichnet
 - ⇒ übersichtliche Pläne
 - bis heute aktuell

Wiener U-Bahn in oktilinearem Layout



Vorarbeiten

Automatisches Zeichnen von oktilinearen Plänen:

Vorarbeiten

Automatisches Zeichnen von oktilinearen Plänen:

- NP-schwer (Nöllenburg, 2005)

Vorarbeiten

Automatisches Zeichnen von oktilinearen Plänen:

- NP-schwer (Nöllenburg, 2005)
- praxistaugliche Methoden:

Vorarbeiten

Automatisches Zeichnen von oktilinearen Plänen:

- NP-schwer (Nöllenburg, 2005)
- praxistaugliche Methoden:

Stott und andere: Hillclimber

Vorarbeiten

Automatisches Zeichnen von oktilinearen Plänen:

- NP-schwer (Nöllenburg, 2005)
- praxistaugliche Methoden:

Stott und andere: Hillclimber

Nöllenburg/Wolff: Mixed Integer Program

Gibt es bessere Darstellungen?

aktuelle Benutzerstudien von Maxwell Roberts und anderen:

Gibt es bessere Darstellungen?

aktuelle Benutzerstudien von Maxwell Roberts und anderen:

oktilineare Pläne nicht optimal

⇒ besser: Pläne mit kurvigen Linien

Gibt es bessere Darstellungen?

aktuelle Benutzerstudien von Maxwell Roberts und anderen:

oktilineare Pläne nicht optimal

⇒ besser: Pläne mit kurvigen Linien

Ziel: Automatisches Zeichnen solcher Pläne

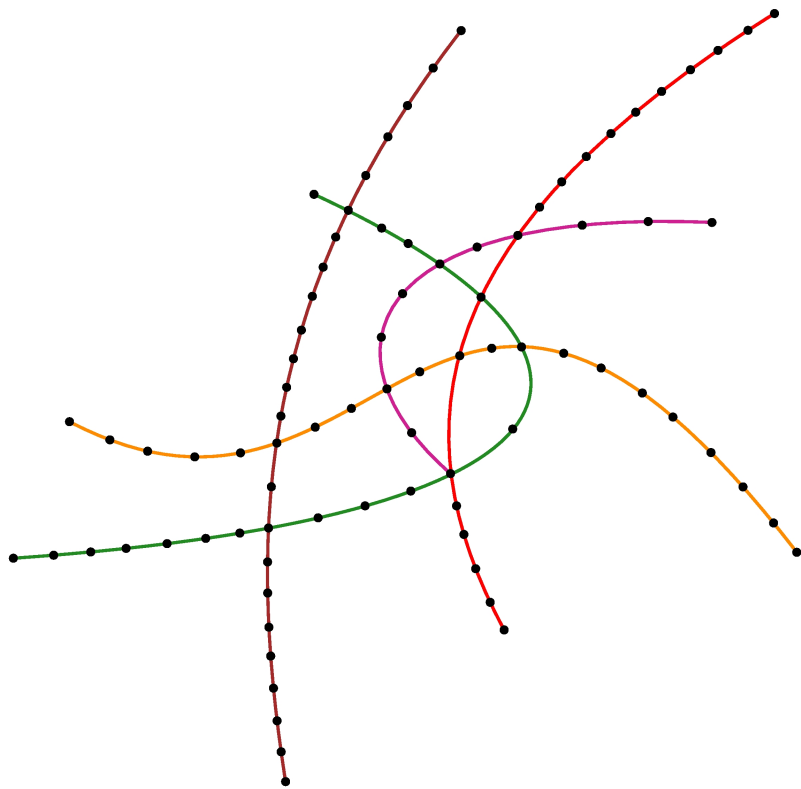
Gibt es bessere Darstellungen?

aktuelle Benutzerstudien von Maxwell Roberts und anderen:

oktilineare Pläne nicht optimal

⇒ besser: Pläne mit kurvigen Linien

Ziel: Automatisches Zeichnen solcher Pläne



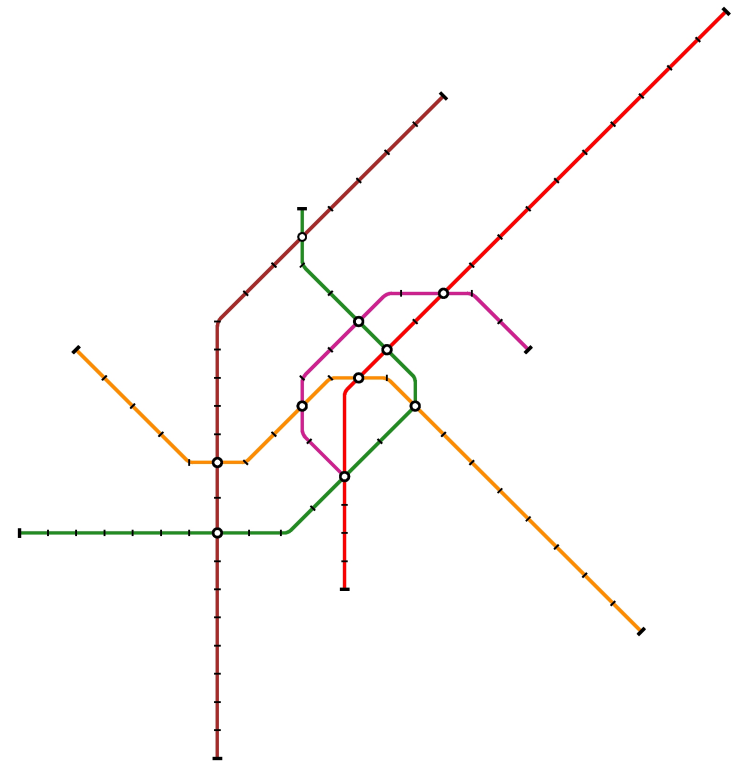
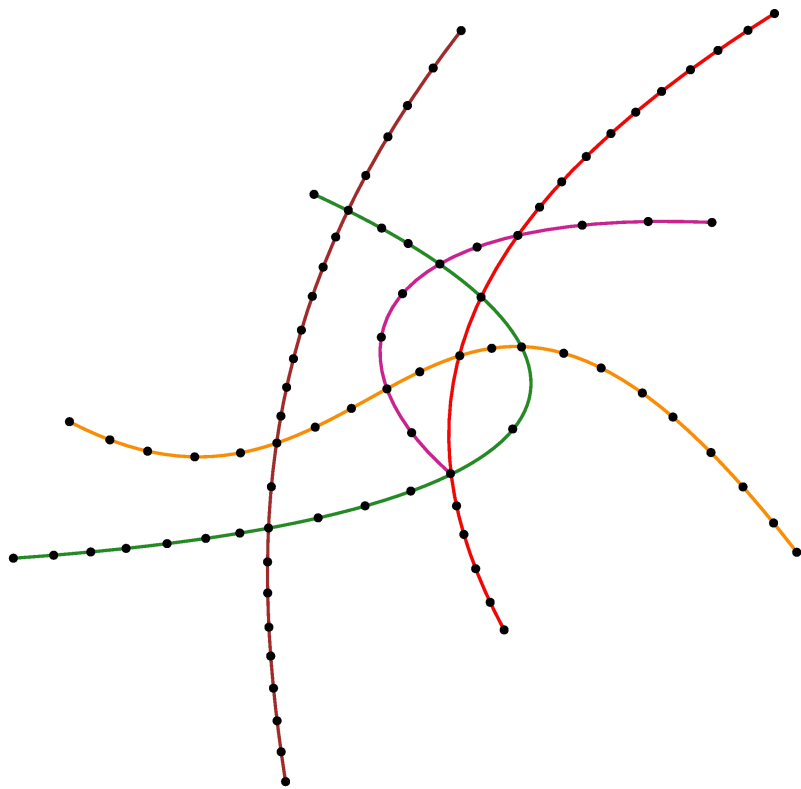
Gibt es bessere Darstellungen?

aktuelle Benutzerstudien von Maxwell Roberts und anderen:

oktilineare Pläne nicht optimal

⇒ besser: Pläne mit kurvigen Linien

Ziel: Automatisches Zeichnen solcher Pläne



Kräftebasierte Verfahren

Ziel: übersichtliches Zeichnen von Graphen

Kräftebasierte Verfahren

Ziel: übersichtliches Zeichnen von Graphen

Idee:

- Berechnung von Kräften, die die Zeichnung verändern

Kräftebasierte Verfahren

Ziel: übersichtliches Zeichnen von Graphen

Idee:

- Berechnung von Kräften, die die Zeichnung verändern
- Knoten stoßen sich voneinander ab

Kräftebasierte Verfahren

Ziel: übersichtliches Zeichnen von Graphen

Idee:

- Berechnung von Kräften, die die Zeichnung verändern
- Knoten stoßen sich voneinander ab
- benachbarte Knoten ziehen sich an

Kräftebasierte Verfahren

Ziel: übersichtliches Zeichnen von Graphen

Idee:

- Berechnung von Kräften, die die Zeichnung verändern
- Knoten stoßen sich voneinander ab
- benachbarte Knoten ziehen sich an
- mehrere Iterationen, bis Gleichgewicht entsteht

Kräftebasierte Verfahren

Ziel: übersichtliches Zeichnen von Graphen

Idee:

- Berechnung von Kräften, die die Zeichnung verändern
- Knoten stoßen sich voneinander ab
- benachbarte Knoten ziehen sich an
- mehrere Iterationen, bis Gleichgewicht entsteht

Vorgehen:

1. berechne für alle Knoten die wirkenden Kräfte

Kräftebasierte Verfahren

Ziel: übersichtliches Zeichnen von Graphen

Idee:

- Berechnung von Kräften, die die Zeichnung verändern
- Knoten stoßen sich voneinander ab
- benachbarte Knoten ziehen sich an
- mehrere Iterationen, bis Gleichgewicht entsteht

Vorgehen:

1. berechne für alle Knoten die wirkenden Kräfte
2. wende die Kräfte auf die Zeichnung an

Kräftebasierte Verfahren

Ziel: übersichtliches Zeichnen von Graphen

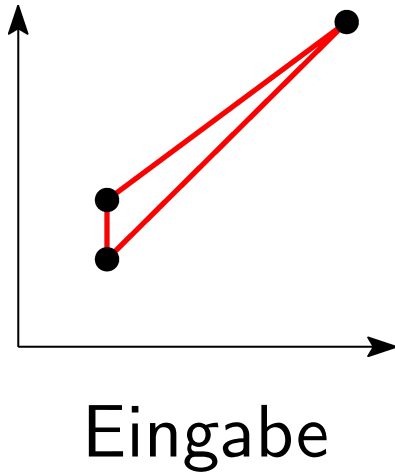
Idee:

- Berechnung von Kräften, die die Zeichnung verändern
- Knoten stoßen sich voneinander ab
- benachbarte Knoten ziehen sich an
- mehrere Iterationen, bis Gleichgewicht entsteht

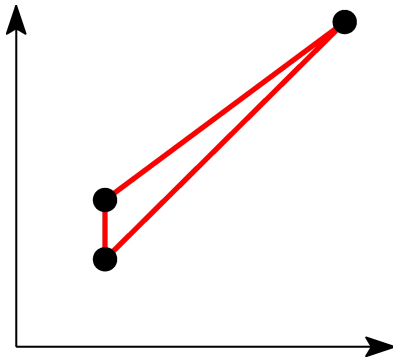
Vorgehen:

1. berechne für alle Knoten die wirkenden Kräfte
2. wende die Kräfte auf die Zeichnung an
3. Kräftegleichgewicht?
 - nein \Rightarrow zurück zu 1.
 - ja \Rightarrow fertig

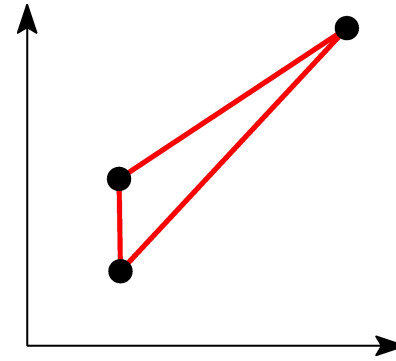
Kräftebasierte Verfahren - Beispiel



Kräftebasierte Verfahren - Beispiel

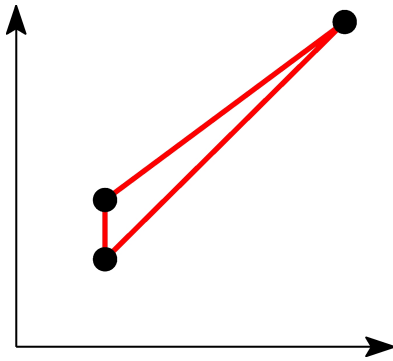


Eingabe

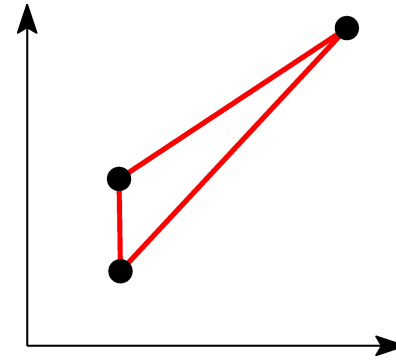


Nach einer Iteration

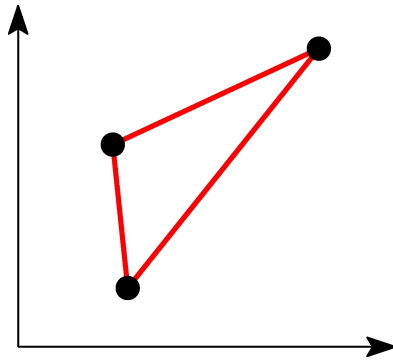
Kräftebasierte Verfahren - Beispiel



Eingabe

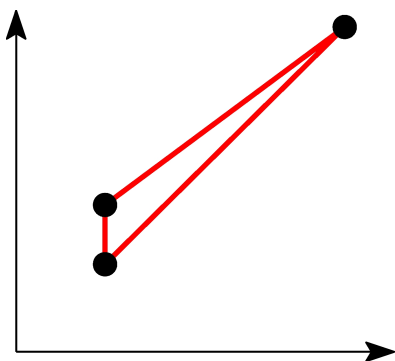


Nach einer Iteration

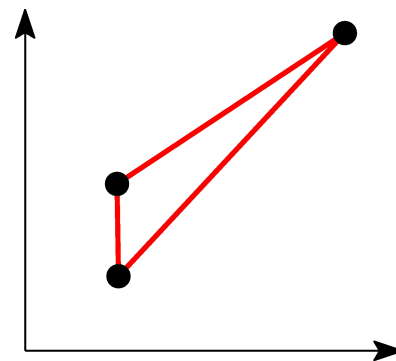


Nach 5 Iterationen

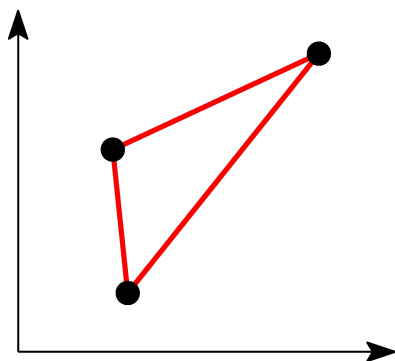
Kräftebasierte Verfahren - Beispiel



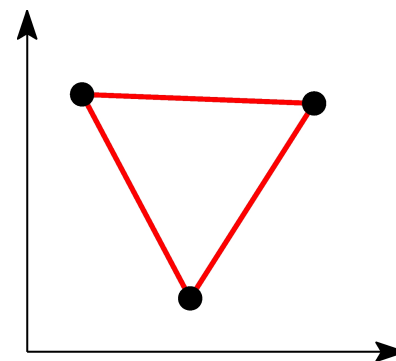
Eingabe



Nach einer Iteration



Nach 5 Iterationen



Nach 30 Iterationen

Kräftebasierte Verfahren - Bisherige Arbeiten

Erster kräftebasierter Ansatz:

Peter Eades (1984): Metallringe und Federn

Kräftebasierte Verfahren - Bisherige Arbeiten

Erster kräftebasierter Ansatz:

Peter Eades (1984): Metallringe und Federn

Erweiterungen:

– Fruchterman/Reingold (1991): Abstoßung von Knoten

Kräftebasierte Verfahren - Bisherige Arbeiten

Erster kräftebasierter Ansatz:

Peter Eades (1984): Metallringe und Federn

Erweiterungen:

- Fruchterman/Reingold (1991): Abstoßung von Knoten
- Bertault (1999): Verhindern von Kantenüberschneidungen

Kräftebasierte Verfahren - Bisherige Arbeiten

Erster kräftebasierter Ansatz:

Peter Eades (1984): Metallringe und Federn

Erweiterungen:

- Fruchterman/Reingold (1991): Abstoßung von Knoten
- Bertault (1999): Verhindern von Kantenüberschneidungen
- Finkel/Tamassia(2005): Bézierkurven statt gerader Linien

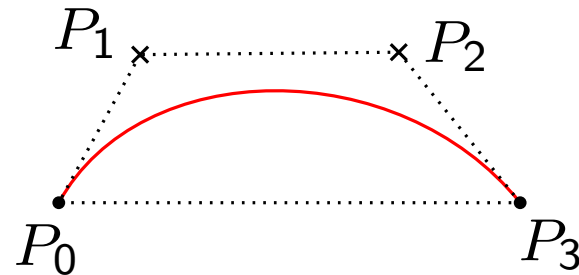
Kräftebasierte Verfahren - Bisherige Arbeiten

Erster kräftebasierter Ansatz:

Peter Eades (1984): Metallringe und Federn

Erweiterungen:

- Fruchterman/Reingold (1991): Abstoßung von Knoten
- Bertault (1999): Verhindern von Kantenüberschneidungen
- Finkel/Tamassia(2005): Bézierkurven statt gerader Linien



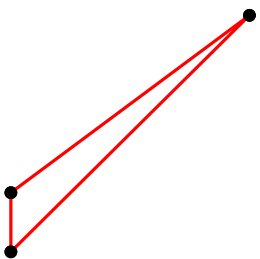
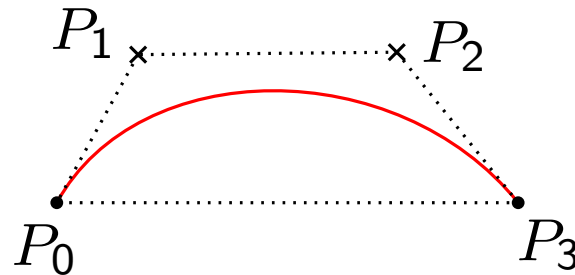
Kräftebasierte Verfahren - Bisherige Arbeiten

Erster kräftebasierter Ansatz:

Peter Eades (1984): Metallringe und Federn

Erweiterungen:

- Fruchterman/Reingold (1991): Abstoßung von Knoten
- Bertault (1999): Verhindern von Kantenüberschneidungen
- Finkel/Tamassia(2005): Bézierkurven statt gerader Linien



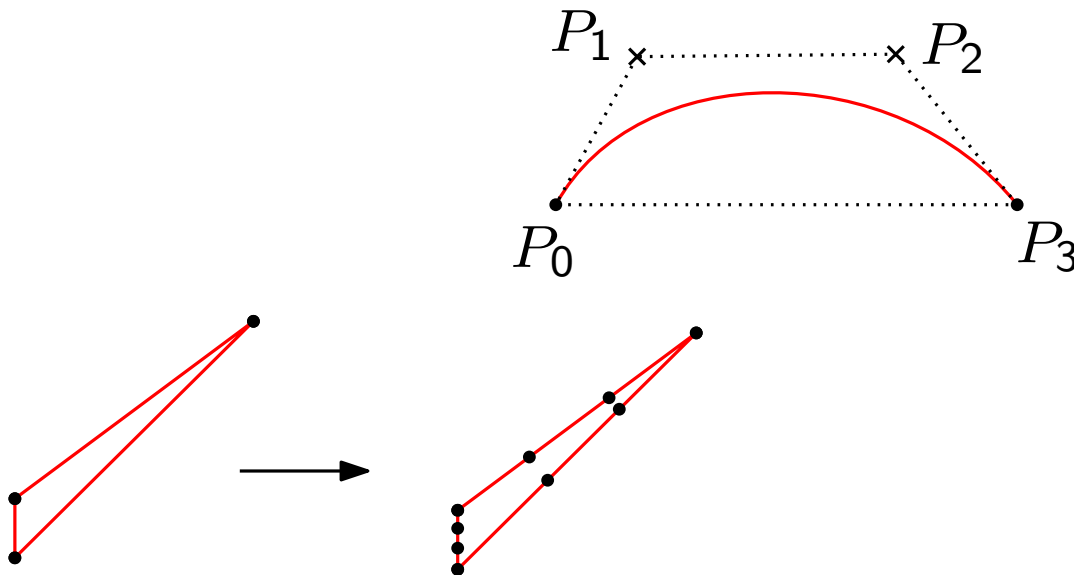
Kräftebasierte Verfahren - Bisherige Arbeiten

Erster kräftebasierter Ansatz:

Peter Eades (1984): Metallringe und Federn

Erweiterungen:

- Fruchterman/Reingold (1991): Abstoßung von Knoten
- Bertault (1999): Verhindern von Kantenüberschneidungen
- Finkel/Tamassia(2005): Bézierkurven statt gerader Linien



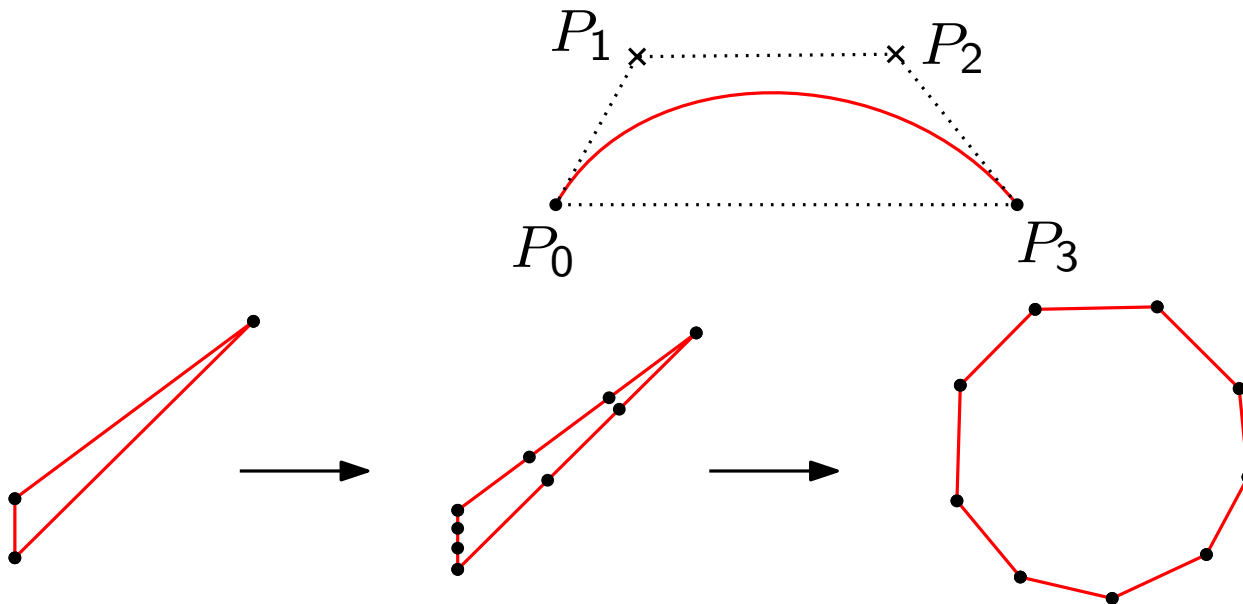
Kräftebasierte Verfahren - Bisherige Arbeiten

Erster kräftebasierter Ansatz:

Peter Eades (1984): Metallringe und Federn

Erweiterungen:

- Fruchterman/Reingold (1991): Abstoßung von Knoten
- Bertault (1999): Verhindern von Kantenüberschneidungen
- Finkel/Tamassia (2005): Bézierkurven statt gerader Linien



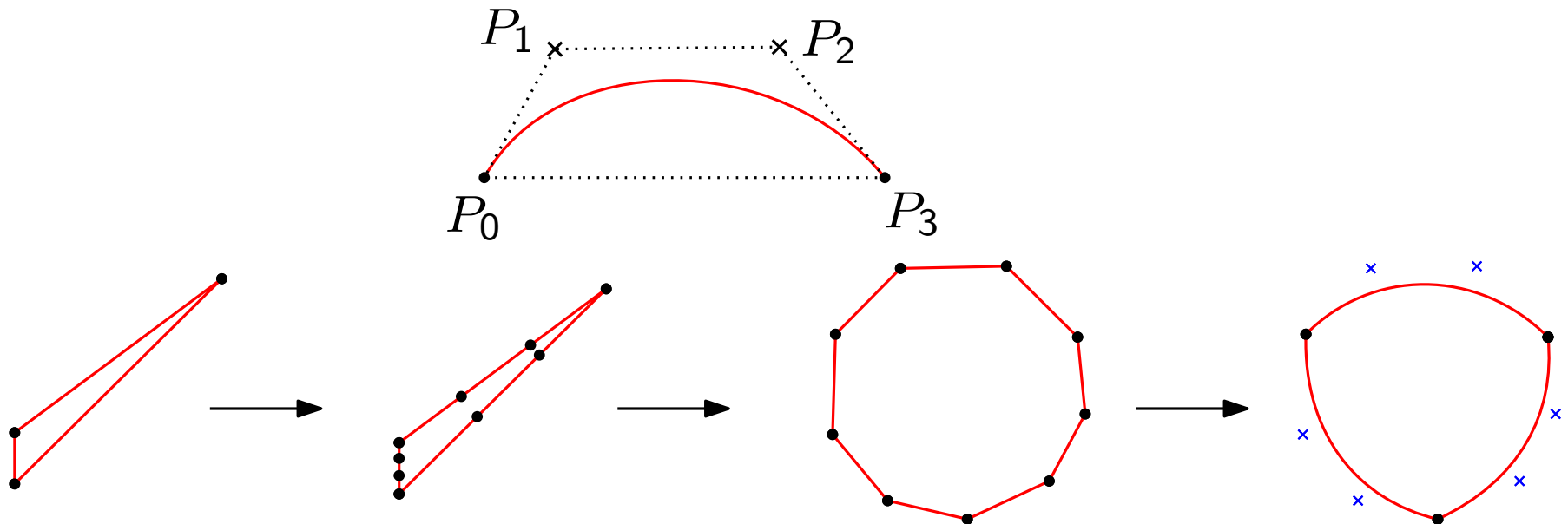
Kräftebasierte Verfahren - Bisherige Arbeiten

Erster kräftebasierter Ansatz:

Peter Eades (1984): Metallringe und Federn

Erweiterungen:

- Fruchterman/Reingold (1991): Abstoßung von Knoten
- Bertault (1999): Verhindern von Kantenüberschneidungen
- Finkel/Tamassia(2005): Bézierkurven statt gerader Linien



Zeichen-Algorithmus

Eingabe: oktilinearer U-Bahn-Linienplan

Ausgabe: U-Bahn-Linienplan mit Bézierkurven

Zeichen-Algorithmus

Eingabe: oktilinearer U-Bahn-Linienplan

Ausgabe: U-Bahn-Linienplan mit Bézierkurven

Ablauf:

1. oktilineare Zeichnung einlesen und in Zeichnung mit Bézierkurven umwandeln

Zeichen-Algorithmus

Eingabe: oktilinearer U-Bahn-Linienplan

Ausgabe: U-Bahn-Linienplan mit Bézierkurven

Ablauf:

1. oktilineare Zeichnung einlesen und in Zeichnung mit Bézierkurven umwandeln
2. Kräfte berechnen und anwenden

Zeichen-Algorithmus

Eingabe: oktilinearer U-Bahn-Linienplan

Ausgabe: U-Bahn-Linienplan mit Bézierkurven

Ablauf:

1. oktilineare Zeichnung einlesen und in Zeichnung mit Bézierkurven umwandeln
2. Kräfte berechnen und anwenden
3. eventuell entstandene Kantenüberschneidungen entfernen

Zeichen-Algorithmus

Eingabe: oktilinearer U-Bahn-Linienplan

Ausgabe: U-Bahn-Linienplan mit Bézierkurven

Ablauf:

1. oktilineare Zeichnung einlesen und in Zeichnung mit Bézierkurven umwandeln
2. Kräfte berechnen und anwenden
3. eventuell entstandene Kantenüberschneidungen entfernen
4. wenn möglich, Kanten zusammenlegen

Zeichen-Algorithmus

Eingabe: oktilinearer U-Bahn-Linienplan

Ausgabe: U-Bahn-Linienplan mit Bézierkurven

Ablauf:

1. oktilineare Zeichnung einlesen und in Zeichnung mit Bézierkurven umwandeln
2. Kräfte berechnen und anwenden
3. eventuell entstandene Kantenüberschneidungen entfernen
4. wenn möglich, Kanten zusammenlegen
5. Kräftegleichgewicht?
nein \Rightarrow zurück zu 2.
ja \Rightarrow fertig

Abstoßende Kraft für Knoten

Ziel: Gleichmäßige Verteilung der Knoten in der Zeichenfläche

Abstoßende Kraft für Knoten

- Ziel:** Gleichmäßige Verteilung der Knoten in der Zeichenfläche
- Jedes Paar von Knoten stößt sich gegenseitig ab.

Abstoßende Kraft für Knoten

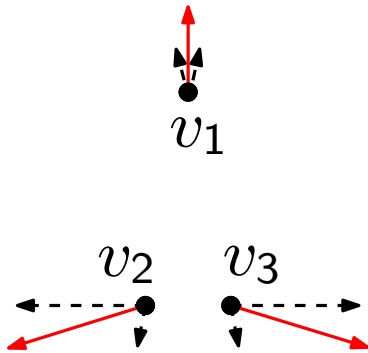
Ziel: Gleichmäßige Verteilung der Knoten in der Zeichenfläche

- Jedes Paar von Knoten stößt sich gegenseitig ab.
- kleinerer Abstand \Rightarrow stärkere Kraft

Abstoßende Kraft für Knoten

Ziel: Gleichmäßige Verteilung der Knoten in der Zeichenfläche

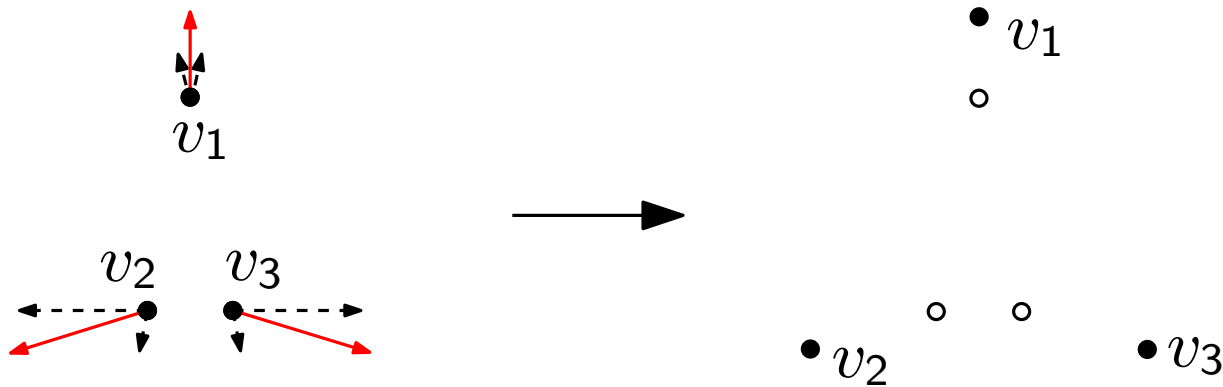
- Jedes Paar von Knoten stößt sich gegenseitig ab.
- kleinerer Abstand \Rightarrow stärkere Kraft



Abstoßende Kraft für Knoten

Ziel: Gleichmäßige Verteilung der Knoten in der Zeichenfläche

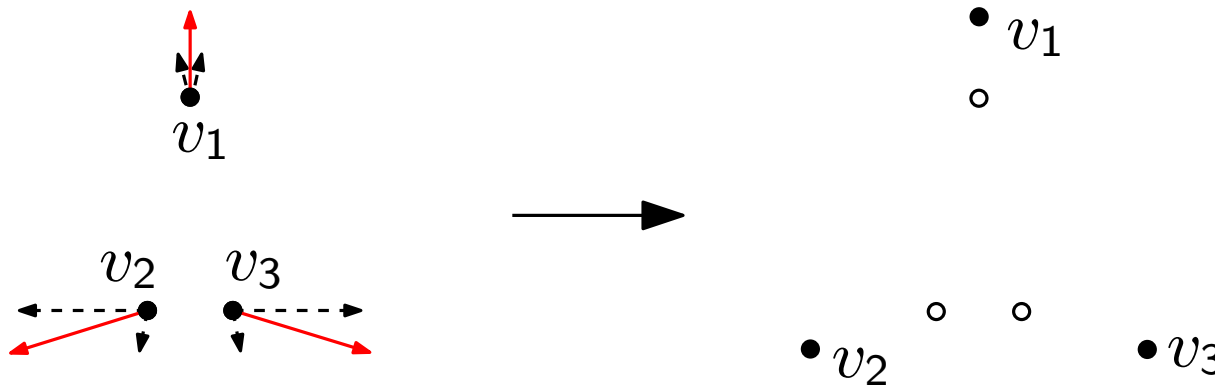
- Jedes Paar von Knoten stößt sich gegenseitig ab.
- kleinerer Abstand \Rightarrow stärkere Kraft



Abstoßende Kraft für Knoten

Ziel: Gleichmäßige Verteilung der Knoten in der Zeichenfläche

- Jedes Paar von Knoten stößt sich gegenseitig ab.
- kleinerer Abstand \Rightarrow stärkere Kraft



$$F^r(u, v) = \frac{\delta(u, v)^2}{d(u, v)^2} \cdot \overrightarrow{uv}$$

Anziehende Kraft für benachbarte Knoten

Ziel: benachbarte Knoten sollen nahe beieinander liegen

Anziehende Kraft für benachbarte Knoten

Ziel: benachbarte Knoten sollen nahe beieinander liegen

– Benachbarte Knoten ziehen sich gegenseitig an.

Anziehende Kraft für benachbarte Knoten

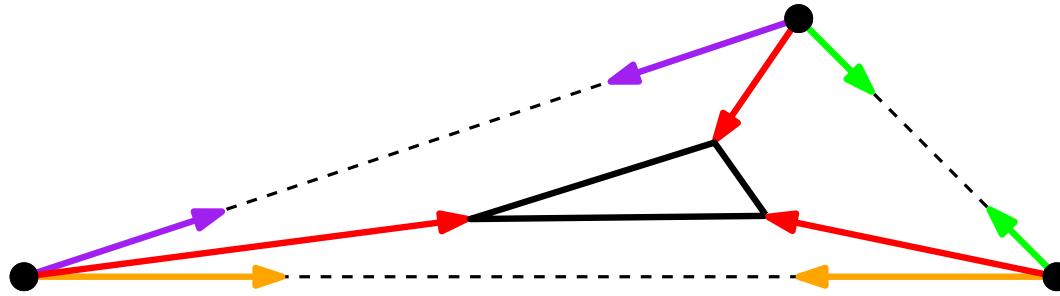
Ziel: benachbarte Knoten sollen nahe beieinander liegen

- Benachbarte Knoten ziehen sich gegenseitig an.
- größerer Abstand \Rightarrow stärkere Kraft

Anziehende Kraft für benachbarte Knoten

Ziel: benachbarte Knoten sollen nahe beieinander liegen

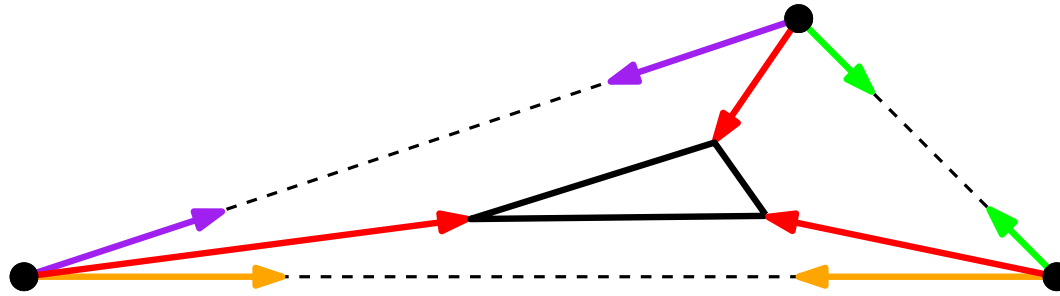
- Benachbarte Knoten ziehen sich gegenseitig an.
- größerer Abstand \Rightarrow stärkere Kraft



Anziehende Kraft für benachbarte Knoten

Ziel: benachbarte Knoten sollen nahe beieinander liegen

- Benachbarte Knoten ziehen sich gegenseitig an.
- größerer Abstand \Rightarrow stärkere Kraft

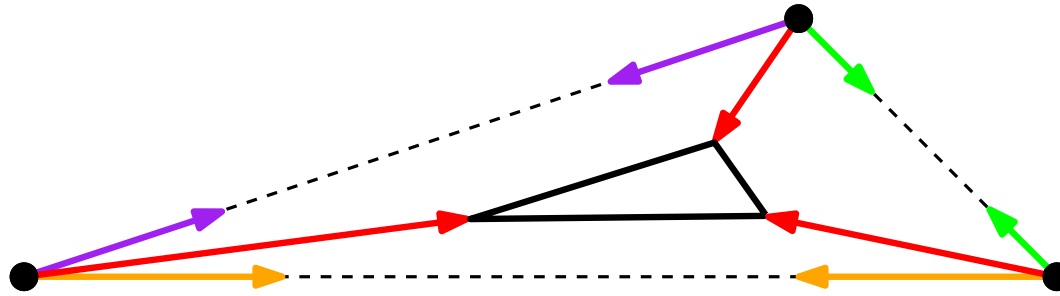


$$F^a(u, v) = \begin{cases} \frac{d(u, v)}{\delta(u, v)} \cdot \overrightarrow{vu}, & \text{wenn } u, v \text{ benachbart} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Anziehende Kraft für benachbarte Knoten

Ziel: benachbarte Knoten sollen nahe beieinander liegen

- Benachbarte Knoten ziehen sich gegenseitig an.
- größerer Abstand \Rightarrow stärkere Kraft



$$F^a(u, v) = \begin{cases} \frac{d(u, v)}{\delta(u, v)} \cdot \vec{vu}, & \text{wenn } u, v \text{ benachbart} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\delta(u, v) = d(u, v) \Rightarrow F^r + F^a = \frac{\delta(u, v)^2}{d(u, v)^2} \cdot \vec{uv} + \frac{d(u, v)}{\delta(u, v)} \cdot \vec{vu} = \vec{uv} + \vec{vu} = 0$$

Kraft zu der Ursprungsposition des Knotens

Ziel: Bewahrung der geographischen Positionen

Kraft zu der Ursprungsposition des Knotens

Ziel: Bewahrung der geographischen Positionen

- Jeder Knoten wird an seine Position in der Eingabezeichnung gezogen

Kraft zu der Ursprungsposition des Knotens

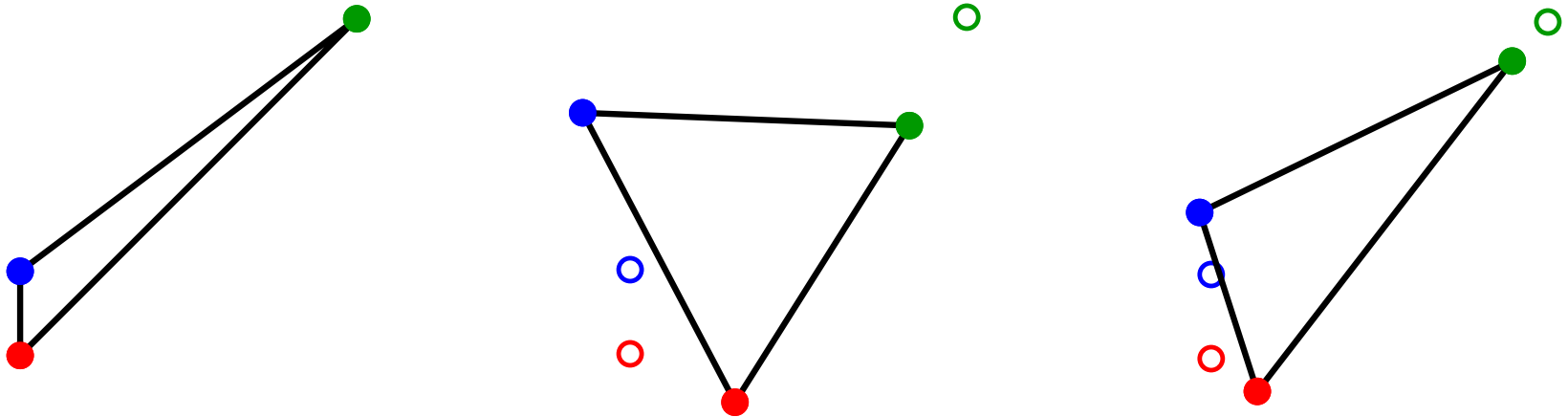
Ziel: Bewahrung der geographischen Positionen

- Jeder Knoten wird an seine Position in der Eingabezeichnung gezogen
- größerer Abstand von der Ursprungsposition \Rightarrow stärkere Kraft

Kraft zu der Ursprungsposition des Knotens

Ziel: Bewahrung der geographischen Positionen

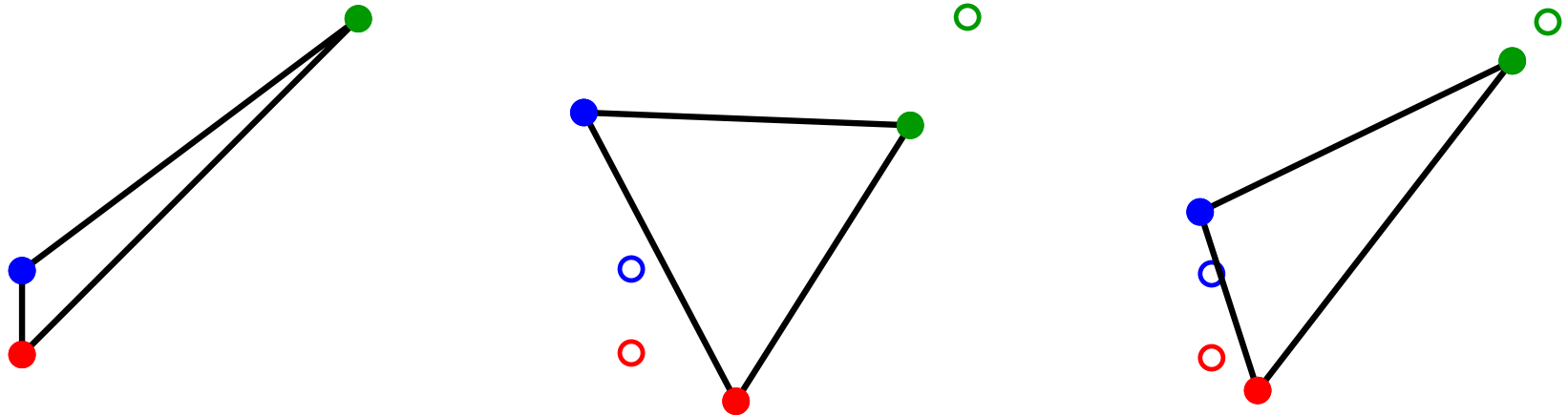
- Jeder Knoten wird an seine Position in der Eingabezeichnung gezogen
- größerer Abstand von der Ursprungsposition \Rightarrow stärkere Kraft



Kraft zu der Ursprungsposition des Knotens

Ziel: Bewahrung der geographischen Positionen

- Jeder Knoten wird an seine Position in der Eingabezeichnung gezogen
- größerer Abstand von der Ursprungsposition \Rightarrow stärkere Kraft



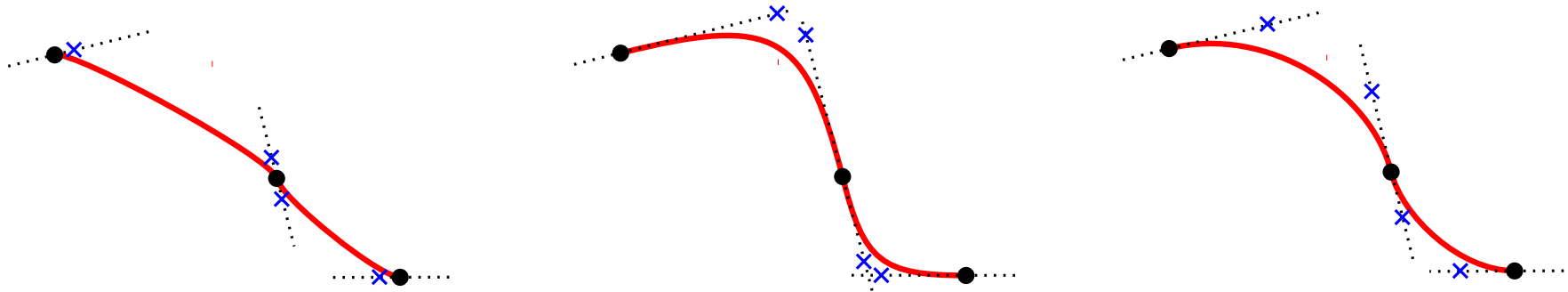
$$F^o(u) = d(u, u_{\text{org}}) \cdot \overrightarrow{uu_{\text{org}}}$$

Kraft auf die Kontrollpunkte

Ziel: schöne Bézierkurven

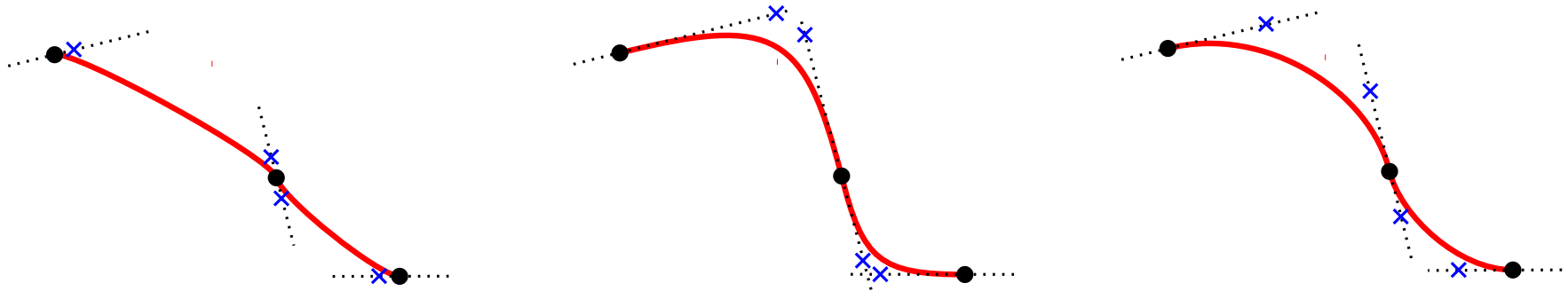
Kraft auf die Kontrollpunkte

Ziel: schöne Bézierkurven



Kraft auf die Kontrollpunkte

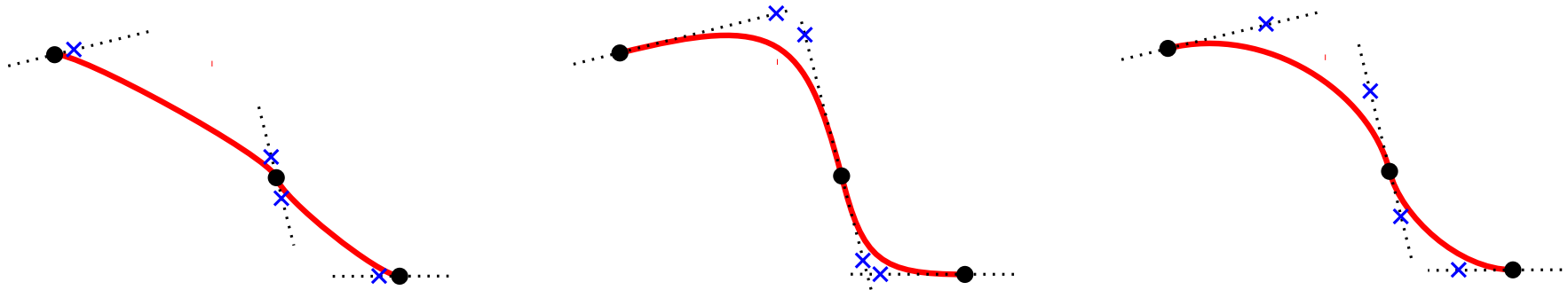
Ziel: schöne Bézierkurven



Abstand von Knoten und Kontrollpunkt
 $\approx \frac{1}{3} \cdot$ Abstand der beiden Endknoten

Kraft auf die Kontrollpunkte

Ziel: schöne Bézierkurven

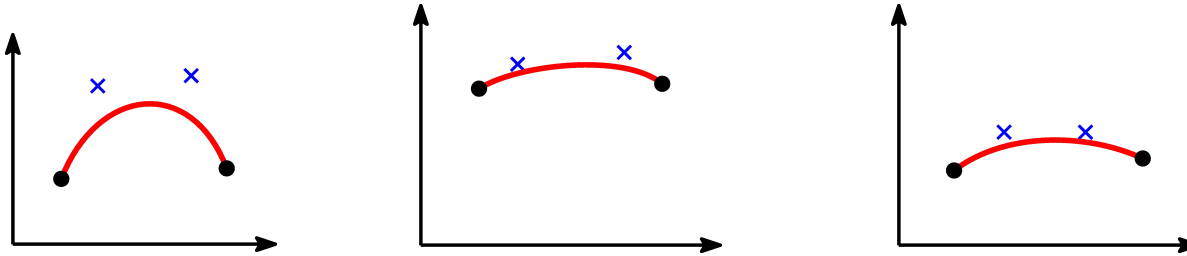


Abstand von Knoten und Kontrollpunkt
 $\approx \frac{1}{3} \cdot$ Abstand der beiden Endknoten

$$F^c(d(c_u, u)) = \frac{\delta(c_u, u)^2}{d(c_u, u)} - \frac{d(c_u, u)^2}{\delta(c_u, u)} = \frac{\left(\frac{d(u, v)}{3}\right)^2}{d(c_u, u)} - \frac{d(c_u, u)^2}{\frac{d(u, v)}{3}}$$

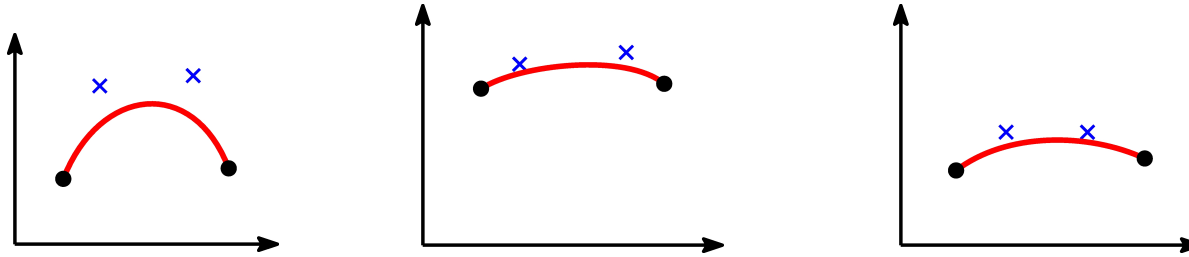
Kräfte zum Geradedrücken der Kanten

Ziel: Verhindern von zu starken Kantenbiegungen

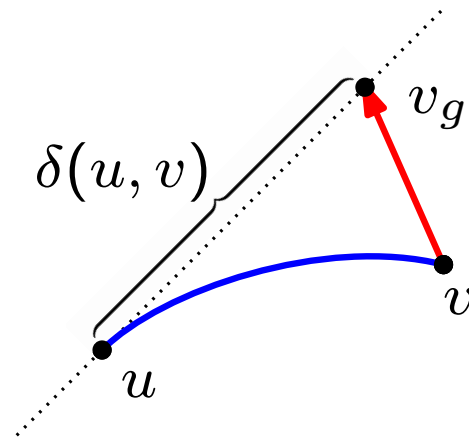


Kräfte zum Geradedrücken der Kanten

Ziel: Verhindern von zu starken Kantenbiegungen

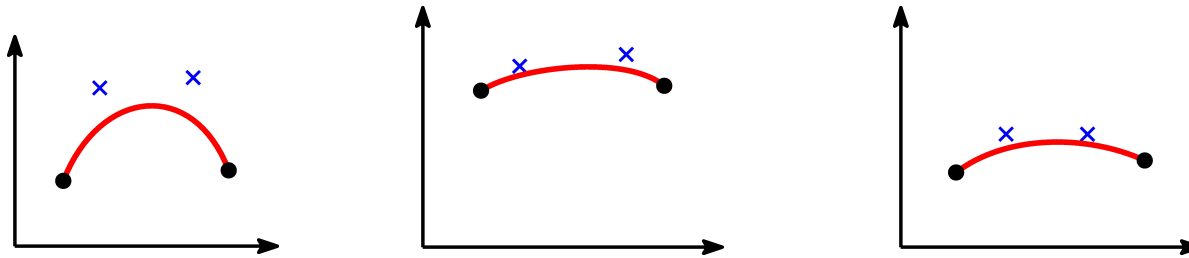


1. Möglichkeit: Verschieben der Endknoten

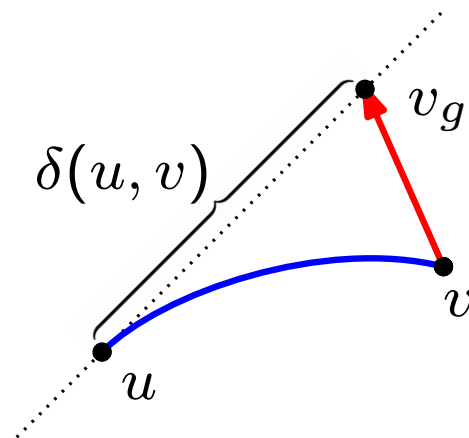


Kräfte zum Geradedrücken der Kanten

Ziel: Verhindern von zu starken Kantenbiegungen



1. Möglichkeit: Verschieben der Endknoten



2. Möglichkeit: Verschieben der Kontrollpunkte



Kraft für bessere Winkelauflösung in Knoten

Ziel: übersichtliches Zeichnen von Stationen mit vielen Linien

Kraft für bessere Winkelauflösung in Knoten

- Ziel:** übersichtliches Zeichnen von Stationen mit vielen Linien
- Tangenten in einer Station stoßen sich gegenseitig ab

Kraft für bessere Winkelauflösung in Knoten

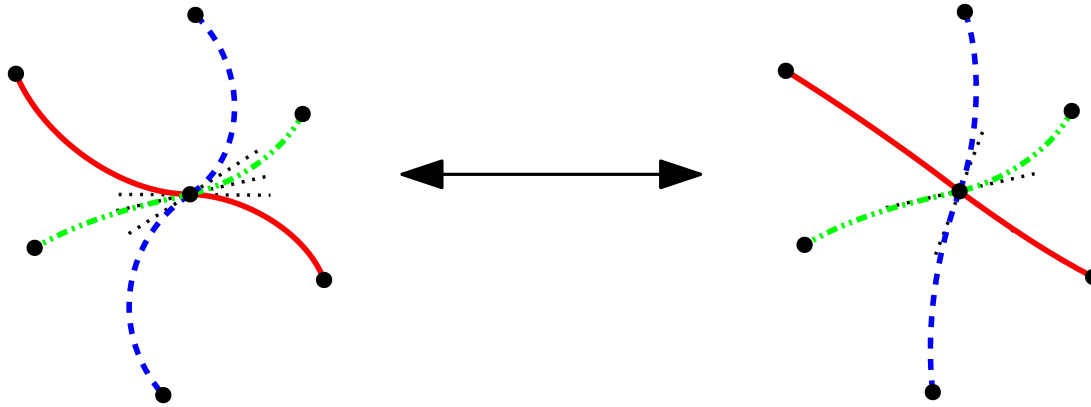
Ziel: übersichtliches Zeichnen von Stationen mit vielen Linien

- Tangenten in einer Station stoßen sich gegenseitig ab
- kleinerer Winkel \Rightarrow größere Kraft

Kraft für bessere Winkelauflösung in Knoten

Ziel: übersichtliches Zeichnen von Stationen mit vielen Linien

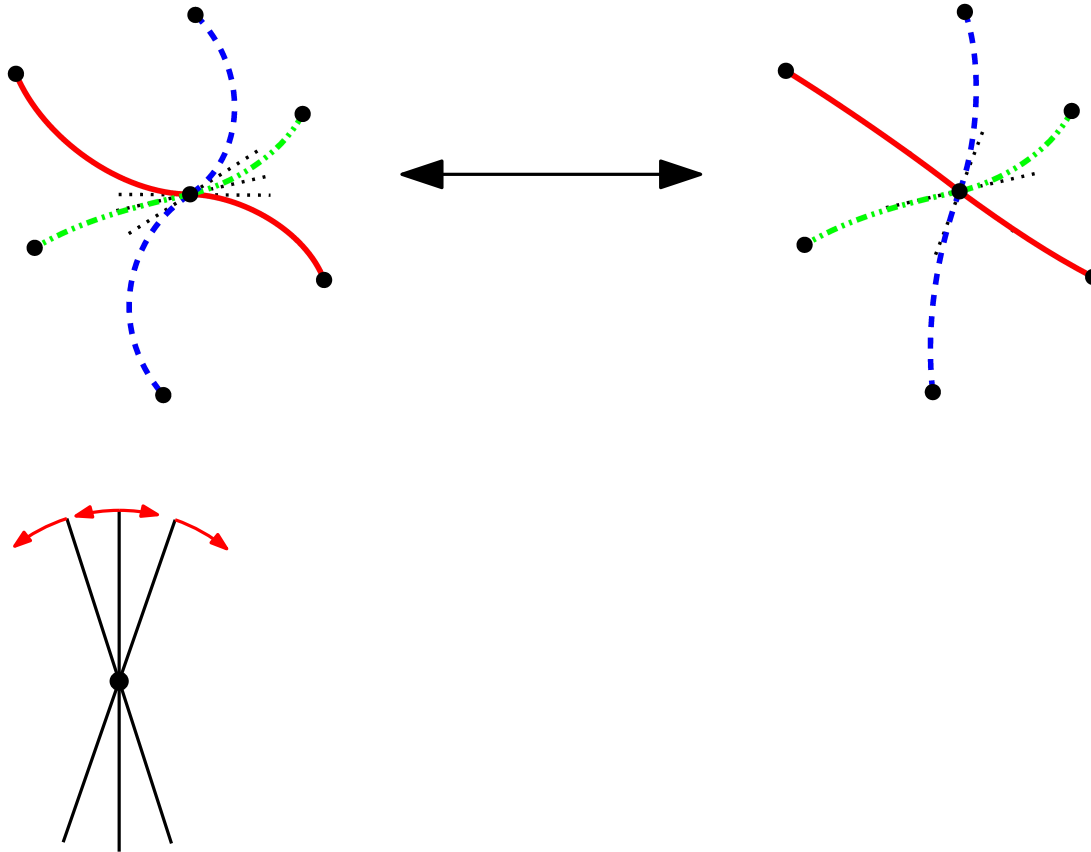
- Tangenten in einer Station stoßen sich gegenseitig ab
- kleinerer Winkel \Rightarrow größere Kraft



Kraft für bessere Winkelauflösung in Knoten

Ziel: übersichtliches Zeichnen von Stationen mit vielen Linien

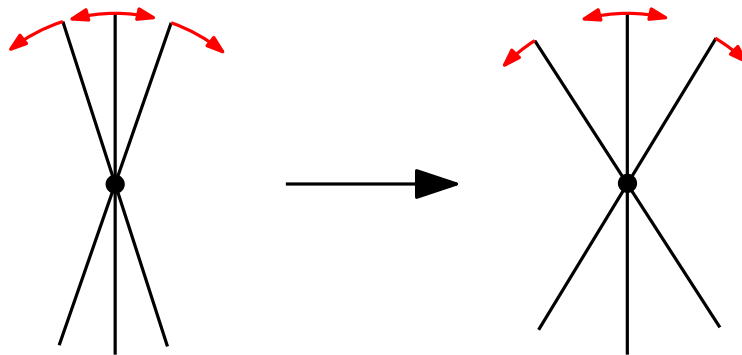
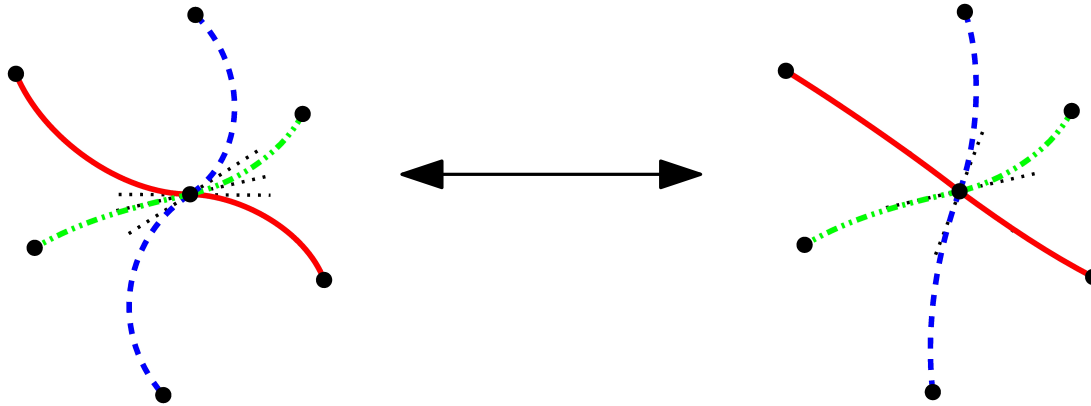
- Tangenten in einer Station stoßen sich gegenseitig ab
- kleinerer Winkel \Rightarrow größere Kraft



Kraft für bessere Winkelauflösung in Knoten

Ziel: übersichtliches Zeichnen von Stationen mit vielen Linien

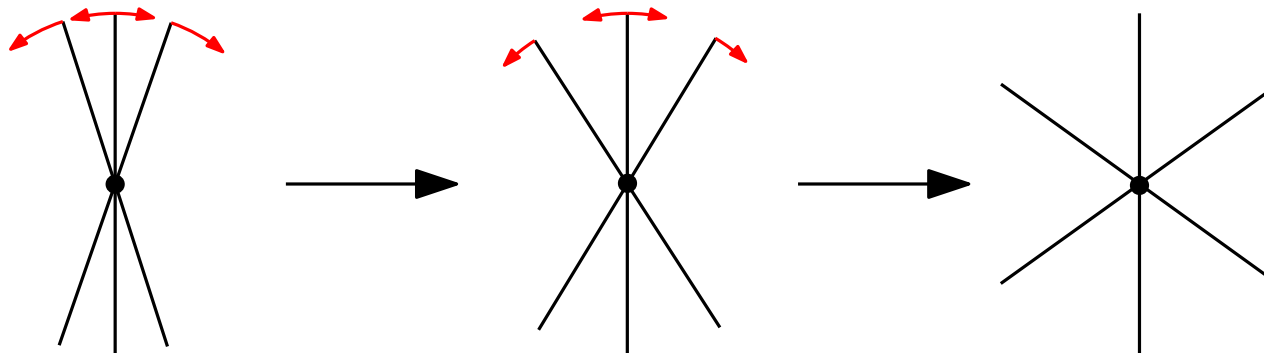
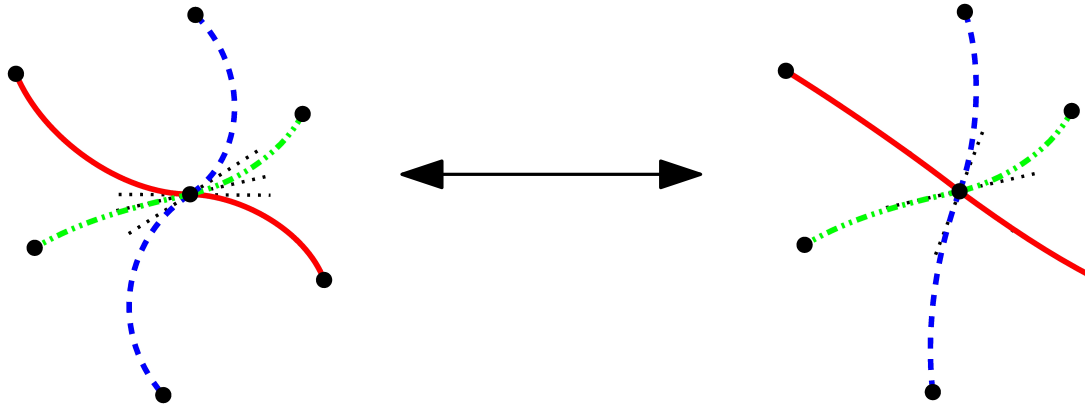
- Tangenten in einer Station stoßen sich gegenseitig ab
- kleinerer Winkel \Rightarrow größere Kraft



Kraft für bessere Winkelauflösung in Knoten

Ziel: übersichtliches Zeichnen von Stationen mit vielen Linien

- Tangenten in einer Station stoßen sich gegenseitig ab
- kleinerer Winkel \Rightarrow größere Kraft



Verhindern von Kantenüberschneidungen

Bézierkurven verlaufen innerhalb der konvexen Hülle von Kontroll- und Endpunkten.

Verhindern von Kantenüberschneidungen

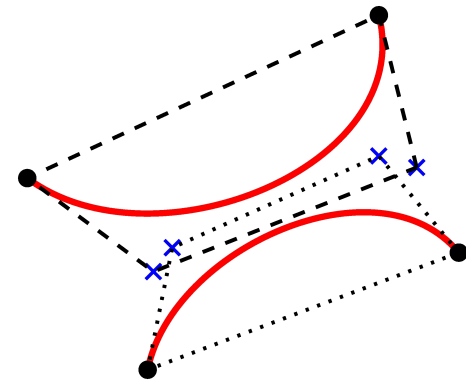
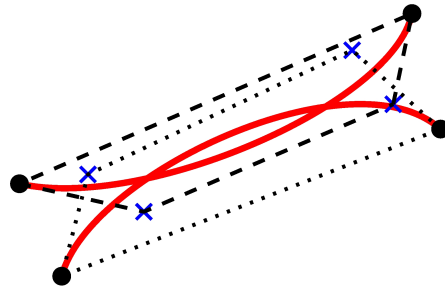
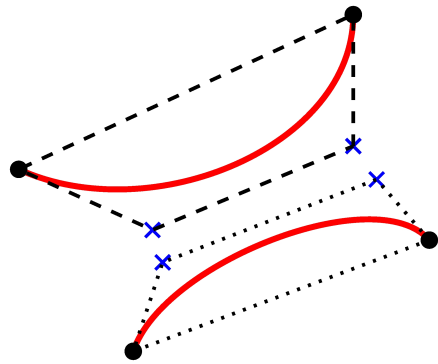
Bézierkurven verlaufen innerhalb der konvexen Hülle von Kontroll- und Endpunkten.

keine Überschneidung von konvexen Hüllen
⇒ keine Überschneidung von Bézierkurven

Verhindern von Kantenüberschneidungen

Bézierkurven verlaufen innerhalb der konvexen Hülle von Kontroll- und Endpunkten.

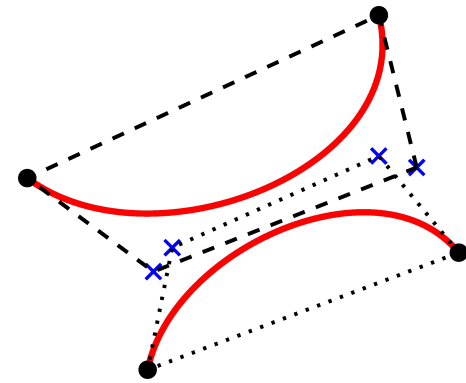
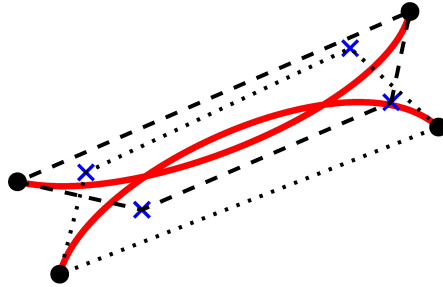
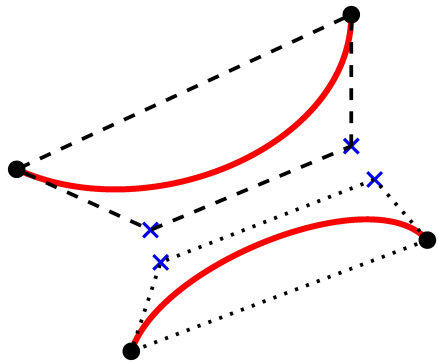
keine Überschneidung von konvexen Hüllen
⇒ keine Überschneidung von Bézierkurven



Verhindern von Kantenüberschneidungen

Bézierkurven verlaufen innerhalb der konvexen Hülle von Kontroll- und Endpunkten.

keine Überschneidung von konvexen Hüllen
⇒ keine Überschneidung von Bézierkurven



Im Algorithmus:

- Kräfte anwenden
- auf Überschneidungen testen
- Auswirkungen der Kräfte reduzieren, bis sich die Überschneidungen auflösen

Zusammenlegen von Bézierkurven

Ziel: gleichmäßige Krümmung längerer Linienabschnitte

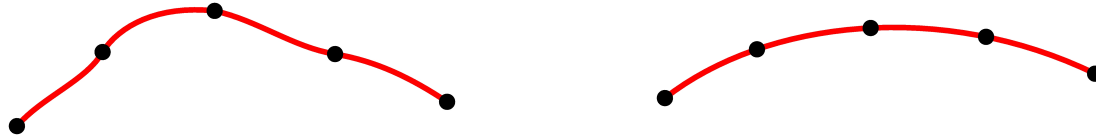
Zusammenlegen von Bézierkurven

Ziel: gleichmäßige Krümmung längerer Linienabschnitte



Zusammenlegen von Bézierkurven

Ziel: gleichmäßige Krümmung längerer Linienabschnitte



- Grad-2-Knoten werden aus dem Graphen entfernt

Zusammenlegen von Bézierkurven

Ziel: gleichmäßige Krümmung längerer Linienabschnitte



- Grad-2-Knoten werden aus dem Graphen entfernt
- Kanten werden kombiniert

Zusammenlegen von Bézierkurven

Ziel: gleichmäßige Krümmung längerer Linienabschnitte



- Grad-2-Knoten werden aus dem Graphen entfernt
- Kanten werden kombiniert
- Stationen werden auf den neuen Kanten gespeichert

Laufzeiten

Maschine: 3 GHz Dual-Core, 4 GB Ram, Win 7

	Eingabe		Nach dem Zusammenlegen der Kanten		Facetten
	Knoten	Kanten	Knoten	Kanten	
Montreal	69	70	10	11	3
Sydney	205	214	35	44	11
London	402	455	100	153	55

	Laufzeit ohne Test auf Kantenüberschneidungen	Laufzeit mit Test auf Kantenüberschneidungen
Montreal	2 Sek.	7 Sek.
Sydney	9 Sek.	2 Min. 24 Sek.
London	1 Min. 14 Sek.	27 Min. 40 Sek.

Laufzeiten

Maschine: 3 GHz Dual-Core, 4 GB Ram, Win 7

	Eingabe		Nach dem Zusammenlegen der Kanten		Facetten
	Knoten	Kanten	Knoten	Kanten	
Montreal	69	70	10	11	3
Sydney	205	214	35	44	11
London	402	455	100	153	55

	Laufzeit ohne Test auf Kantenüberschneidungen	Laufzeit mit Test auf Kantenüberschneidungen
Montreal	2 Sek.	7 Sek.
Sydney	9 Sek.	2 Min. 24 Sek.
London	1 Min. 14 Sek.	27 Min. 40 Sek.

	Berechnen der Kräfte	Verhindern von Kantenüberschneidungen
Laufzeit	$O(V ^2)$	$O(E ^2)$

Laufzeiten

Maschine: 3 GHz Dual-Core, 4 GB Ram, Win 7

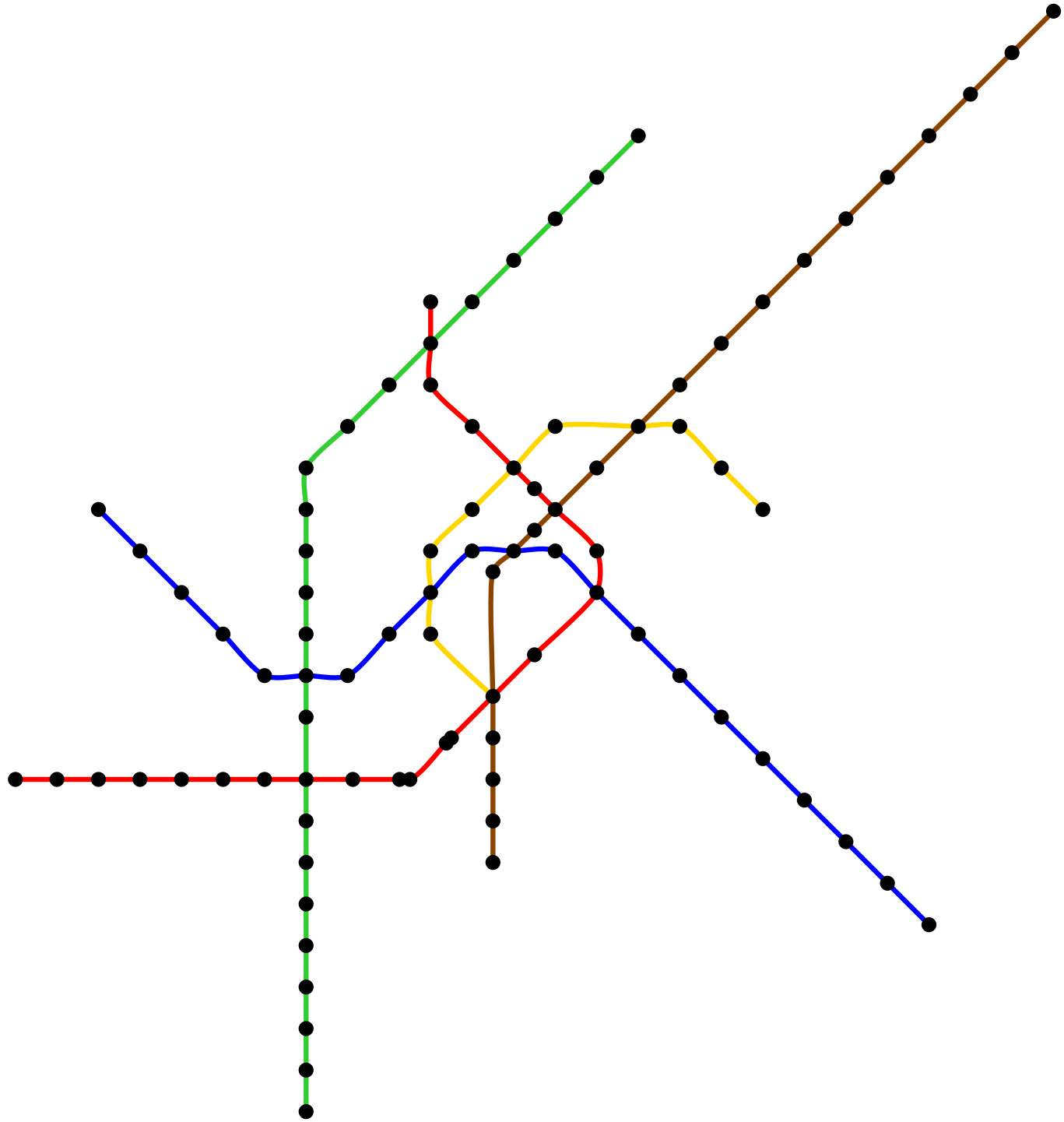
	Eingabe		Nach dem Zusammenlegen der Kanten		Facetten
	Knoten	Kanten	Knoten	Kanten	
Montreal	69	70	10	11	3
Sydney	205	214	35	44	11
London	402	455	100	153	55

	Laufzeit ohne Test auf Kantenüberschneidungen	Laufzeit mit Test auf Kantenüberschneidungen
Montreal	2 Sek.	7 Sek.
Sydney	9 Sek.	2 Min. 24 Sek.
London	1 Min. 14 Sek.	27 Min. 40 Sek.

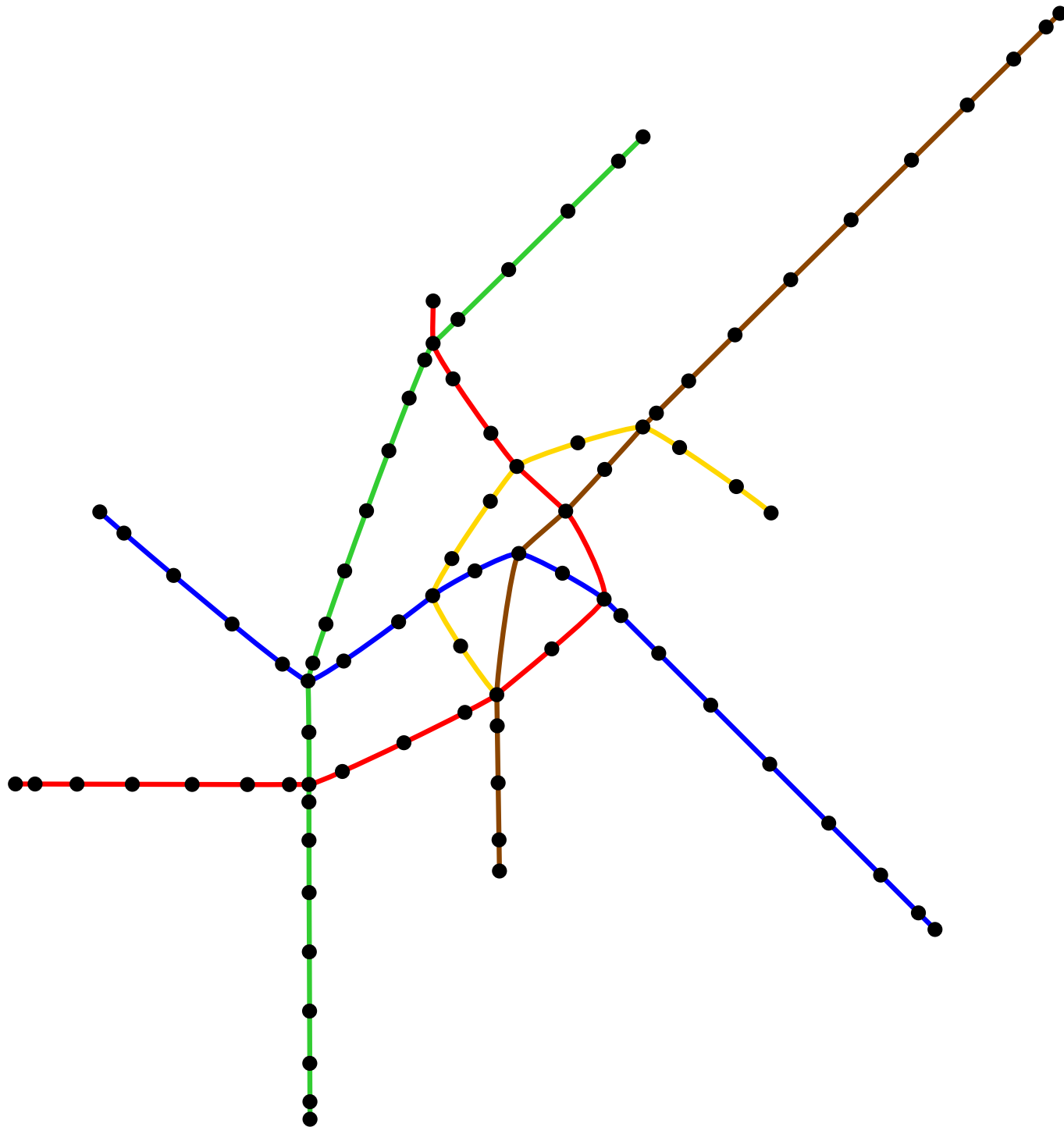
	Berechnen der Kräfte	Verhindern von Kantenüberschneidungen
Laufzeit	$O(V ^2)$	$O(E ^2)$

$$\Rightarrow O(|V|^2) + O(|E|^2)$$

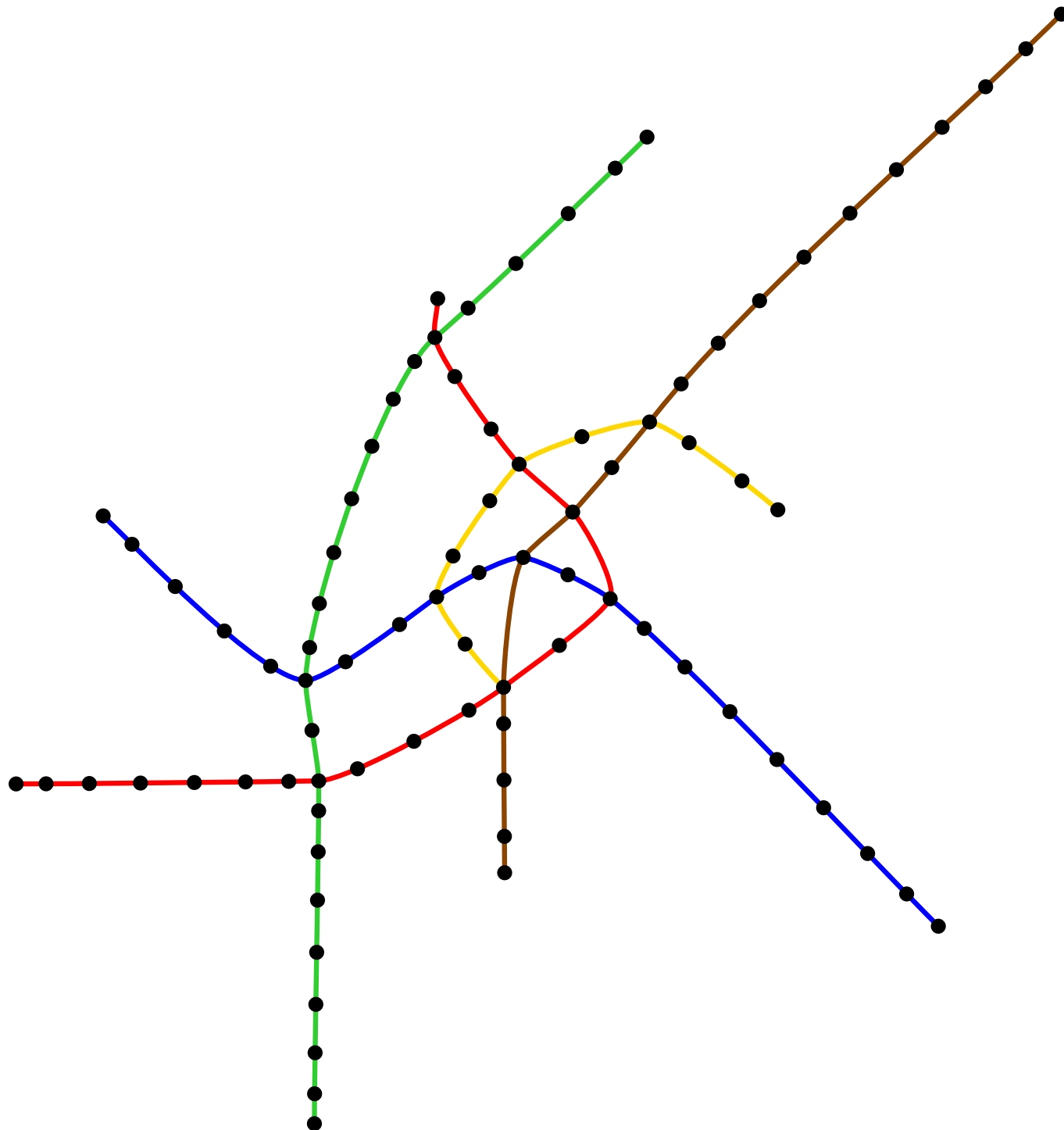
Wien



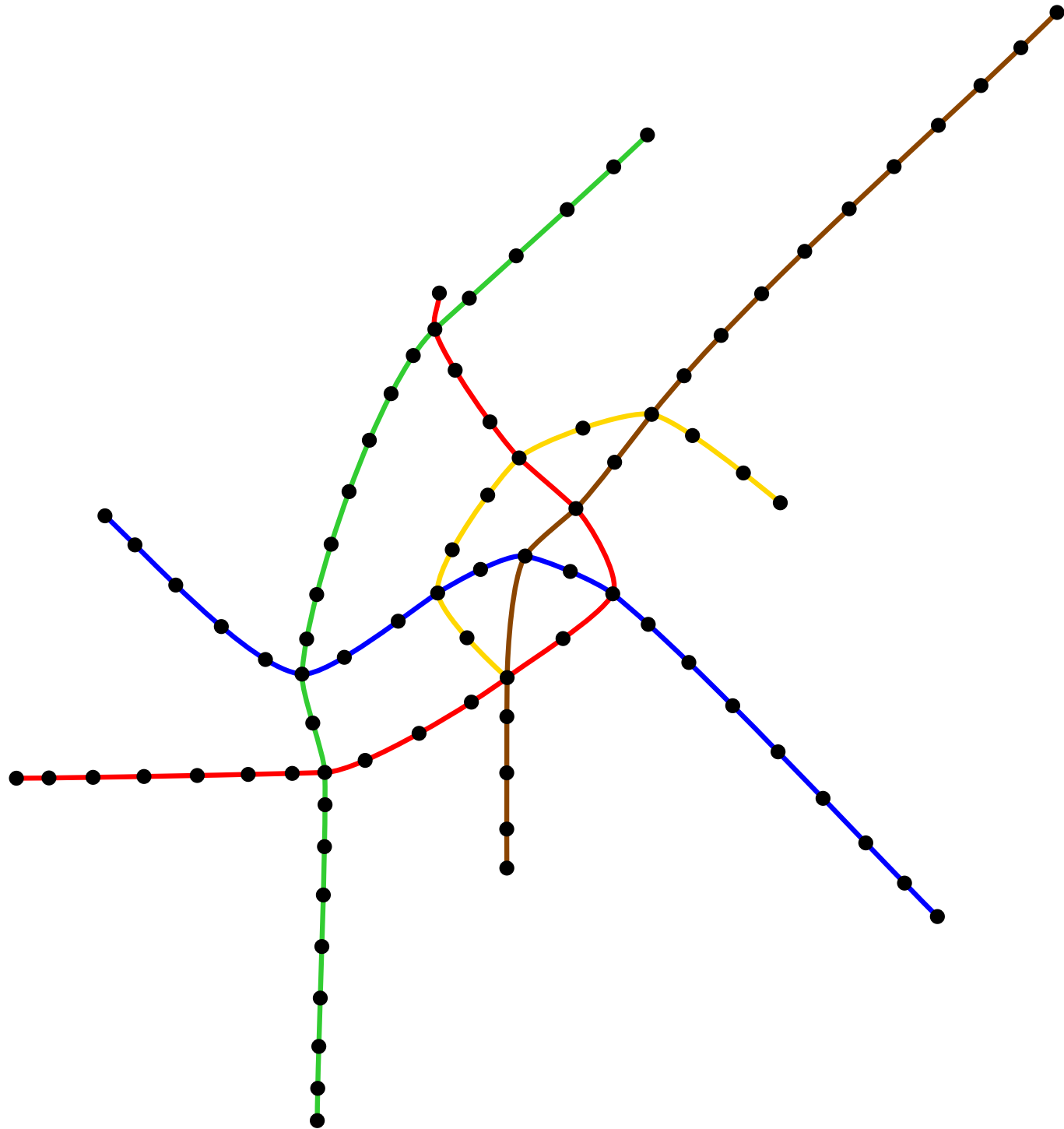
Wien



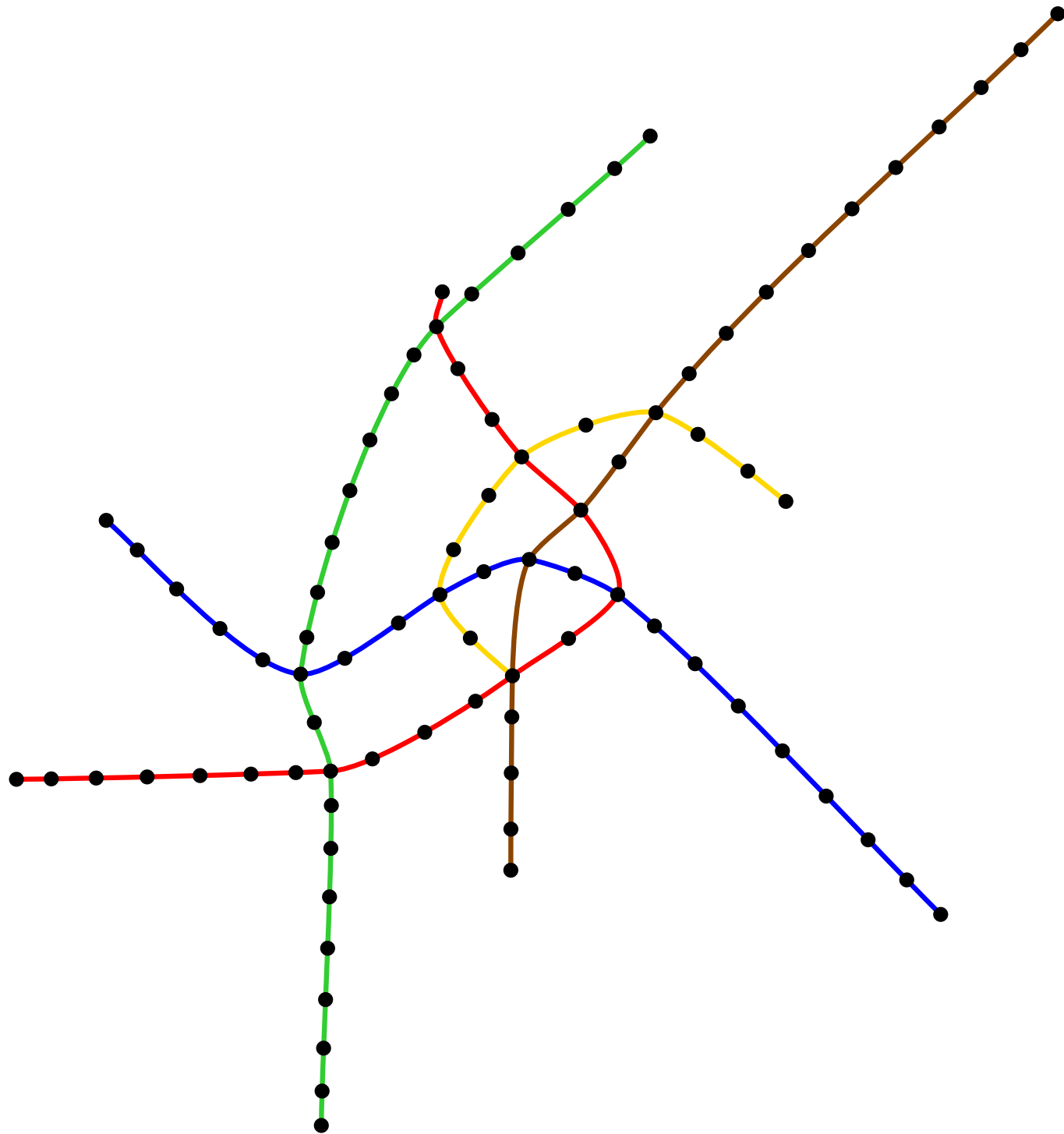
Wien



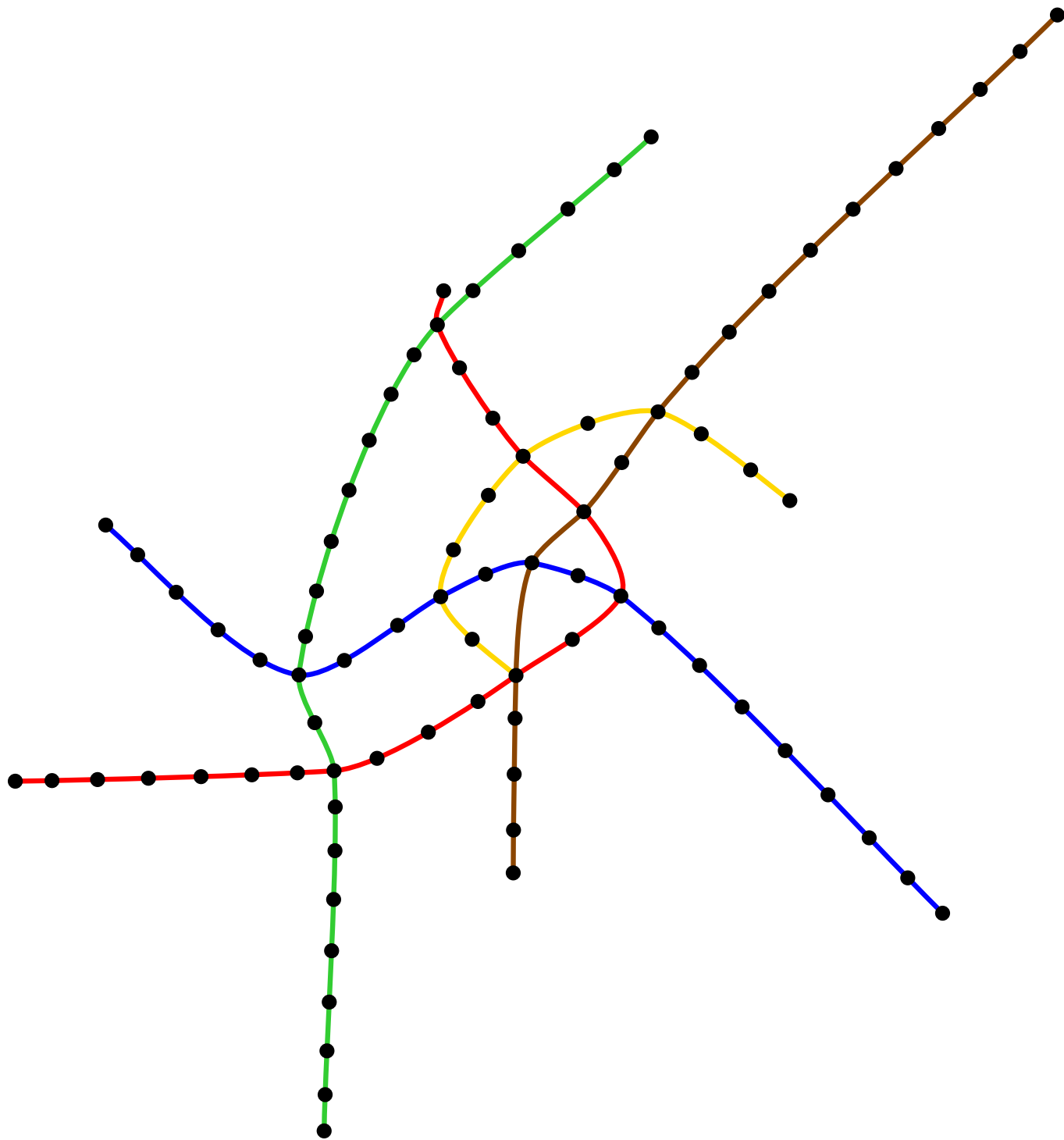
Wien



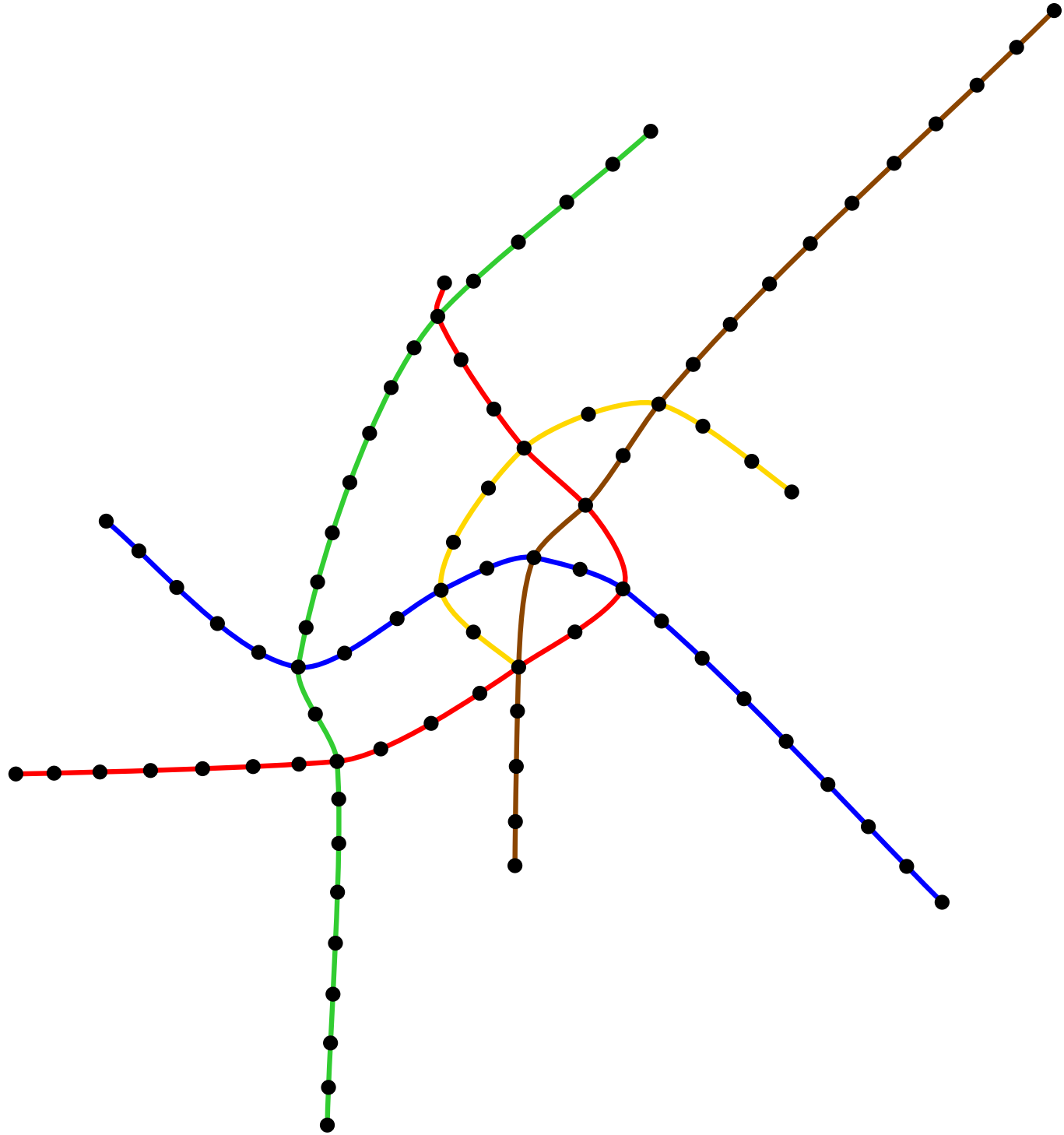
Wien



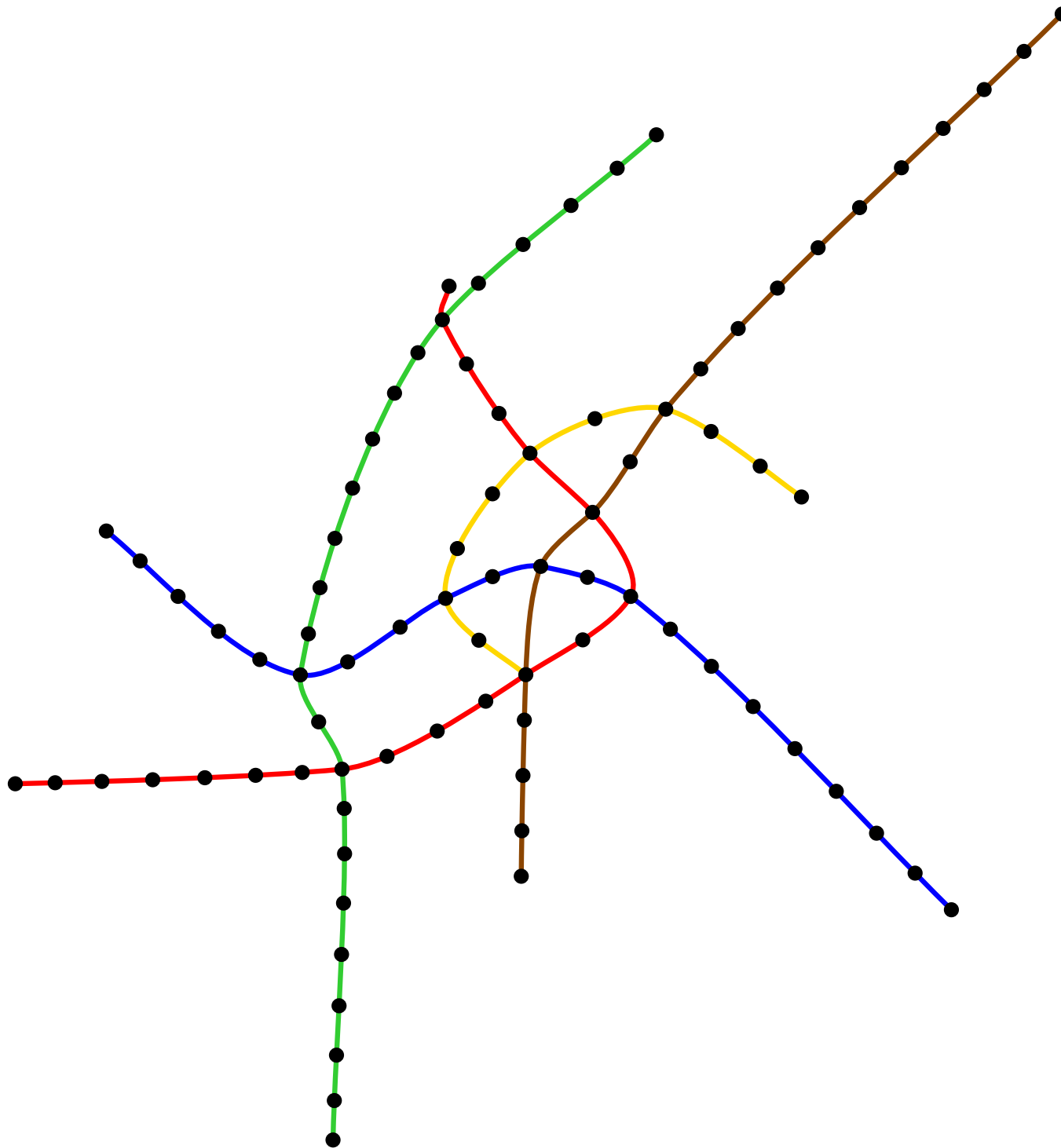
Wien



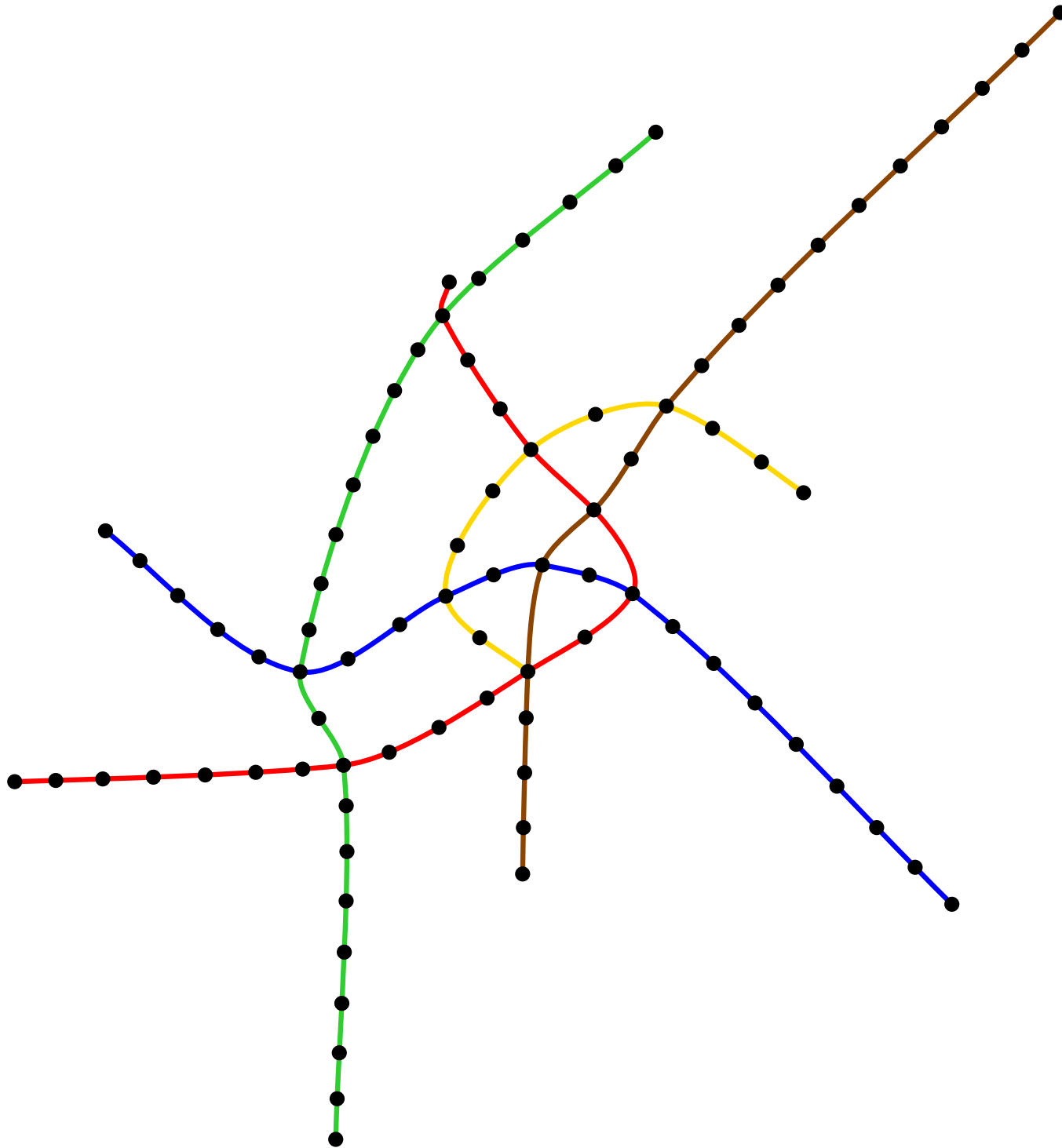
Wien



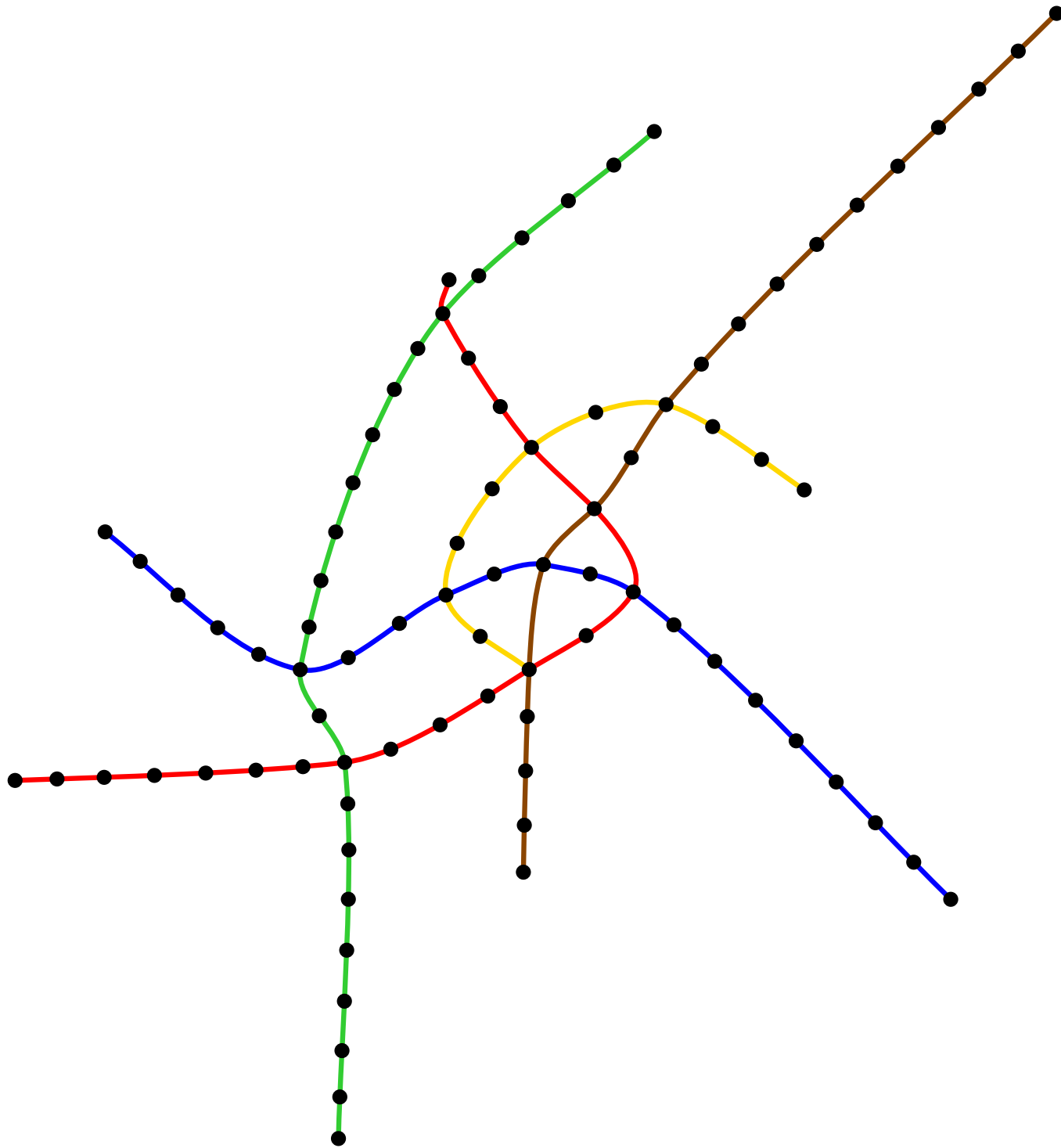
Wien



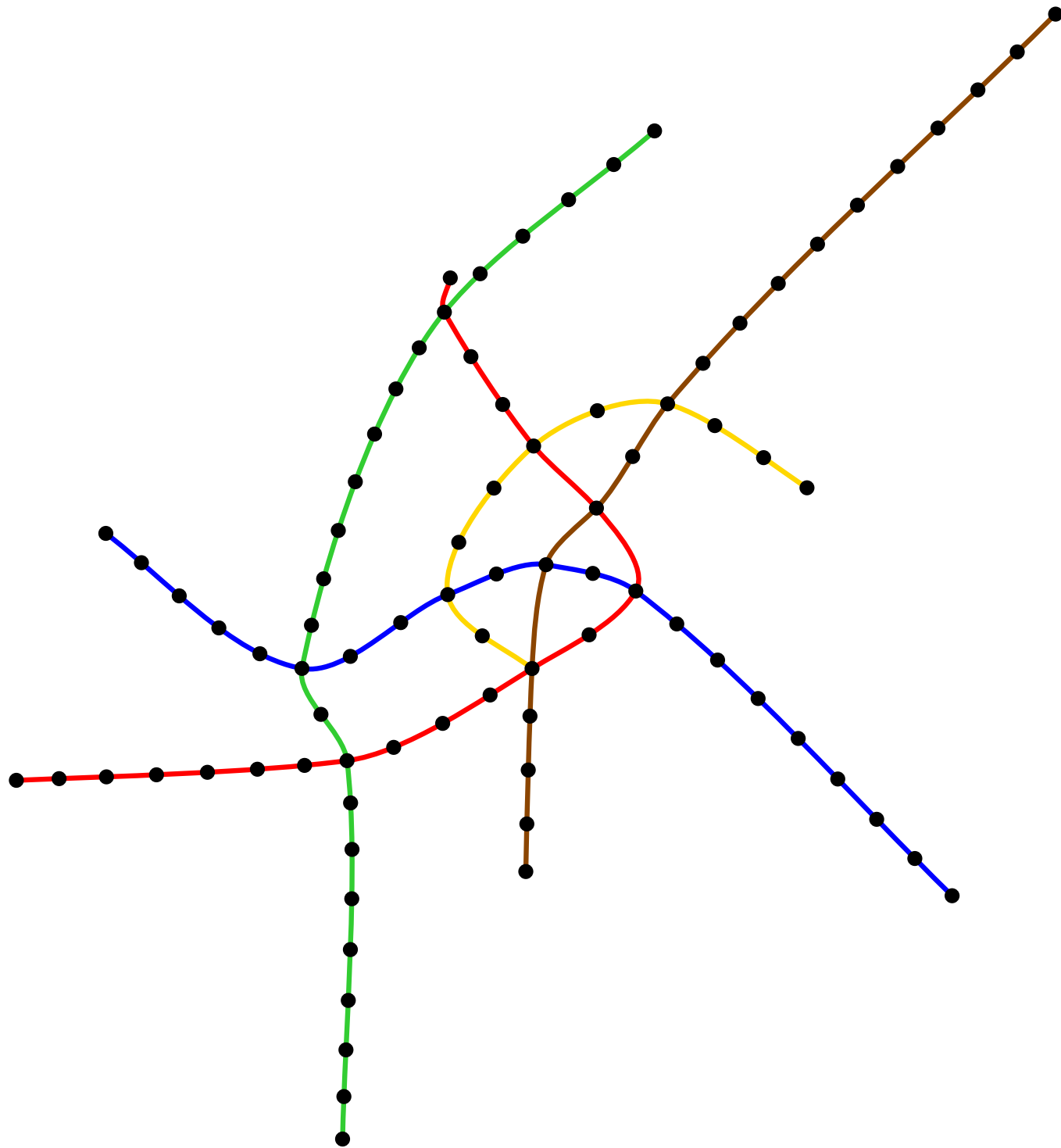
Wien



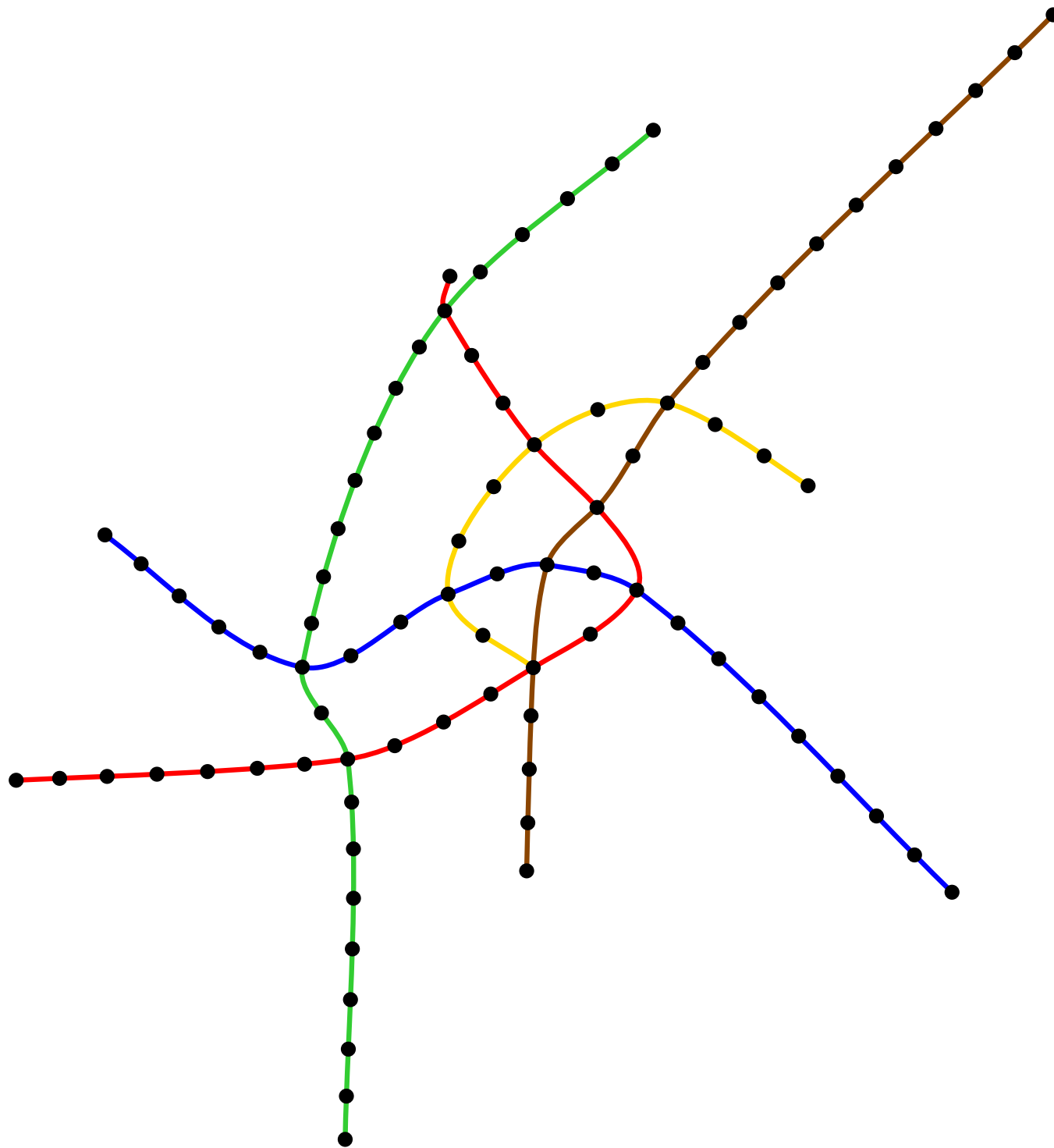
Wien



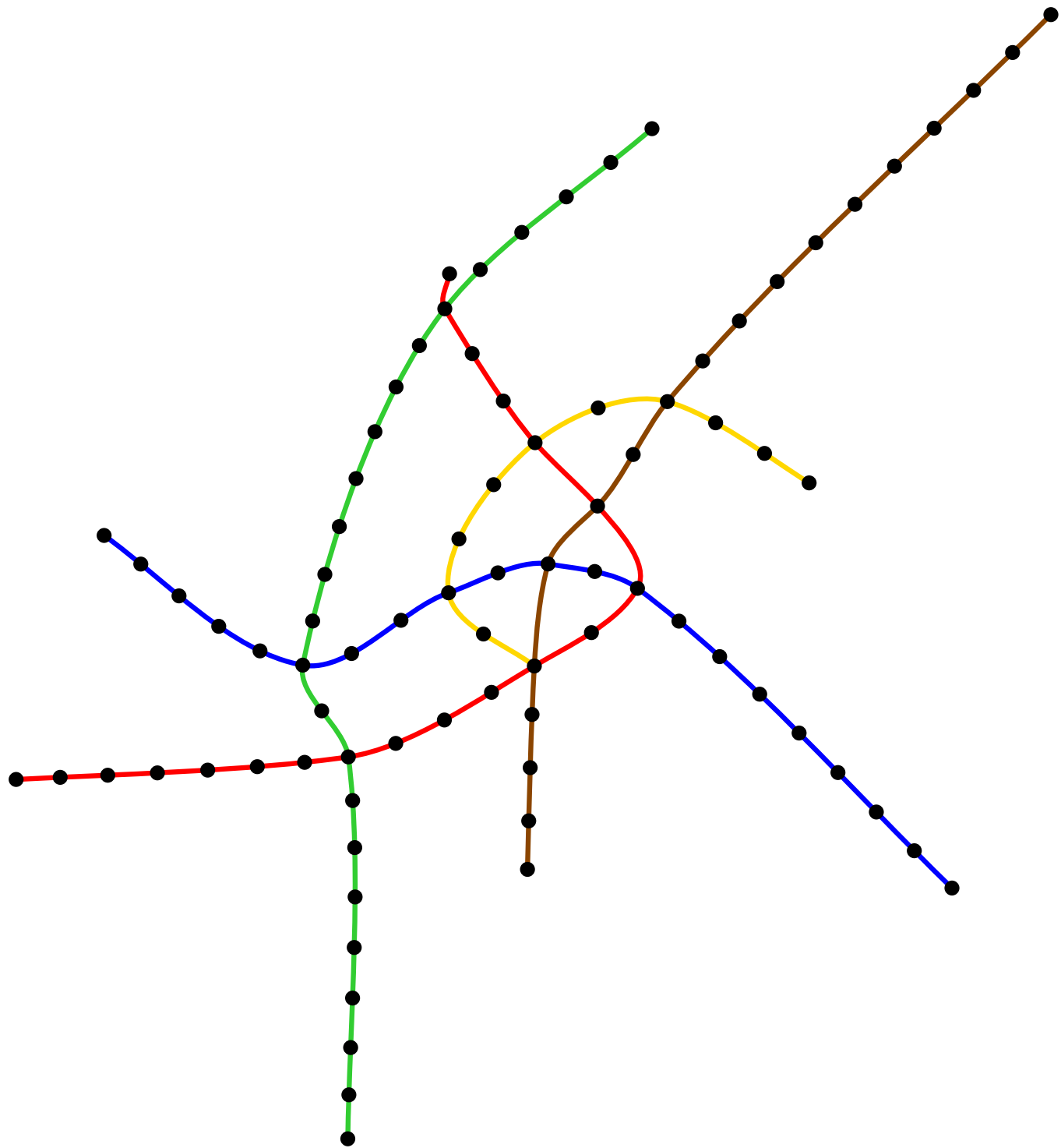
Wien



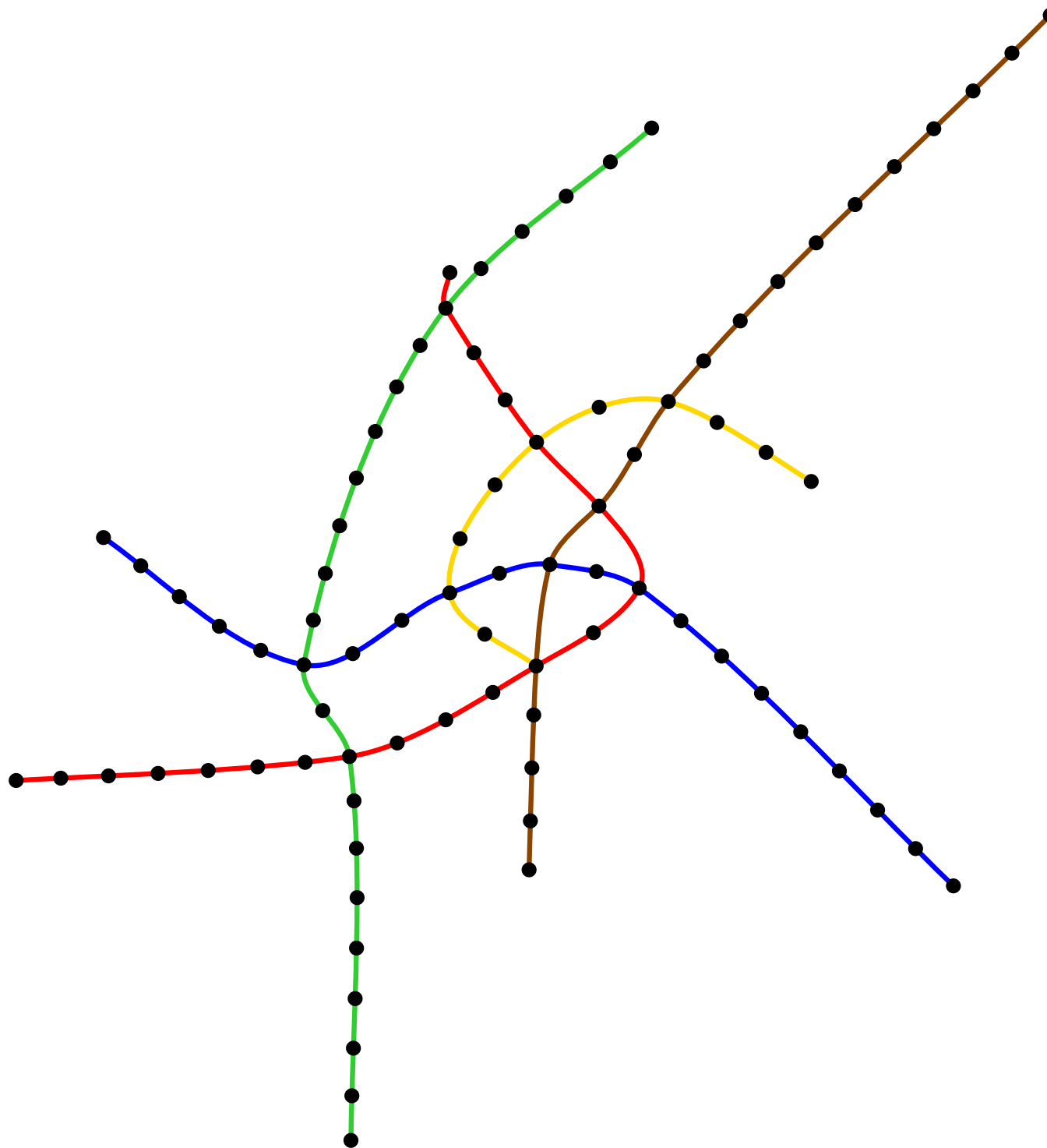
Wien



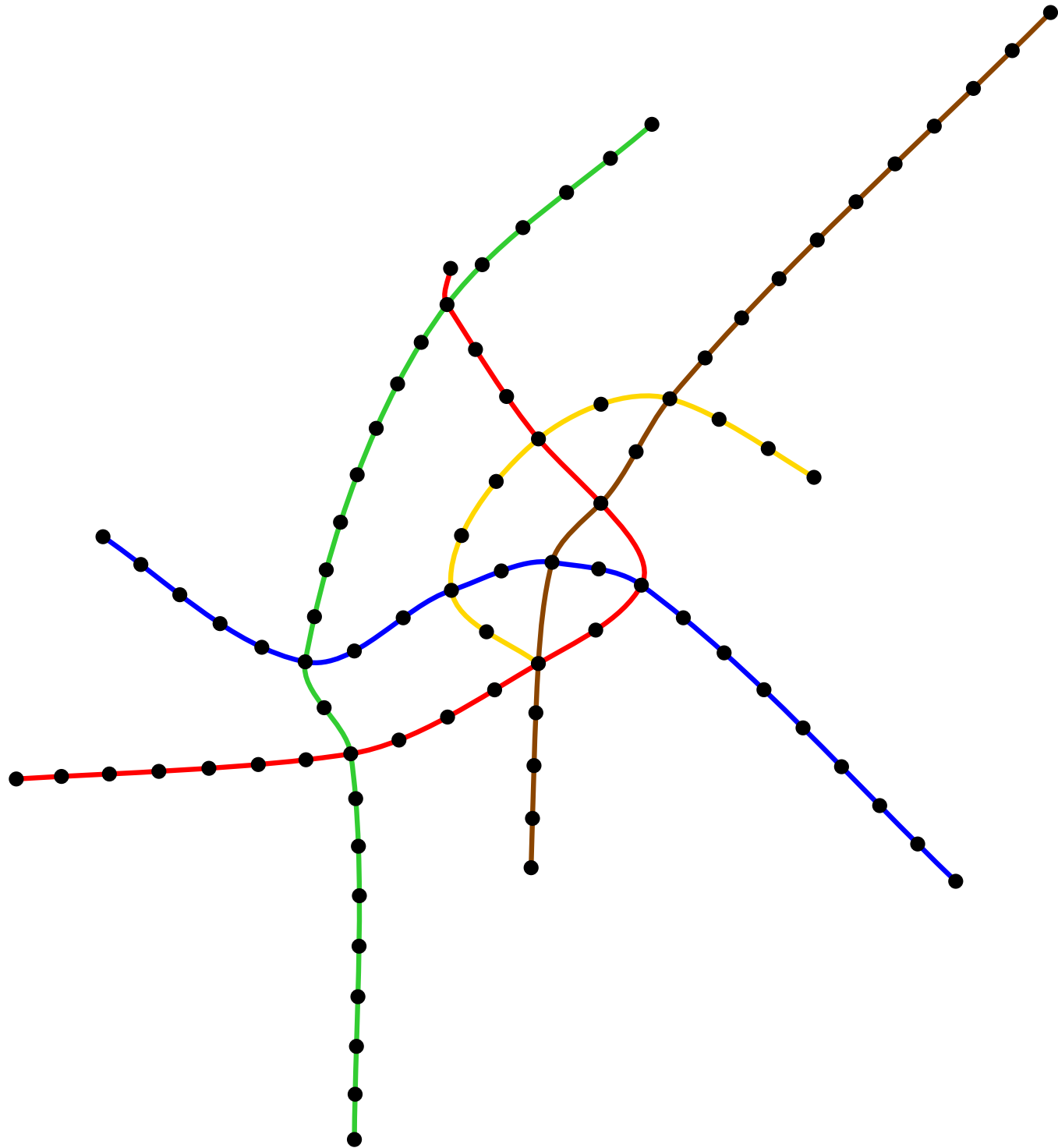
Wien



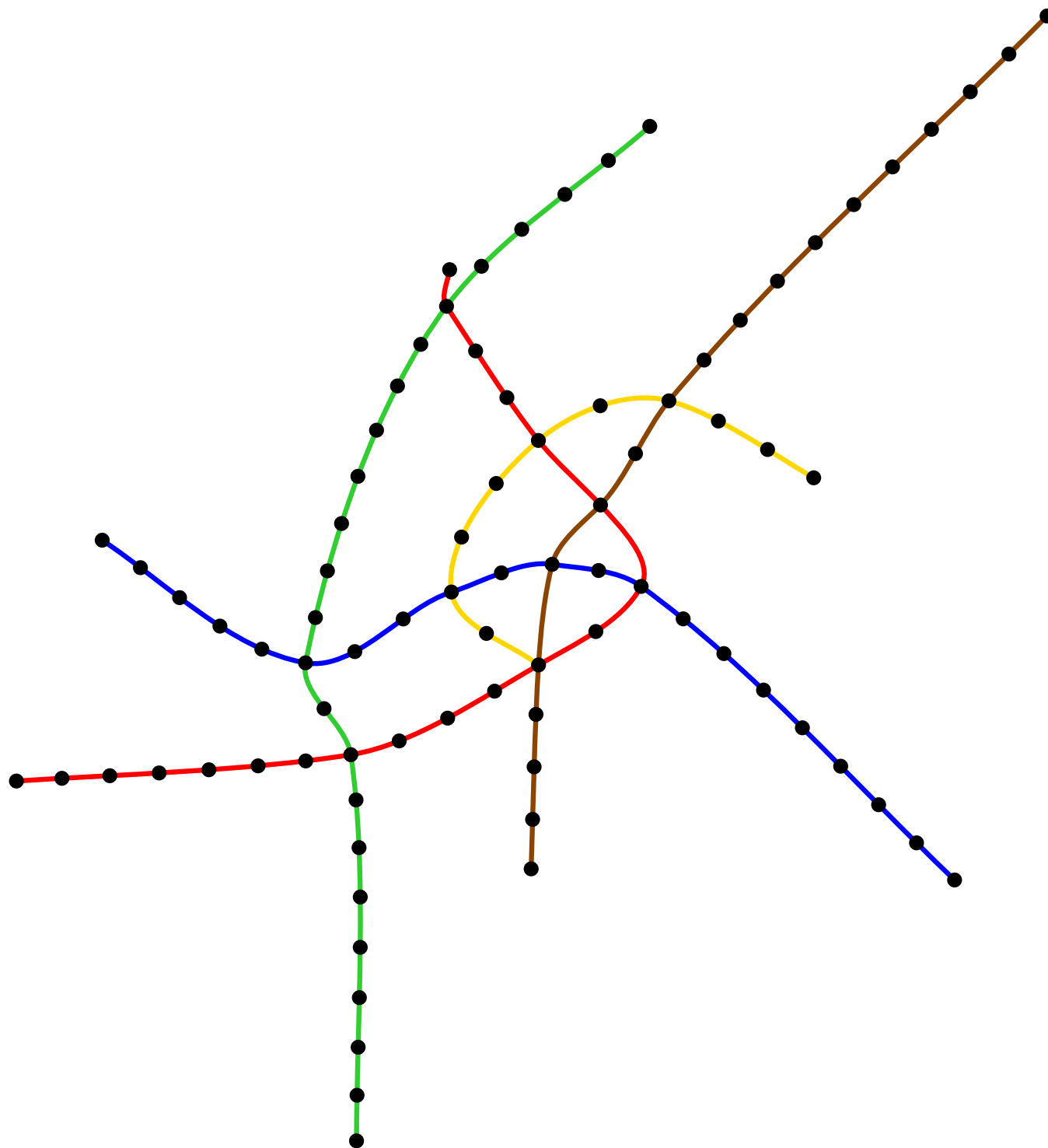
Wien



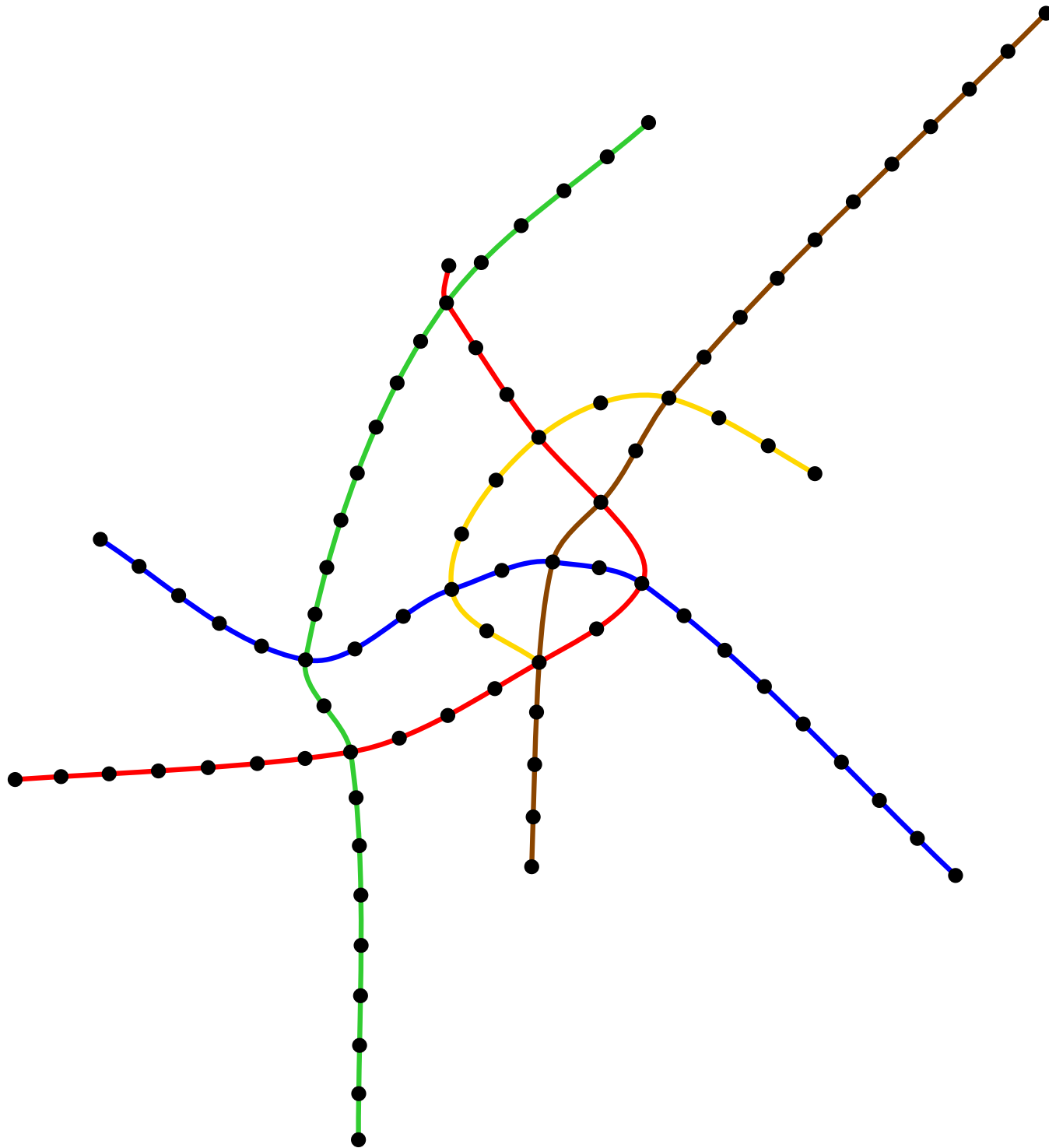
Wien



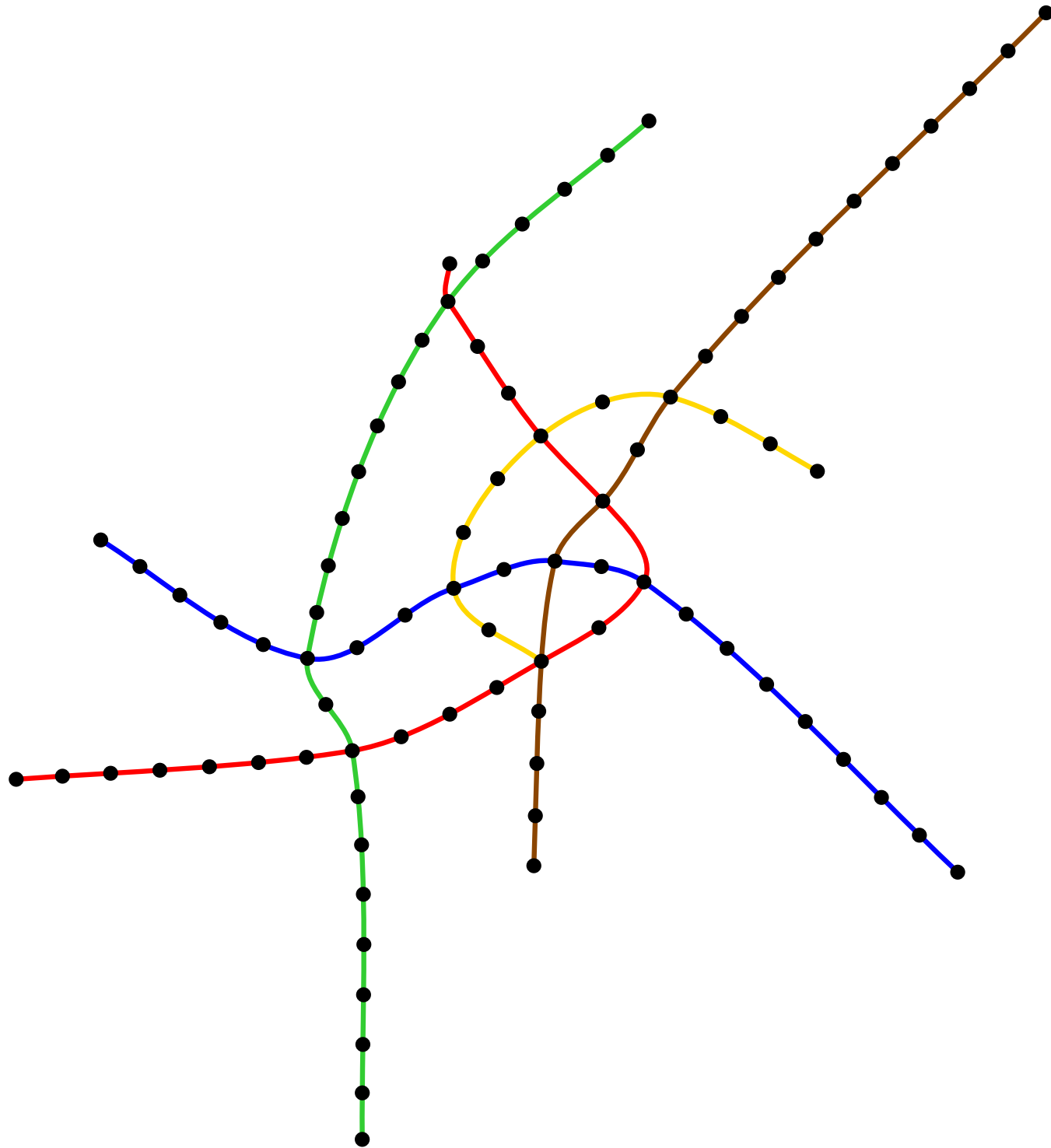
Wien



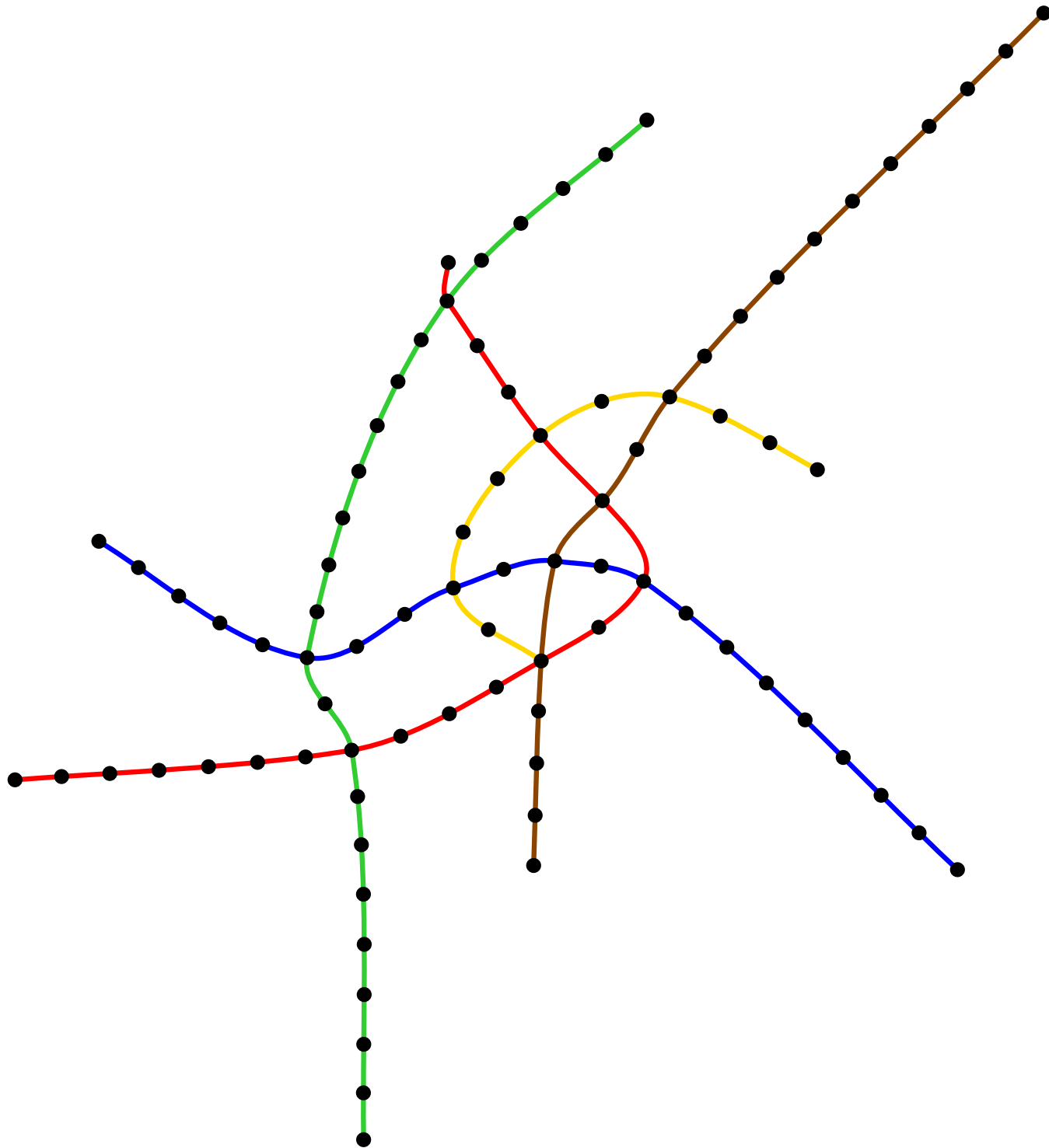
Wien



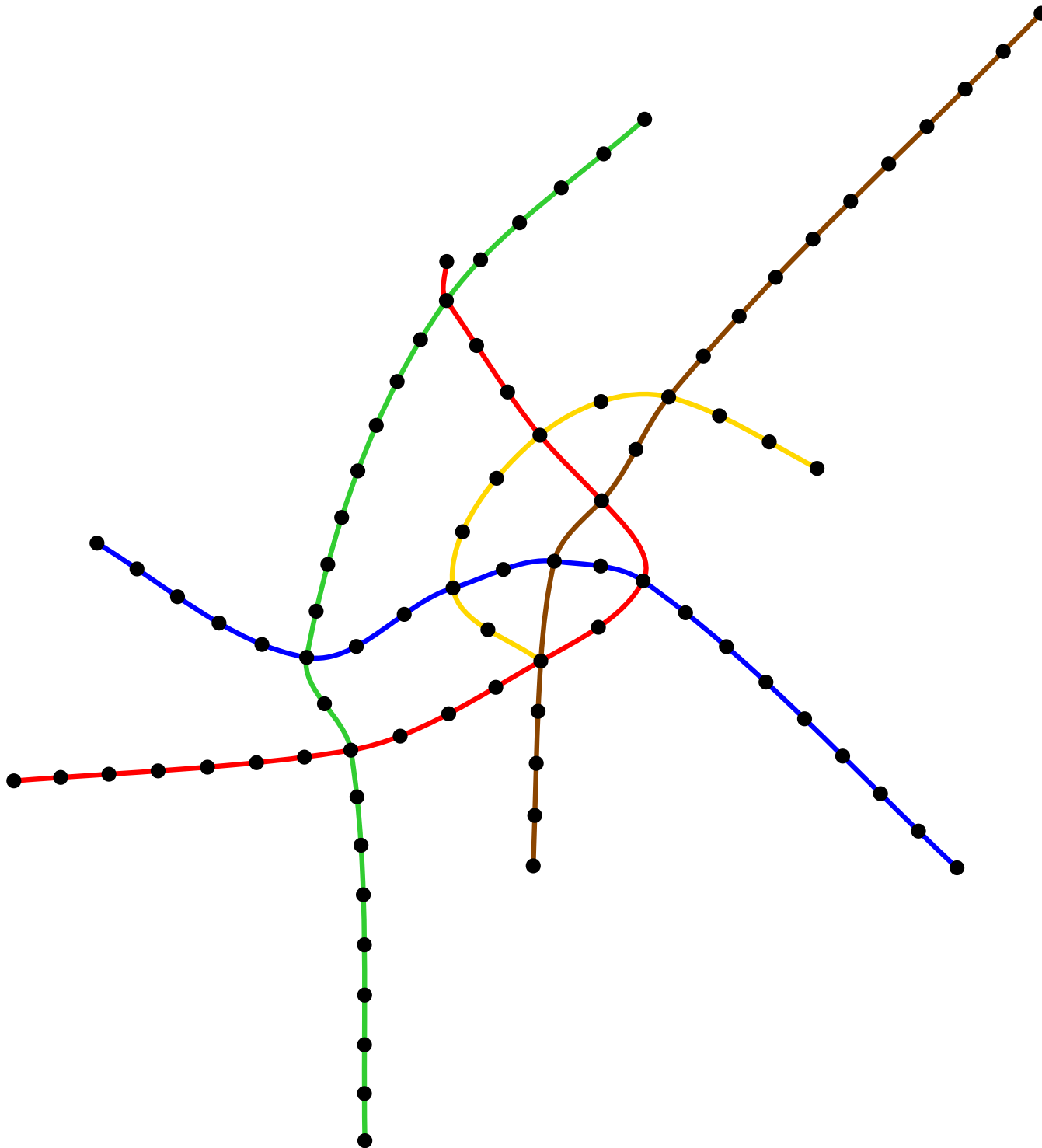
Wien



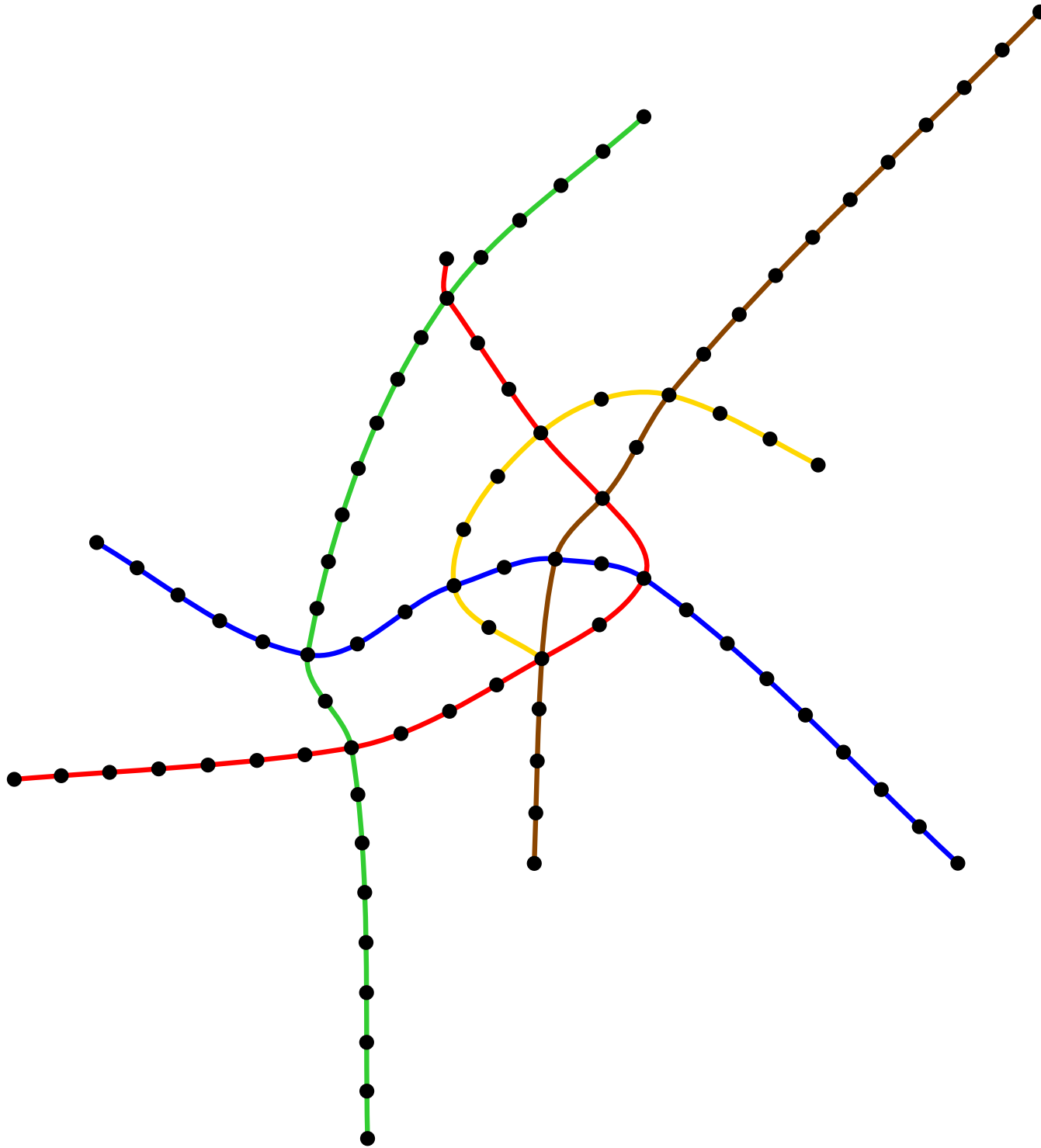
Wien



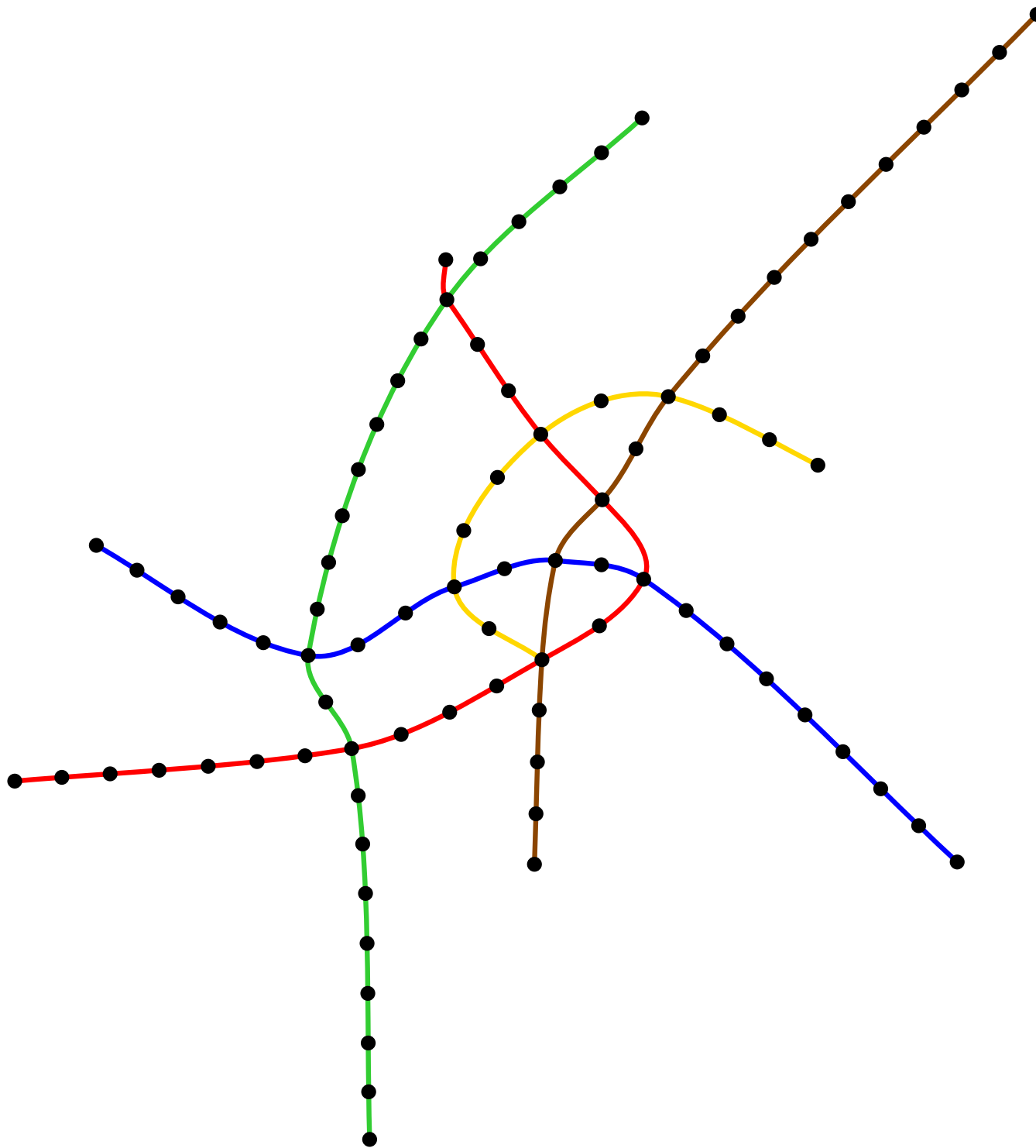
Wien



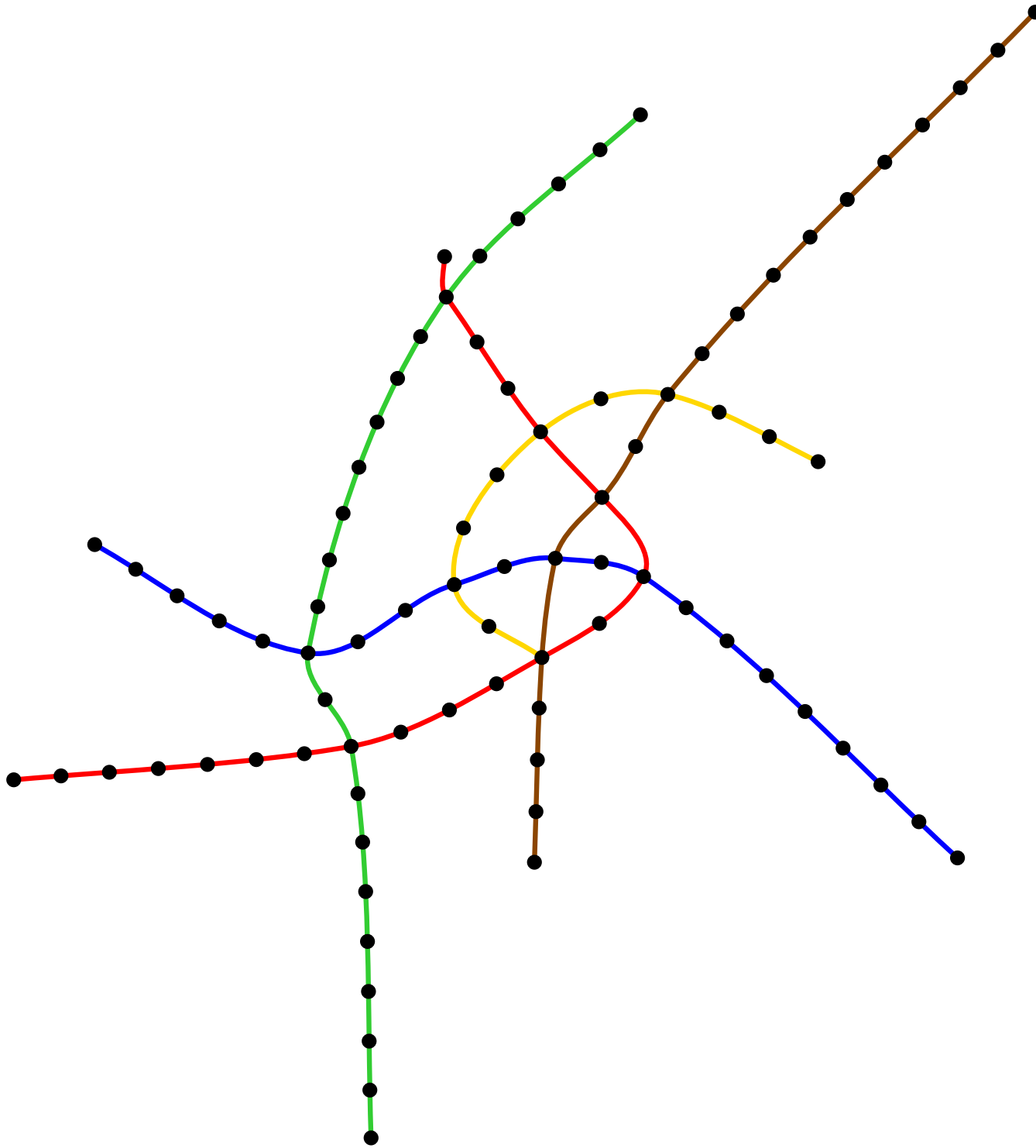
Wien



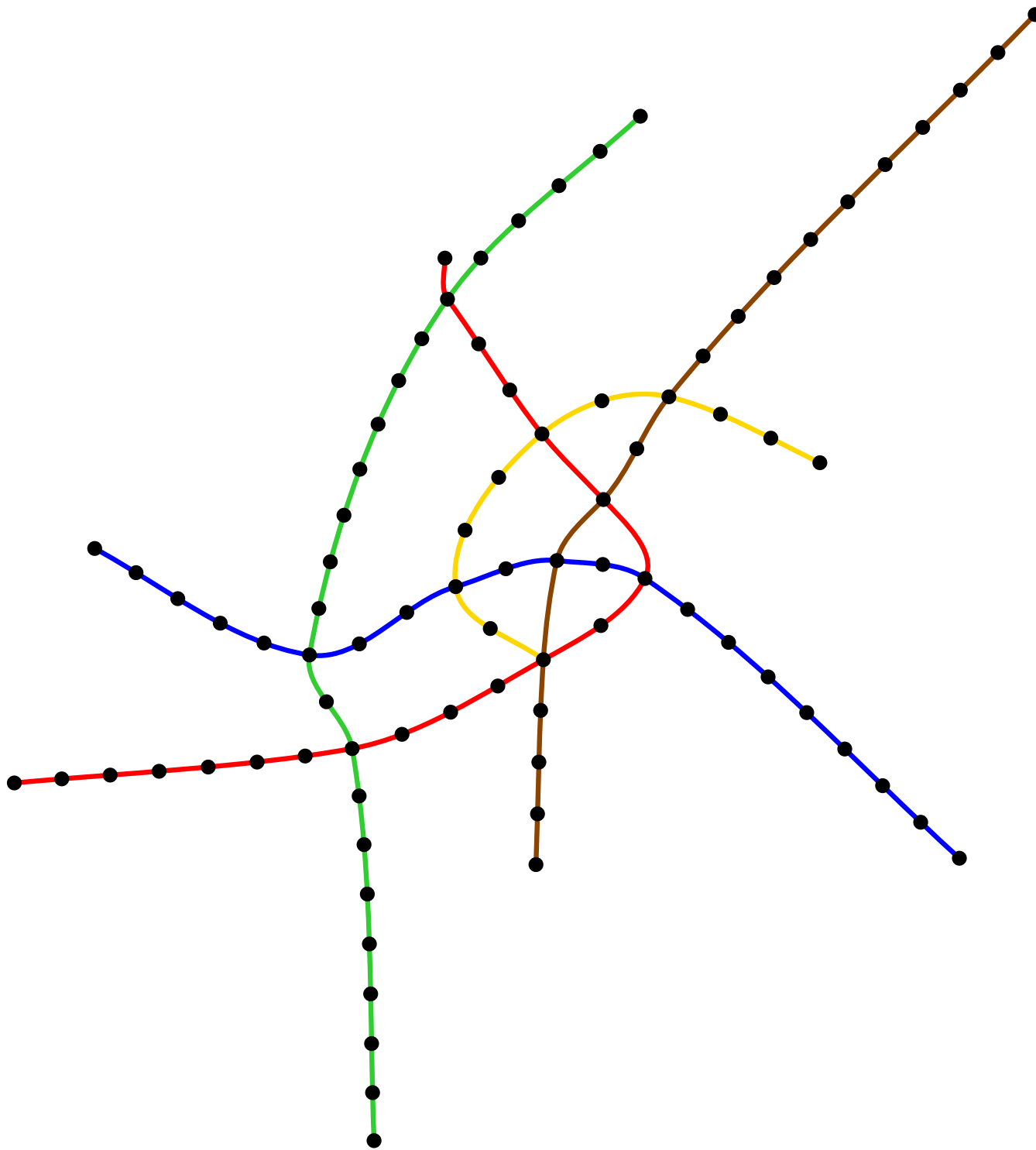
Wien



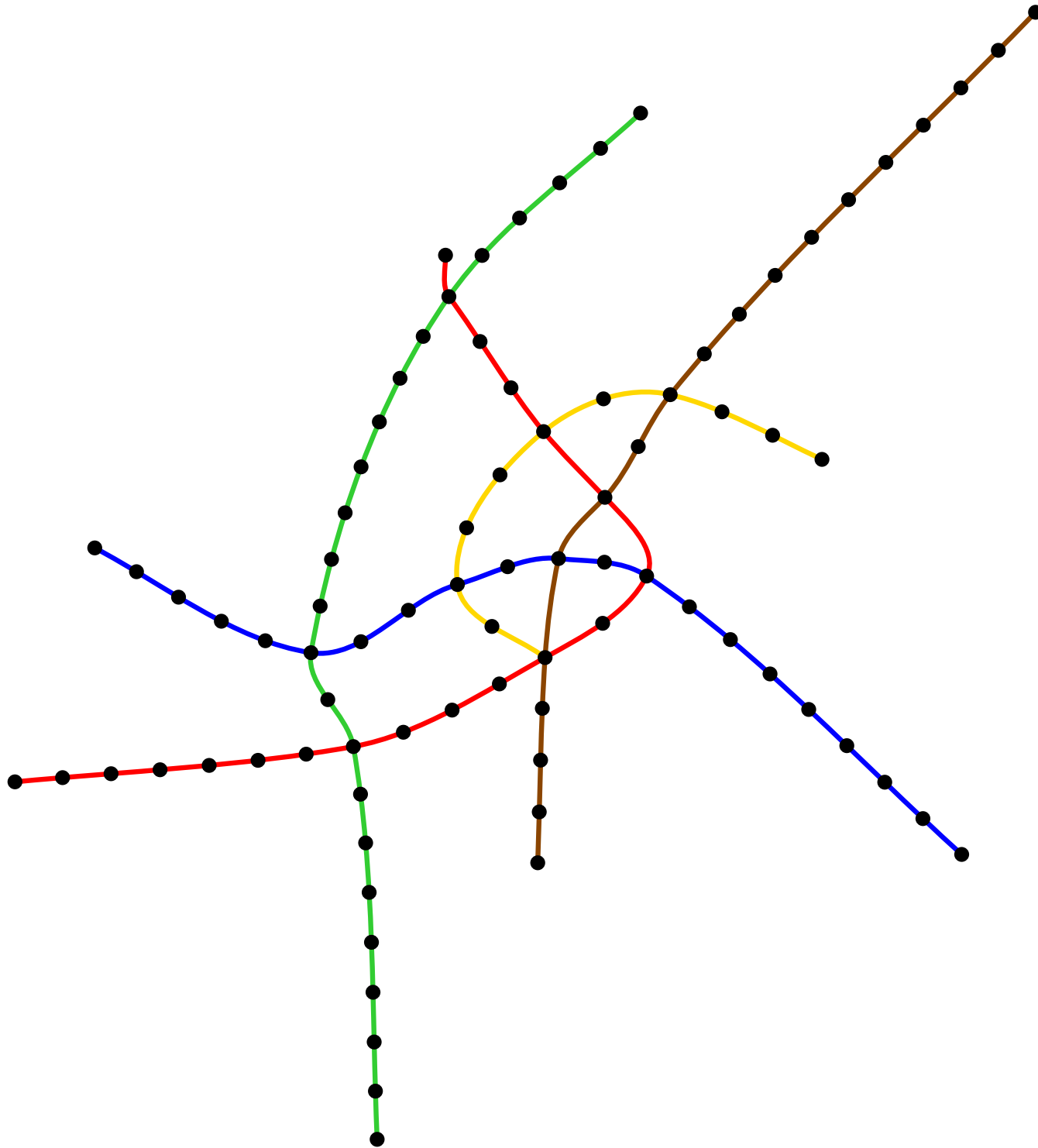
Wien



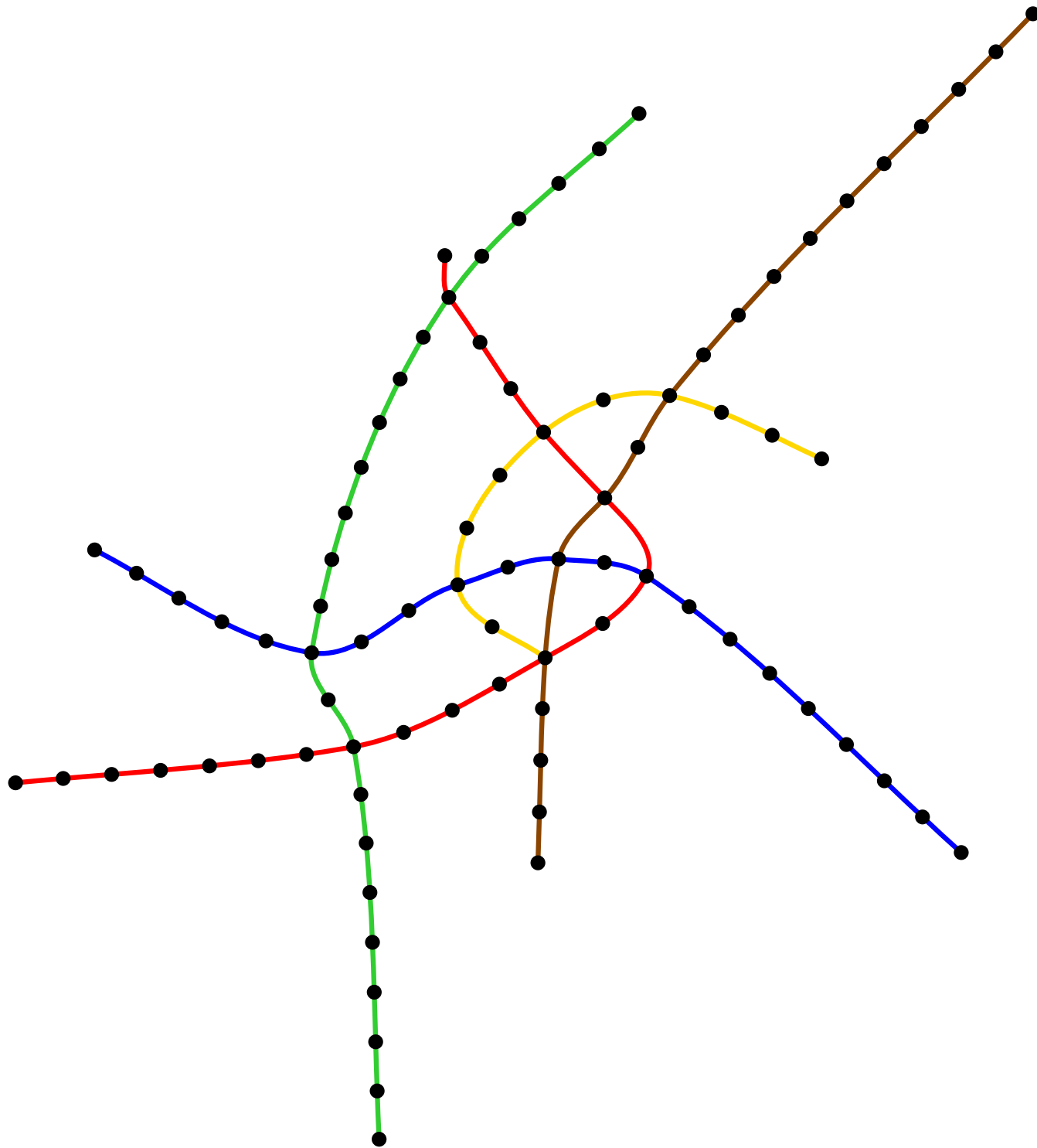
Wien



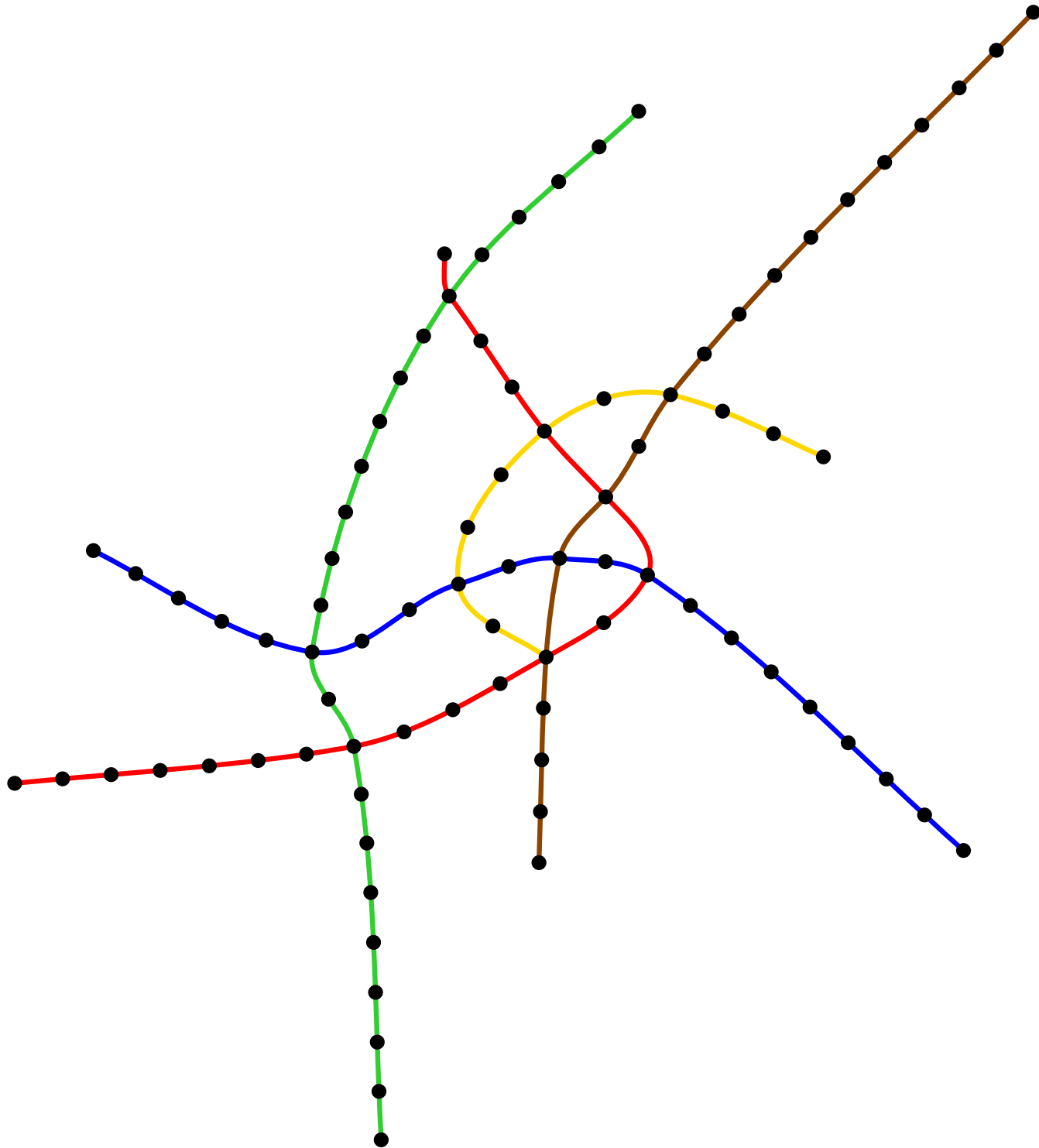
Wien



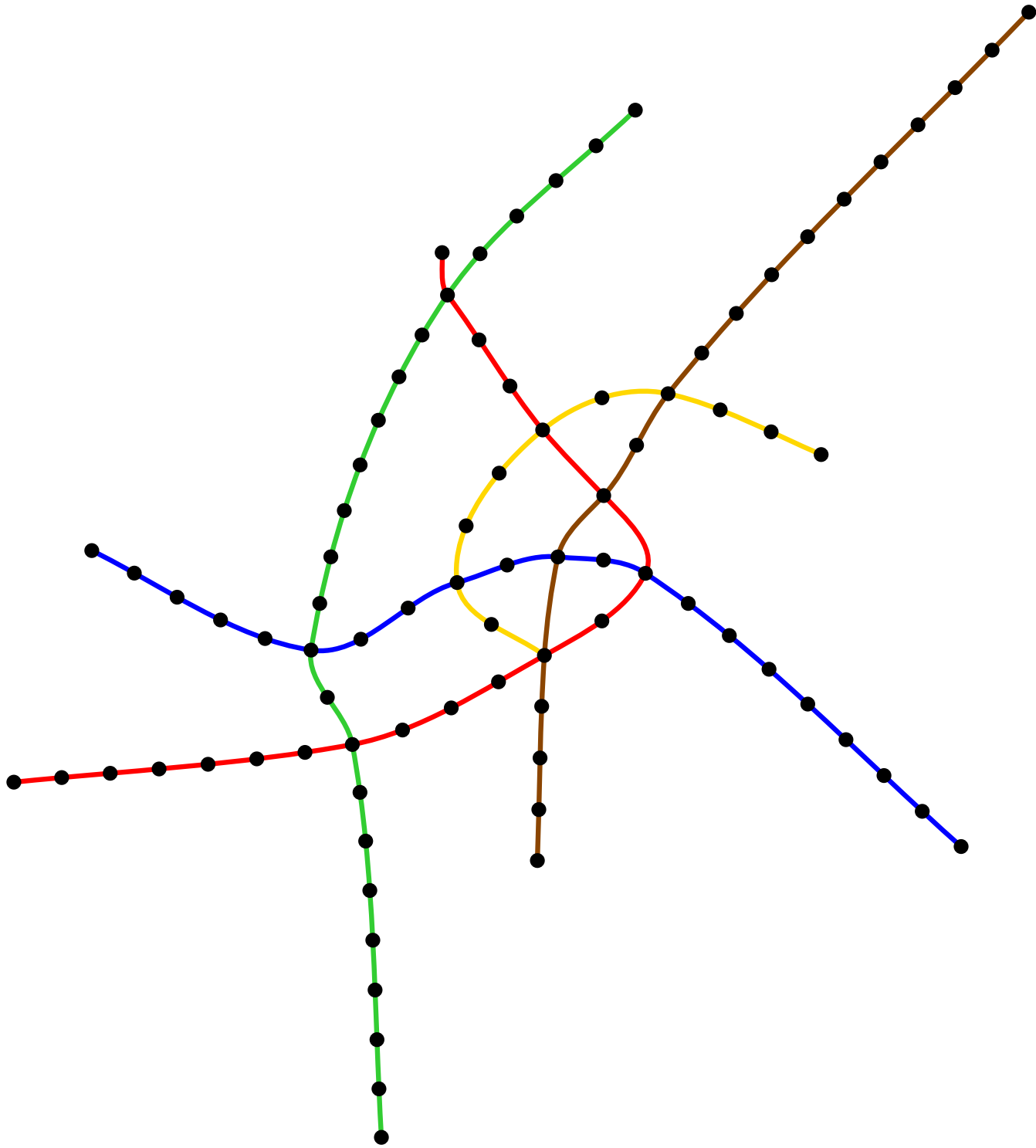
Wien



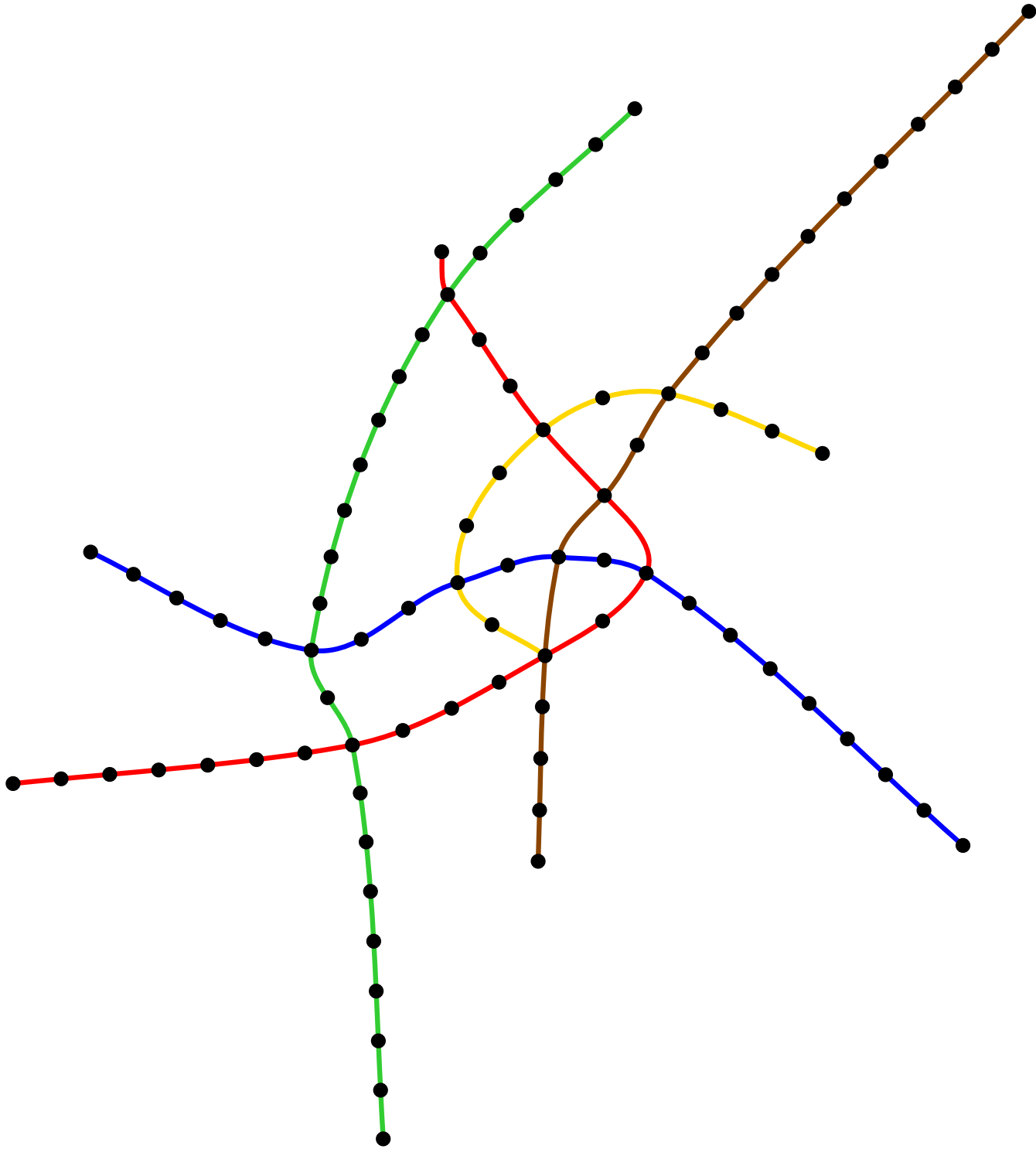
Wien



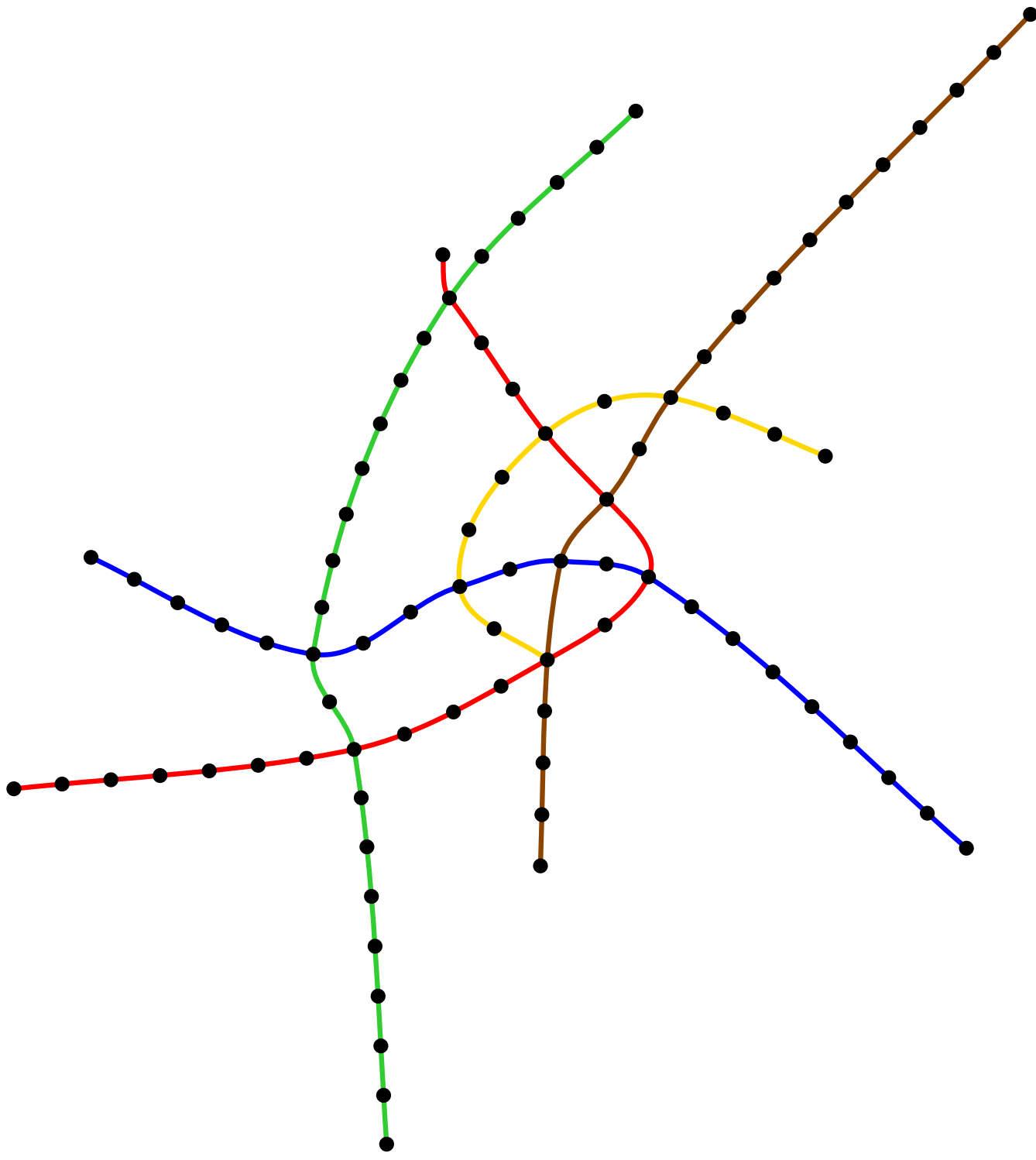
Wien



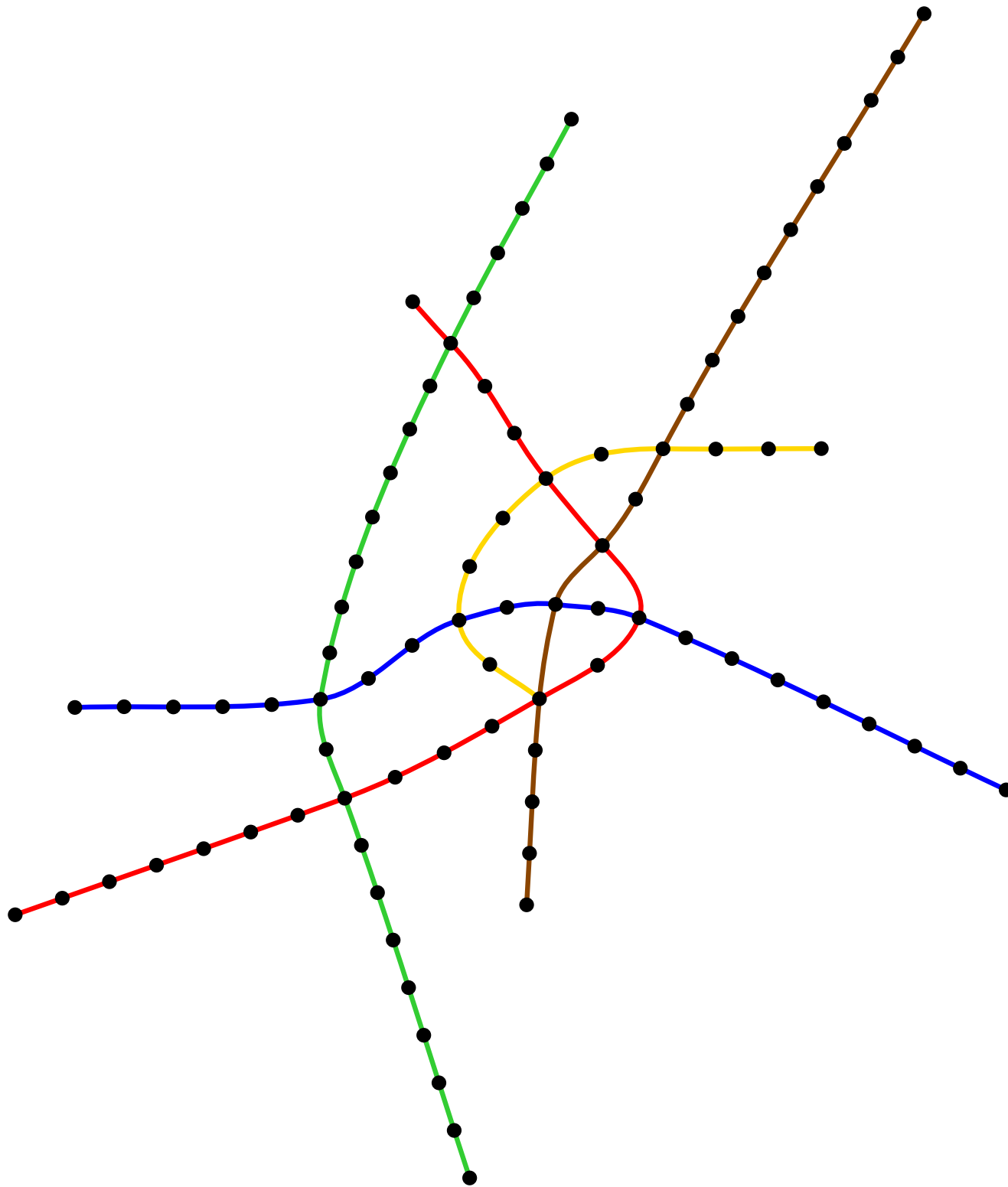
Wien



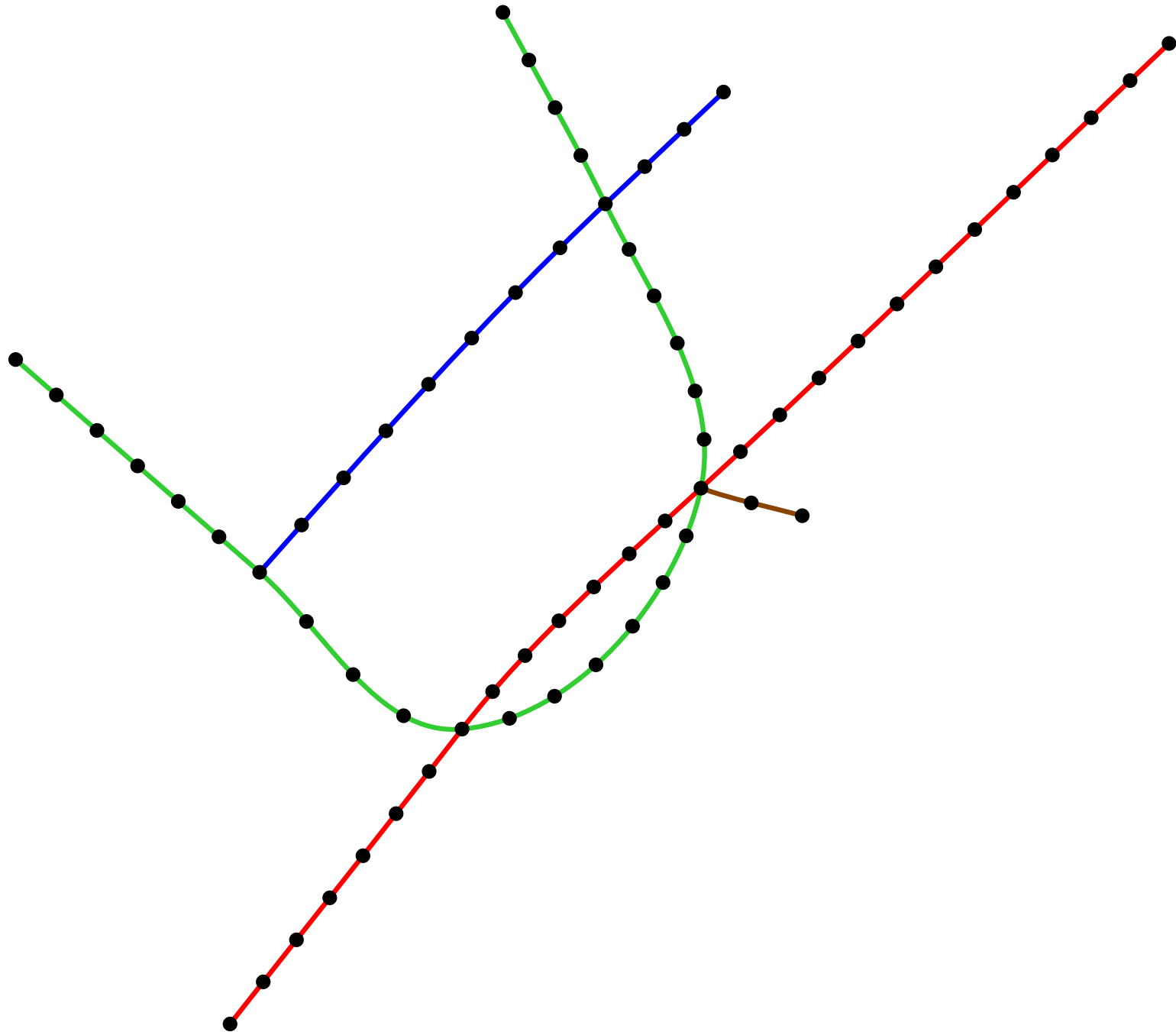
Wien



Wien



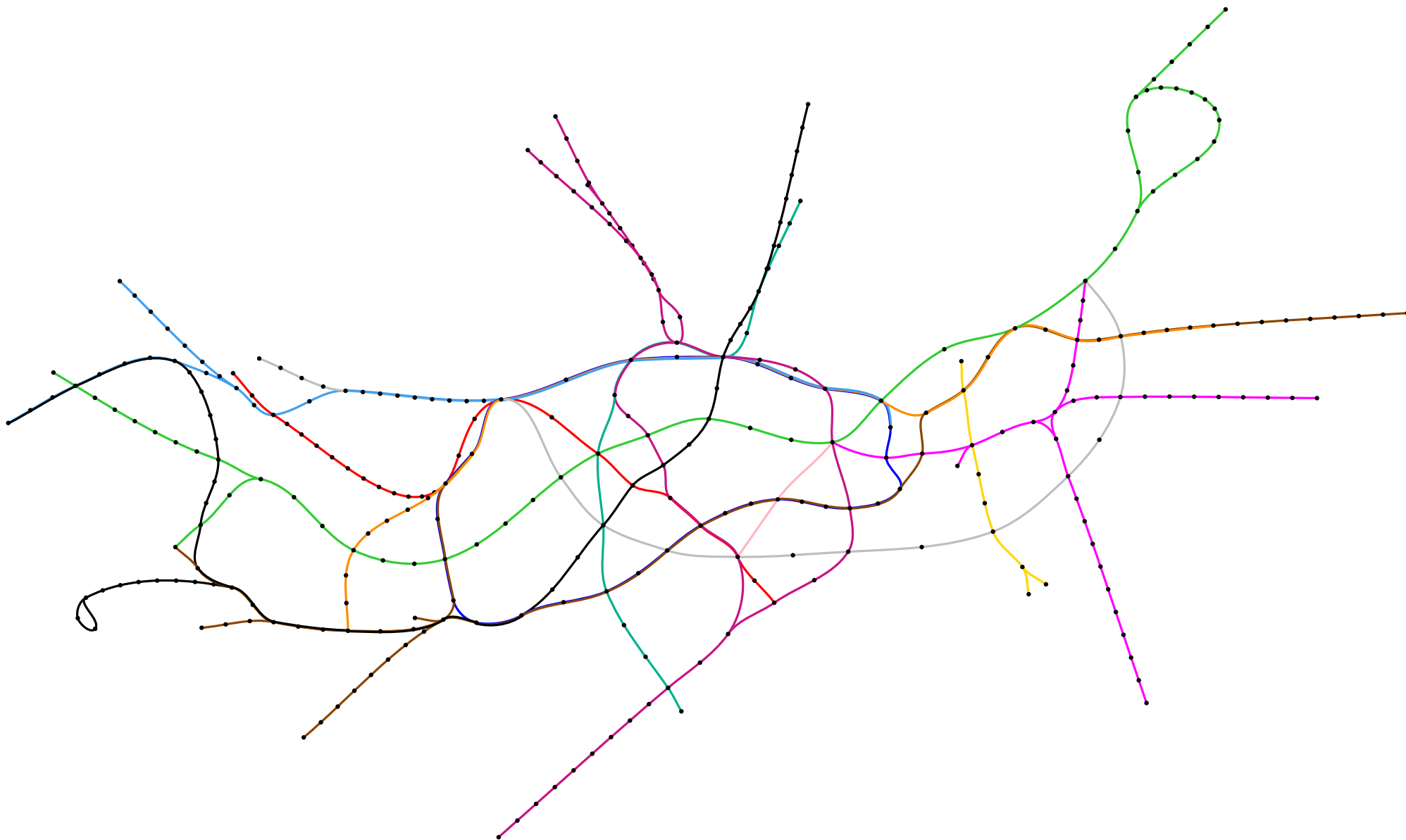
Montreal



Sydney



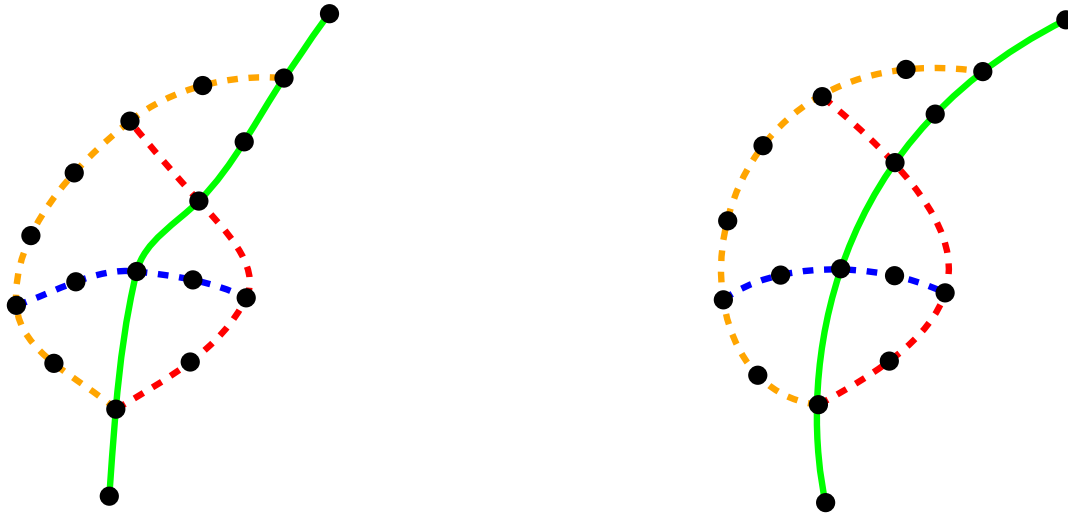
London



Ausblick

Ideen:

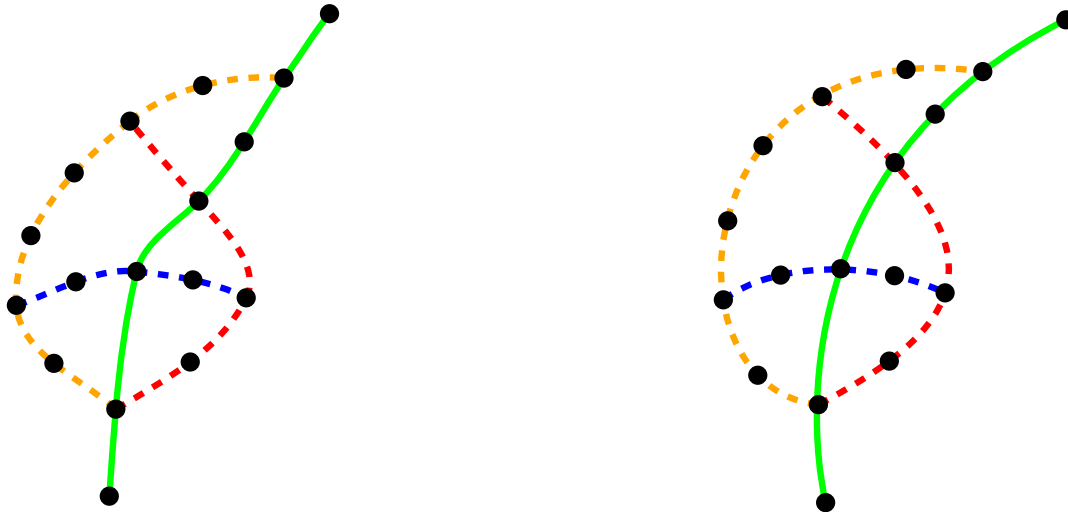
- gleiche Krümmung über mehrere Knoten hinweg



Ausblick

Ideen:

- gleiche Krümmung über mehrere Knoten hinweg



- abstoßende Kräfte zwischen Knoten und Kanten

